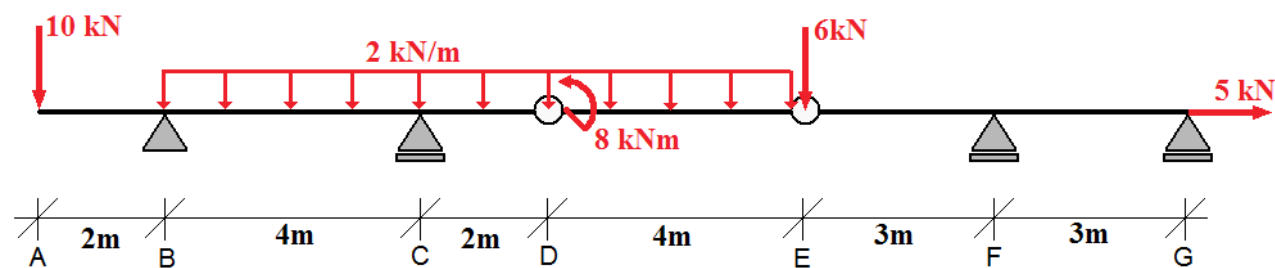
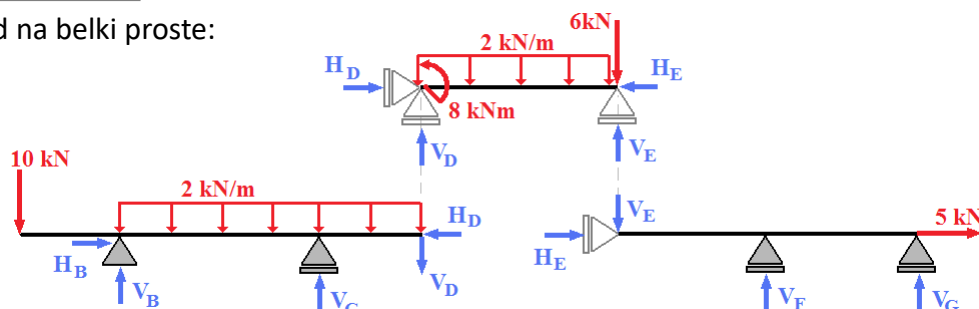


ZADANIE 4.14

Wyznaczyć rozkład sił przekrojowych w belce geberowskiej jak na rysunku poniżej:



Rozkład na belki proste:



- Moment skupiony nie może być przyłożony do przegubu lecz tylko do konkretnej belki
- Obciążenia przyłożone w przegubach przypisujemy tylko do jednej belki składowej (dowolnej spośród tych które łączą się w tym przegubie).
- Siła pozioma przejmowana jest przez jedyną nieprzesuwną podporę w punkcie B. Stąd od razu znajdujemy reakcje poziome: $H_B = H_D = H_E = -5$

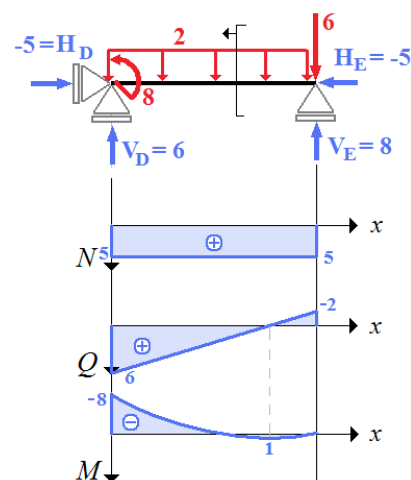
Belka DE $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow H_D - (-5) = 0 \Rightarrow H_D = -5 \\ \sum M_D=0 &\Rightarrow -2 \cdot 4 \cdot 2 - 6 \cdot 4 + 8 + V_E \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_E = 8 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_D + V_E - 6 - 2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_D = 6 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} DE, x \in (0,4) \\ \begin{cases} N(x) = 5 \\ Q(x) = 6 - 2 \cdot x \\ M(x) = 6 \cdot x - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} - 8 \end{cases} \quad \frac{dM}{dx} = Q(x) = 0 \Rightarrow x = 3 \\ M_{max} = M(3) = 1 \end{aligned}$$



