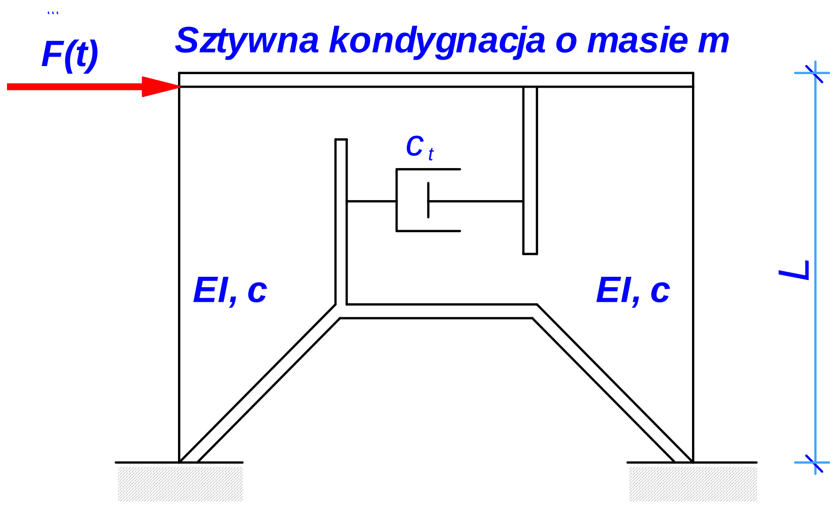
Zadanie 5

W budynku jednokondygnacyjnym o schemacie jak na rysunku zastosowano wiskotyczny tłumik drgań. Budynek jest narażony na działanie harmonicznej siły wymuszającej o charakterystyce sinusoidalnej.

Wyznaczyć:

1. częstość drgań własnych budynku (bez tłumika drgań)
2. amplitudę drgań ustalonych w ruchu wymuszonym jeśli zdemontowany jest tłumik drgań
3. amplitudę drgań ustalonych w ruchu wymuszonym jeśli wspóczynnik tłumienia tłumika drgań wynosi c_t
4. współczynnik tłumienia tłumika wiskotycznego, przy którym całkowite tłumienie budynku osiąga wartość krytyczną.

Przy jakiej częstości siły wymuszającej amplituda drgań ustalonych bez tłumika drgań jest największa i ile wynosi?.



$kN := 10^3 N$

$MN := 10^6 N$

Dane

$M := 10 \cdot 10^3 kg$	- masa kondygnacji
$L := 10m$	- wysokość kondygnacji
$EI := 15MN \cdot m^2$	- sztywność giętna jednego słupa
$c := 2 \cdot 10^4 \frac{kg}{s}$	- współczynnik tłumienia konstrukcyjnego jednego słupa
$c_t := 4 \cdot 10^4 \frac{kg}{s}$	- ustalony współczynnik tłumienia tłumika drgań
$F_0 := 24kN$	- amplituda siły wymuszającej
$\omega_w := 6 \frac{rad}{s}$	- częstość siły wymuszającej

Uwaga: Współczynnik sztywności jednego słupa wyznacza się z wzoru: $k := \frac{12EI}{L^3}$

$k = 1.8 \times 10^5 \frac{N}{m}$

Rozwiązanie

Równanie ruchu masy M z uwzględnieniem wyłącznie tłumienia konstrukcyjnego ma postać:

$$M\cdot\frac{d^2}{dt^2}x + 2c\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + 2k\cdot x = F(t)$$

Równanie ruchu masy M z uwzględnieniem tłumika drgań ma postać:

$$M\cdot\frac{d^2}{dt^2}x + \left(2c + c_t\right)\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + 2k\cdot x = F(t)$$

Lub po przekształceniach - równanie 1

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2b_k\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + \omega^2\cdot x = f(t)$$

równanie 2

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2b_t\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + \omega^2\cdot x = f(t)$$

gdzie: $b_k := \frac{c}{M}$ $\quad b_t := \frac{c + \frac{1}{2}c_t}{M}$ $\quad \omega := \sqrt{\frac{2k}{M}}$ $\quad b_k = 2\,\mathrm{Hz}$ $\quad b_t = 4\,\mathrm{Hz}$ $\quad \omega = 6\,\mathrm{Hz}$

Odpowiedź na pytanie 1

Częstość drgań własnych z uwzględnieniem wyłącznie tłumienia konstrukcyjnego wynosi

$\omega_k := \sqrt{\omega^2 - b_k^2}$ $\quad \omega_k = 5.657\,\mathrm{Hz}$ $\quad 4\cdot\sqrt{2} = 5.657$

Odpowiedź na pytanie 2

$q_0 := \frac{F_0}{M}$ $\quad B_k := \frac{q_0}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b_k}{\omega}\cdot\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2}}$ $\quad B_k = 0.1\,\mathrm{m}$

Odpowiedź na pytanie 3

$q_0 := \frac{F_0}{M}$ $\quad B_t := \frac{q_0}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b_t}{\omega}\cdot\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2}}$ $\quad B_t = 0.05\,\mathrm{m}$

Odpowiedź na pytanie 4

Współczynnik tłumienia krytycznego wyznacza się z zależności: $\sqrt{\omega^2 - b_{kr}^2} = 0$ wtedy: $b_{kr} := \omega$

Więc $b_{kr} = \frac{c + \frac{1}{2}c_{tkr}}{M} = \omega$ stąd $c_{tkr} := 2\cdot(\omega\cdot M - c)$ $\quad c_{tkr} = 8\times10^4\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

Odpowiedź na pytanie 5

Największa amplituda drgań w ruchu ustalonym bez tłumika drgań wystąpi przy częstości siły wymuszającej równej ω_k i wyniesie:

$$B_{max} := \frac{q_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \frac{b_k}{\omega} \cdot \frac{\omega_k}{\omega}\right)^2}} \qquad B_{max} = 0.104\,\text{m}$$