

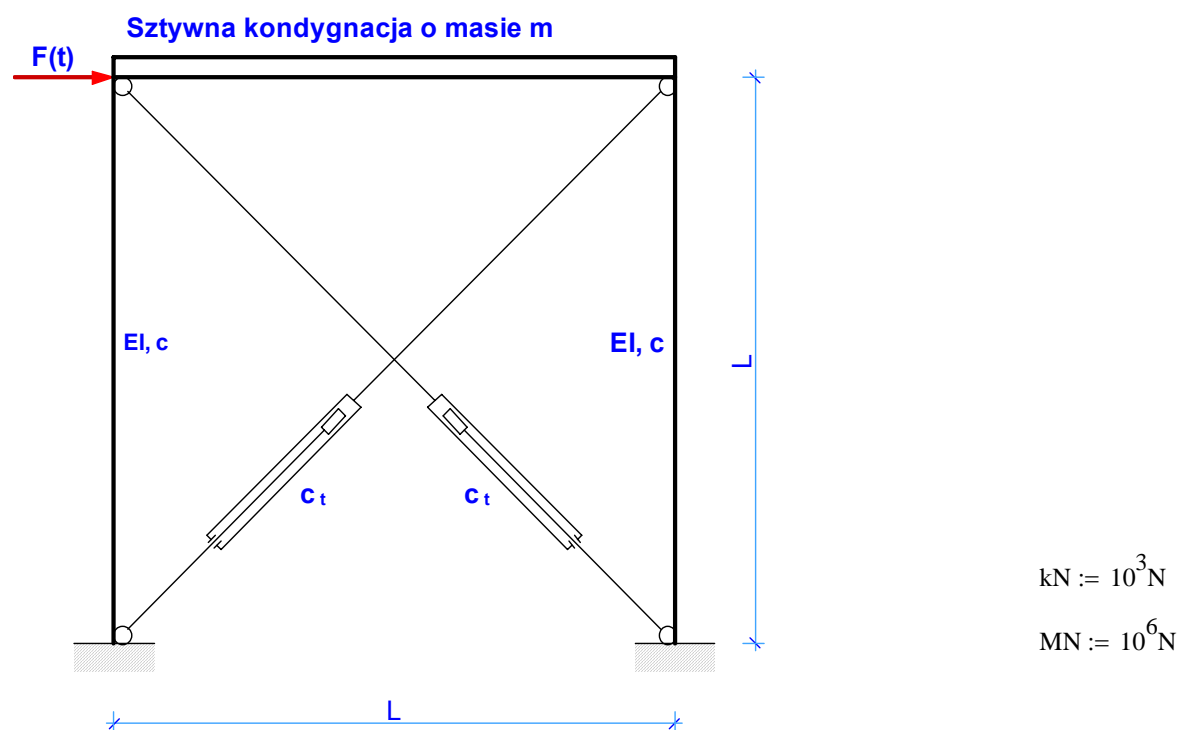
## Zadanie 7

W budynku jednokondygnacyjnym o schemacie jak na rysunku zastosowano wiskotyczne tłumiki drgań. Budynek jest narażony na działanie harmonicznej siły wymuszającej o charakterystyce sinusoidalnej.

Wyznaczyć:

1. częstość drgań własnych budynku bez tłumików drgań
2. amplitudę drgań wymuszonych w ruchu ustalonym bez tłumików drgań
3. amplitudę drgań ustalonych w ruchu wymuszonym z uwzględnieniem tłumików
4. współczynnik tłumienia tłumika wiskotycznego, przy którym całkowite tłumienie budynku osiąga wartość krytyczną.

Przy jakiej częstości siły wymuszającej amplituda drgań ustalonych budynku bez tłumików drgań jest największa i ile wynosi?.



Dane	$M := 10 \cdot 10^3 \text{ kg}$	- masa kondygnacji
	$L := 10 \text{ m}$	- wysokość kondygnacji
	$EI := 15 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$	- sztywność giętna jednego słupa
	$c := 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$	- współczynnik tłumienia konstrukcyjnego jednego słupa
	$c_t := 4 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$	- ustalony współczynnik tłumienia tłumika drgań
	$F_0 := 24 \text{ kN}$	- amplituda siły wymuszającej
	$\omega_w := 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	- częstość siły wymuszającej

**Uwaga:** Współczynnik sztywności słupa wyznacza się z wzoru:

$$k := \frac{12EI}{L^3} \quad k = 1.8 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Rozwiązanie

Równanie ruchu masy  $M$  z uwzględnieniem wyłącznie tłumienia konstrukcyjnego ma postać:

$$M \cdot \frac{d^2}{dt^2}x + 2c \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + 2k \cdot x = F(t)$$

Równanie ruchu masy  $M$  z uwzględnieniem tłumików drgań ma postać:

$$M \cdot \frac{d^2}{dt^2}x + (2c + c_t) \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + 2k \cdot x = F(t)$$

Lub po przekształceniach - równanie 1

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2b_k \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + \omega^2 \cdot x = f(t)$$

równanie 2

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2b_t \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + \omega^2 \cdot x = f(t)$$

gdzie:  $b_k := \frac{c}{M}$     $b_t := \frac{c + \frac{1}{2}c_t}{M}$     $\omega := \sqrt{\frac{2k}{M}}$     $b_k = 2 \text{ Hz}$     $b_t = 4 \text{ Hz}$     $\omega = 6 \text{ Hz}$

### Odpowiedź na pytanie 1

Częstość drgań własnych z uwzględnieniem wyłącznie tłumienia konstrukcyjnego wynosi

$$\omega_k := \sqrt{\omega^2 - b_k^2} \quad \omega_k = 5.657 \text{ Hz} \quad 4 \cdot \sqrt{2} = 5.657$$

### Odpowiedź na pytanie 2

$$q_0 := \frac{F_0}{M} \quad B_k := \frac{q_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \frac{b_k}{\omega} \cdot \frac{\omega_w}{\omega}\right)^2}} \quad B_k = 0.1 \text{ m}$$

### Odpowiedź na pytanie 3

$$q_0 := \frac{F_0}{M} \quad B_t := \frac{q_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_w}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \frac{b_t}{\omega} \cdot \frac{\omega_w}{\omega}\right)^2}} \quad B_t = 0.05 \text{ m}$$

### Odpowiedź na pytanie 4

Współczynnik tłumienia krytycznego wyznacza się z zależności:  $\sqrt{\omega^2 - b_{kr}^2} = 0$  wtedy:  $b_{kr} := \omega$

Więc  $b_{kr} = \frac{c + \frac{1}{2}c_{tkr}}{M} = \omega$    stąd  $c_{tkr} := 2 \cdot (\omega \cdot M - c)$     $c_{tkr} = 8 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

### Odpowiedź na pytanie 5

Największa amplituda drgań w ruchu ustalonym bez tłumika drgań wystąpi przy częstotliwości siły wymuszającej równej  $\omega_k$  i wyniesie:

$$B_{\max} := \frac{q_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \frac{b_k}{\omega} \cdot \frac{\omega_k}{\omega}\right)^2}} \quad B_{\max} = 0.104 \text{ m}$$