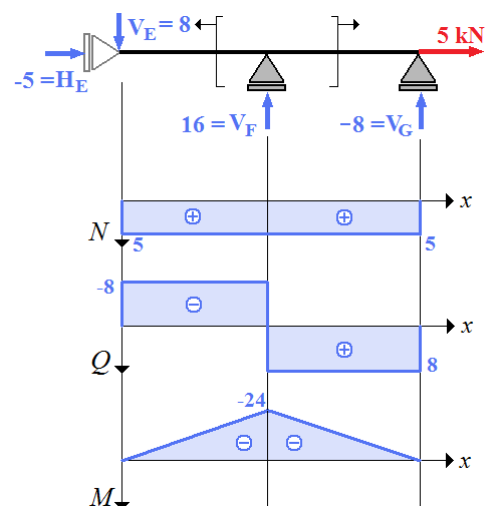
Belka EG $x \in (0,6)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow H_E + 5 = 0 \Rightarrow H_E = -5 \\ \sum M_F=0 &\Rightarrow 8 \cdot 3 + V_G \cdot 3 = 0 \Rightarrow V_G = -8 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_F + V_G - 8 = 0 \Rightarrow V_F = 16 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} EF, x \in (0,3) \quad \quad \quad FG, x \in (3,6) \\ \begin{cases} N(x) = 5 \\ Q(x) = -8 \\ M(x) = -8 \cdot x \end{cases} \quad \begin{cases} N(x) = 5 \\ Q(x) = 8 \\ M(x) = -8 \cdot (6-x) \end{cases} \end{aligned}$$



UWAGA: Dla każdej belki składowej przyjmujemy osobny lokalny układ współrzędnych (x,z). Zmienna x występująca w funkcjach N, Q, M jest różna dla różnych belek.

Belka AD $x \in (0,8)$

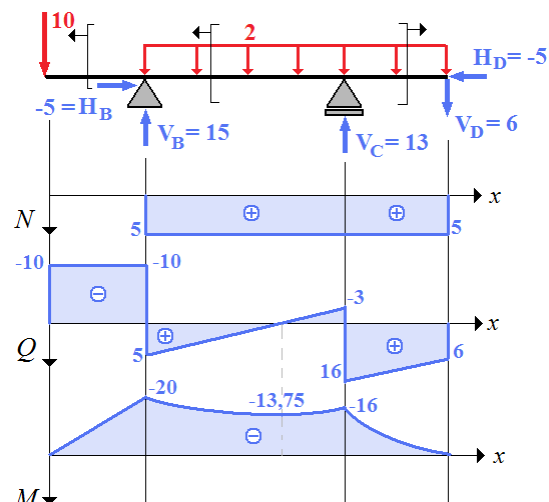
Reakcje:

$$\begin{aligned} \Sigma X=0 &\Rightarrow H_B - (-5) = 0 \Rightarrow H_B = -5 \\ \Sigma M_B=0 &\Rightarrow 10 \cdot 2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 + V_C \cdot 4 - 6 \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_C = 13 \\ \Sigma Y=0 &\Rightarrow V_B + V_C - 10 - 6 - 2 \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_B = 15 \end{aligned}$$

