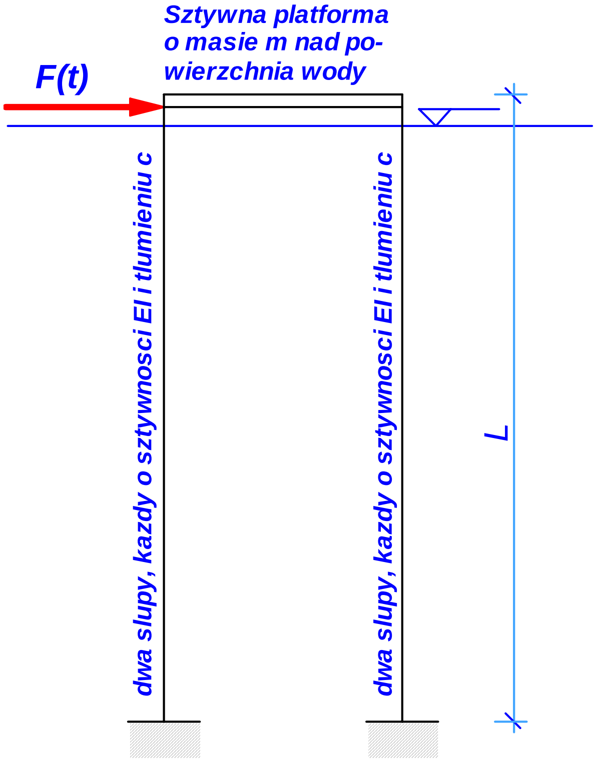
Zadanie 5

Platforma wiertnicza jest oparta na czterech słupach utwierdzonych w dnie oceanu jak na schemacie statycznym. Platforma jest narażona na działanie fal morskich, które można modelować jako sinusoidalnie zmienne.

Wyznaczyć:

1. współczynnik sztywności pojedynczego słupa, przy którym tłumienie ośrodka wodnego byłoby krytyczne,
2. częstość drgań własnych platformy z uwzględnieniem tłumienia ośrodka wodnego jeżeli sztywność giętna pojedynczego słupa wynosi EI,
3. amplitudę drgań wymuszonych w ruchu ustalonym.

Przy jakiej częstości fal morskich amplituda drgań ustalonych jest największa i ile wynosi?.



$kN := 10^3 N$

$MN := 10^6 N$

$GN := 10^9 N$

Dane

$M := 24 \cdot 10^6 kg$ - masa kondygnacji

$L := 100m$ - wysokość kondygnacji

$EI := 500GN \cdot m^2$ - sztywność giętna jednego słupa

$c := 12 \cdot 10^6 \frac{kg}{s}$ - współczynnik tłumienia ośrodka wodnego jednego słupa

$F_0 := 24MN$ - amplituda siły wymuszającej

$\omega_w := 1 \frac{rad}{s}$ - częstość siły wymuszającej

Uwaga:

1. Współczynnik sztywności jednego słupa wyznacza się z wzoru: $k := \frac{12EI}{L^3}$ $\quad k = 6\,\frac{MN}{m}$

2. Przyjąć, że siła tłumienia wiskotycznego ośrodka wodnego jest proporcjonalna do średniej prędkości punktów osi słupów, czyli do połowy prędkości platformy.

Rozwiązanie

Równanie ruchu masy M z uwzględnieniem tłumienia ośrodka wodnego ma postać:

$$M\cdot\frac{d^2}{dt^2}x + 2c\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + 4k\cdot x = F(t)$$

Lub po przekształceniach

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2b\cdot\left(\frac{d}{dt}x\right) + \omega^2\cdot x = f(t)$$

gdzie: $b := \frac{c}{M}$ $\quad \omega := \sqrt{\frac{4k}{M}}$ $\quad \omega = 1\,Hz$ $\quad b = 0.5\,Hz$

Odpowiedź na pytanie 1

Współczynnik tłumienia krytycznego wyznacza się z zależności: $\sqrt{\omega^2 - b_{kr}^2} = 0$

$b_{kr} := b$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{4k_{kr}}{M}} = b_{kr}$ $\quad$ stąd $\quad k_{kr} := \frac{1}{4}\cdot b_{kr}^2\cdot M$ $\quad k_{kr} = 1.5\,\frac{MN}{m}$

Odpowiedź na pytanie 2

Częstość drgań własnych z uwzględnieniem tłumienia ośrodka wodnego wynosi

$\omega_t := \sqrt{\omega^2 - b^2}$ $\quad \omega_t = 0.866\,Hz$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

Odpowiedź na pytanie 3

$q_0 := \frac{F_0}{M}$ $\quad B_k := \frac{q_0}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b}{\omega}\cdot\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2}}$ $\quad B_k = 1\,m$

Odpowiedź na pytanie 4

Największa amplituda drgań w ruchu ustalonym wystąpi przy częstości fal morskich równej ω_t i wyniesie:

$B_{max} := \frac{q_0}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_t}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b}{\omega}\cdot\frac{\omega_t}{\omega}\right)^2}}$ $\quad B_{max} = 1.109\,m$