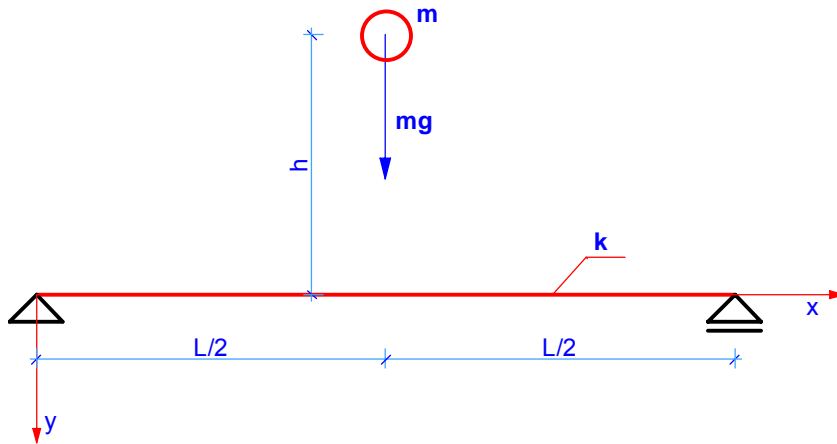


Zadanie 8

Ciało o masie m spada z wysokości h na nieważką belkę, przykleja się i porusza się razem z nią. Wyznaczyć maksymalne wartości reakcji podpór.



Dane: $kN := 10^3 N$

Masa ciała $M := 100 \text{ kg}$

Współczynnik sztywności belki $k := 10^4 \frac{N}{m}$

Rozpiętość belki $L := 2 \text{ m}$

Wysokość $h := 1 \text{ m}$

Przyspieszenie ziemskie $g := 10 \frac{m}{s^2}$

Równanie ruchu w układzie współrzędnych, który nie jest związany z położeniem równowagi ma postać:

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2} y + k \cdot y = m \cdot g$$

Lub po podzieleniu przez m :

$$\frac{d^2}{dt^2} y + \omega^2 \cdot y = g$$

Całka ogólna równania jednorodnego:

$$y_0 = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

Całka szczególna równania niejednorodnego:

$$y_s = \frac{g}{\omega^2}$$

Całka ogólna równania niejednorodnego:

$$y = y_0 + y_s$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \frac{g}{\omega^2}$$

Częstość drgań własnych: $\omega := \sqrt{\frac{k}{M}}$ $\omega = 10 \text{ Hz}$

Warunki początkowe: $x_0 := 0 \text{ m}$ $v_0 := \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

$$x_0 = A \cdot \sin(\phi) + \frac{g}{\omega^2}$$

$$v_0 = A \cdot \omega \cdot \cos(\phi)$$

Stałe całkowania: $A := \sqrt{\left(x_0 - \frac{g}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$ $A = 0.1\sqrt{21} \text{ m}$

$$\phi := \text{atan}\left(\frac{-\frac{g}{\omega^2} \cdot \omega}{v_0}\right)$$
 $\phi = -0.22 \text{ rad}$

Rozwiązanie równania: $y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \frac{g}{\omega^2}$

Przyspieszenie: $\frac{d^2}{dt^2}y(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$

Maksymalne przyspieszenie: $a_{\max} := A \cdot \omega^2$ $a_{\max} = 10\sqrt{21} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Maksymalna siła bezwładności: $B_{\max} := M \cdot a_{\max}$ $B_{\max} = 1000\sqrt{21} \text{ N}$

Maksymalne reakcje podpór: $V_{\max} := \frac{B_{\max} + M \cdot g}{2}$ $V_{\max} = 2.791 \text{ kN}$