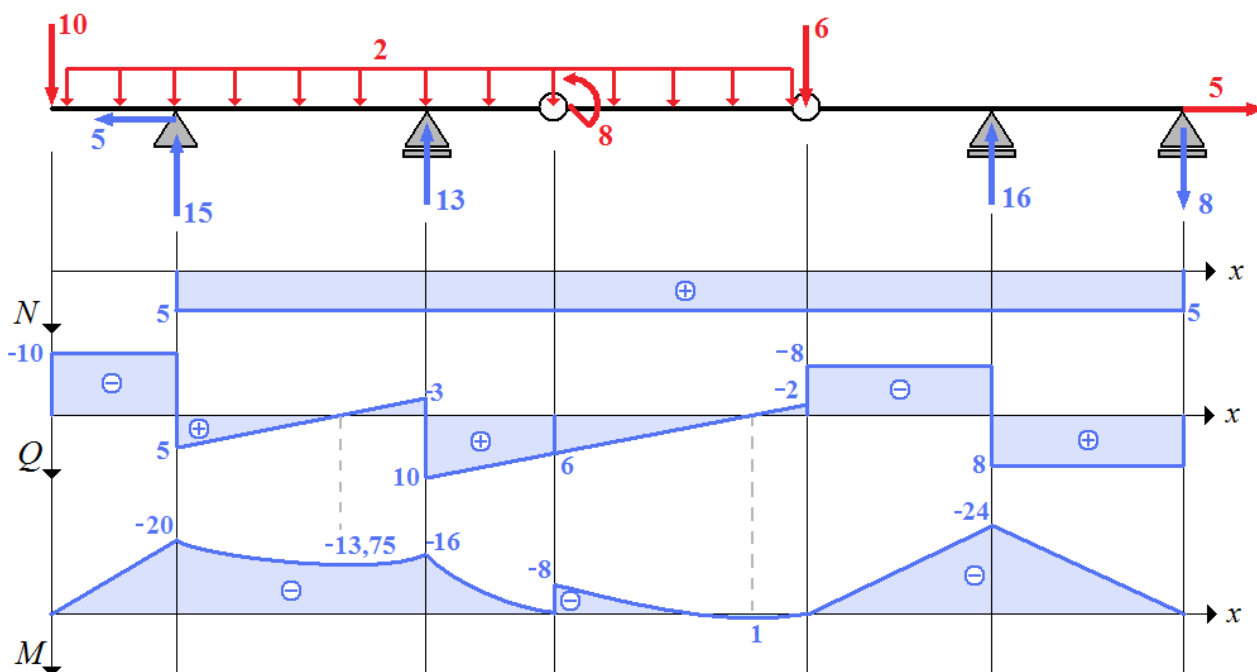
Siły przekrojowe:

$$\begin{array}{l} AB, x \in (0,2) \\ \left\{ \begin{array}{l} N(x) = 0 \\ Q(x) = -10 \\ M(x) = -10 \cdot x \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} BC, x \in (2,6) \\ \left\{ \begin{array}{l} N(x) = 5 \\ Q(x) = -10 + 15 - 2 \cdot (x-2) \\ M(x) = -10 \cdot x + 15 \cdot (x-2) - 2 \cdot (x-2) \cdot \frac{(x-2)}{2} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} CD, x \in (6,8) \\ \left\{ \begin{array}{l} N(x) = 5 \\ Q(x) = 6 + 2 \cdot (8-x) \\ M(x) = -6 \cdot (8-x) - 2 \cdot (8-x) \cdot \frac{(8-x)}{2} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{dM}{dx} = Q(x) = 0 \Rightarrow x = 4,5 \\ M_{max} = M(4,5) = 13,75 \end{array}$$

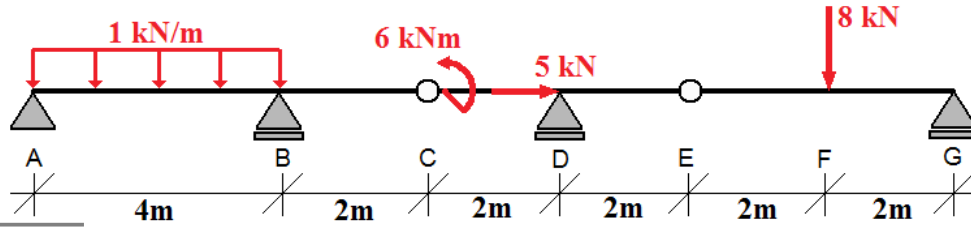


Reakcje podporowe i siły przekrojowe:

