Zadanie 9

Budynek o schemacie statycznym jak na rysunku posadowiono na sztywnej płycie fundamentowej i wyposażono w wiskotyczny tłumik drgań.

1. Wyznaczyć amplitudę drgań masy m kondygnacji podczas trzęsienia ziemi, gdy generowane są poziome przemieszczenia płyty fundamentowej o charakterystyce sinusoidalnej z częstością równą częstości drgań własnych budynku bez tłumika drgań.

2. Przy jakiej częstości wymuszenia kinematycznego amplituda masy m będzie największa i ile wyniesie?

W rozwiązaniu uwzględnić wyłącznie ruch ustalony. $MN := 10^6 N$ $T := 10^3 kg$

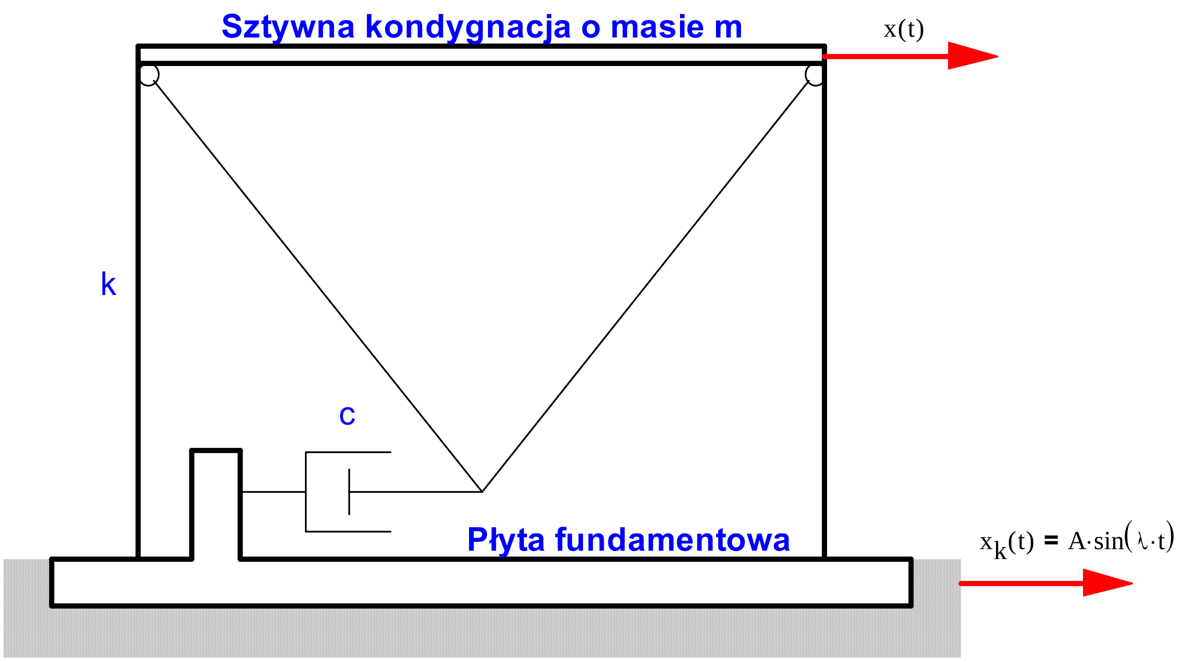
Dane:

Współczynnik sztywności całej kondygnacji $k := 10\frac{MN}{m}$

Masa skupiona kondygnacji $M := 100T$

Współczynnik tłumienia tłumika $c := 1\frac{MN\cdot s}{m}$

Amplituda wymuszenia kinematycznego $A := 0.1m$



Częstość drgań własnym budynku bez tłumika drgań $\omega := \sqrt{\frac{k}{M}}$ $\omega = 10\,Hz$

Współczynnik $b := \frac{c}{2M}$ $b = 5\,Hz$

Odpowiedź na pytanie 1

$\lambda := \omega$

Równanie ruchu: $\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\cdot b\cdot\frac{d}{dt}\left(x(t) - x_k(t)\right) + \omega^2\cdot\left(x(t) - x_k(t)\right) = 0$

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\cdot b\cdot\frac{d}{dt}x(t) + \omega^2\cdot x(t) = A\cdot\omega^2\cdot\sin(\lambda\cdot t) + 2\cdot A\cdot b\cdot\lambda\cdot\cos(\lambda\cdot t)$$

$$A\cdot\omega^2\cdot\sin(\lambda\cdot t) + 2\cdot A\cdot b\cdot\lambda\cdot\cos(\lambda\cdot t) = A\cdot C\cdot\left(\frac{\omega^2}{C}\cdot\sin(\lambda\cdot t) + \frac{2\cdot b\cdot\lambda}{C}\cdot\cos(\lambda\cdot t)\right)$$

$\frac{\omega^2}{C} = \cos(\phi)$ $\qquad \frac{2\cdot b\cdot\lambda}{C} = \sin(\phi)$ $\qquad$ więc: $\left(\frac{\omega^2}{C}\right)^2 + \left(\frac{2\cdot b\cdot\lambda}{C}\right)^2 = 1$

stąd: $C := \sqrt{\omega^4 + (2\cdot b\cdot\lambda)^2}$ $\qquad C = 100\sqrt{2}\cdot\frac{1}{s^2}$ $\qquad \frac{\omega^2}{C} = 0.707$ $\qquad \frac{2\cdot b\cdot\lambda}{C} = 0.707$

$q_0 := A\cdot C$ $\qquad q_0 = 14.142\,\frac{N}{kg}$ $\qquad \lambda = 10\,Hz$ $\qquad B := \frac{q_0}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b}{\omega}\cdot\frac{\lambda}{\omega}\right)^2}}$ $\qquad B = 0.1\sqrt{2}\,m$

$B = 0.141\,m$

Odpowiedź na pytanie 2

Pytanie drugie dotyczny sytuacji, w której częstość wymuszenia jest równa częstości rezonansowej z uwzględnieniem tłumienia, wtedy:

$\lambda_r := \sqrt{\omega^2 - b^2}$ $\qquad \lambda_r = 8.66\,Hz$ $\qquad C_r := \sqrt{\omega^4 + (2\cdot b\cdot\lambda_r)^2}$ $\qquad C_r = 132.288\,\frac{1}{s^2}$

$q_{0r} := A\cdot C_r$ $\qquad q_{0r} = 13.229\,\frac{m}{s^2}$ $\qquad \lambda_r = 8.66\,Hz$ $\qquad B_r := \frac{q_{0r}}{\omega^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\lambda_r}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\cdot\frac{b}{\omega}\cdot\frac{\lambda_r}{\omega}\right)^2}}$ $\qquad B_r = 0.147\,m$

Henryk Laskowski