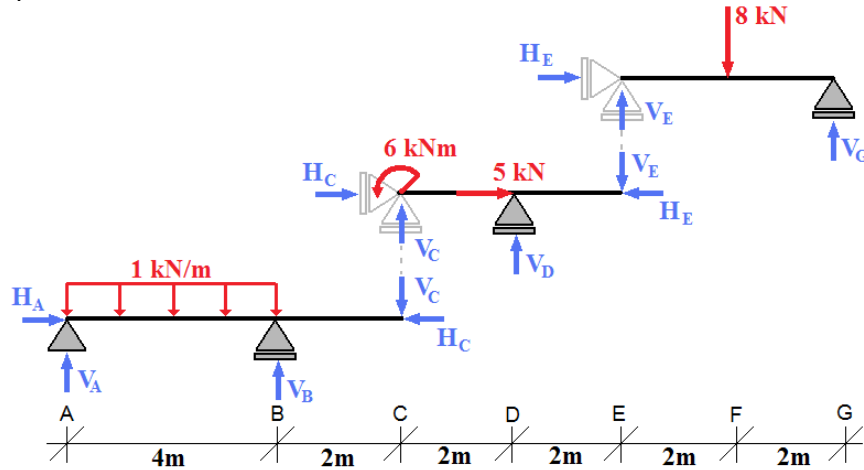


ZADANIE 4.15

Wyznaczyć rozkład sił przekrojowych w belce ciągłej jak na rysunku:



Rozkład na belki proste:



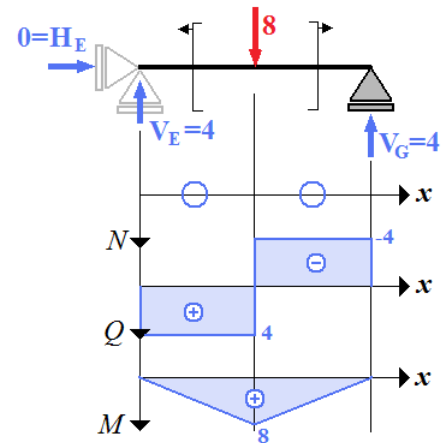
Belka EG $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow H_E=0 \\ \sum M_E=0 &\Rightarrow -8 \cdot 2 + V_G \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_G=4 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_E + V_G - 8 = 0 \Rightarrow V_E=4 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} EF, x \in (0,2) & \quad FG, x \in (3,6) \\ \begin{cases} N(x)=0 \\ Q(x)=4 \\ M(x)=4 \cdot x \end{cases} & \quad \begin{cases} N(x)=0 \\ Q(x)=-4 \\ M(x)=4 \cdot (4-x) \end{cases} \end{aligned}$$



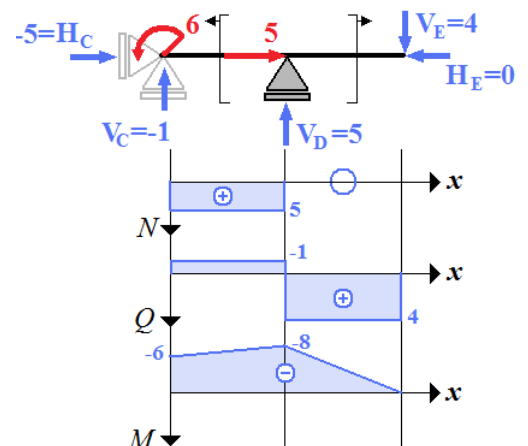
Belka CE $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow H_C + 5 = 0 \Rightarrow H_C = -5 \\ \sum M_D=0 &\Rightarrow -4 \cdot 2 - V_C \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow V_C = -1 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_C + V_D - 4 = 0 \Rightarrow V_D = 5 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} CD, x \in (0,2) & \quad DE, x \in (2,4) \\ \begin{cases} N(x)=5 \\ Q(x)=-1 \\ M(x)=-6 - 1 \cdot x \end{cases} & \quad \begin{cases} N(x)=0 \\ Q(x)=4 \\ M(x)=-4 \cdot (4-x) \end{cases} \end{aligned}$$



Belka AC $x \in (0,6)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow H_A - (-5) = 0 \Rightarrow H_A = -5 \\ \sum M_A=0 &\Rightarrow -1 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot V_B - 6 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow V_B = 0,5 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_A + V_B - (-1) - 1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_A = 2,5 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

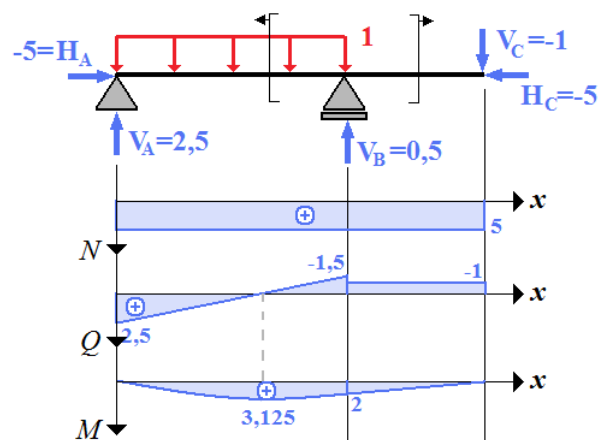
$AB, x \in (0,4)$

$$\begin{cases} N(x) = 5 \\ Q(x) = 2,5 - 1 \cdot x \\ M(x) = 2,5 \cdot x - 1 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \end{cases}$$

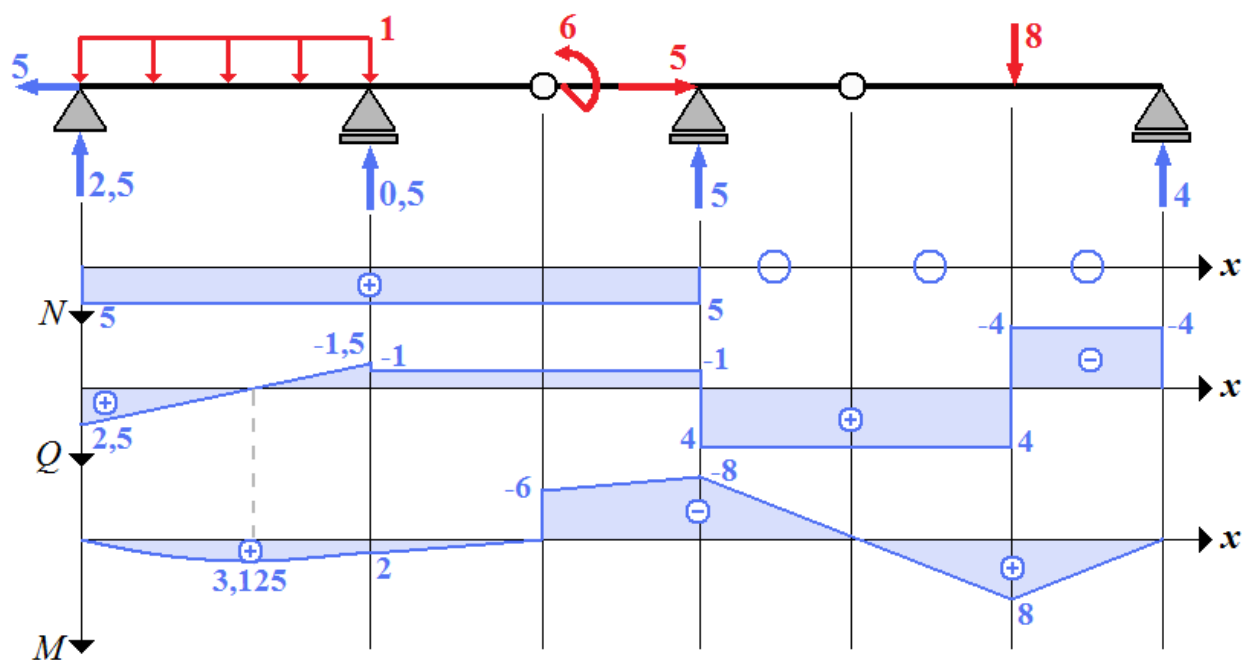
$$\begin{aligned} \frac{dM}{dx} = Q(x) = 0 &\Rightarrow x = 2,5 \\ M_{max} = M(2,5) &= 3,125 \end{aligned}$$

$BC, x \in (4,6)$

$$\begin{cases} N(x) = 5 \\ Q(x) = -1 \\ M(x) = -(-1) \cdot (6 - x) \end{cases}$$

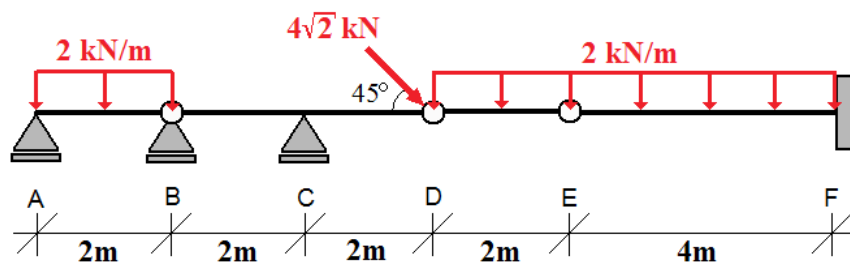


Reakcje podporowe i siły przekrojowe:

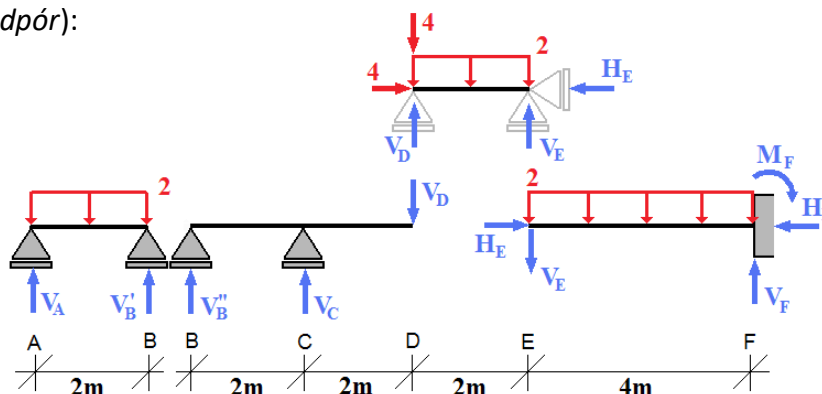


ZADANIE 4.16

Wyznaczyć rozkład sił przekrojowych w belce złożonej jak na rysunku:



Rozkład na belki proste (**UWAGA:** Belka AB oraz belka BD opierają się na wspólnej podporze, jednak z uwagi na obecność przegubu pracują niezależnie. Można je potraktować jako dwie osobne belki spoczywające na różnych podporach – reakcje na podporze w pkt. B będą sumą reakcji odpowiednich podpór):



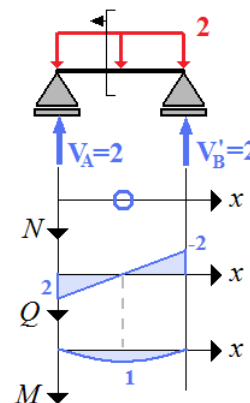
Belka AB $x \in (0,2)$

Reakcje (brak obciążenia na kierunku X)

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\Rightarrow -2 \cdot 2 \cdot 1 - V'_B \cdot 2 = 0 \Rightarrow V'_B = 2 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow V_A + V'_B - 2 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_A = 2 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{cases} AB, x \in (0,2) \\ N(x) = 0 \\ Q(x) = 2 - 2 \cdot x \\ M(x) = 2 \cdot x - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{dM}{dx} = Q(x) = 0 &\Rightarrow x = 1 \\ M_{max} = M(1) &= 1 \end{aligned}$$



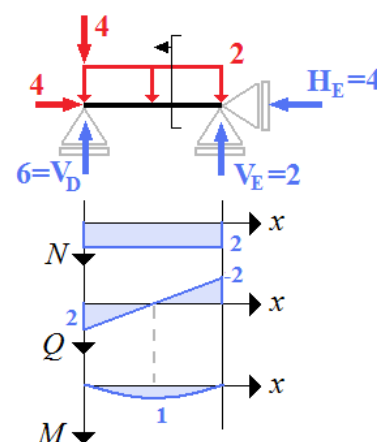
Belka DE $x \in (0,2)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow 4 - H_E = 0 \Rightarrow H_E = 4 \\ \sum M_D = 0 &\Rightarrow -2 \cdot 2 \cdot 1 + V_E \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_E = 2 \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow V_D + V_E - 4 - 2 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_D = 6 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{cases} DE, x \in (0,2) \\ N(x) = -4 \\ Q(x) = 6 - 4 - 2 \cdot x \\ M(x) = 6 \cdot x - 4 \cdot x - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{dM}{dx} = Q(x) = 0 &\Rightarrow x = 1 \\ M_{max} = M(1) &= 1 \end{aligned}$$



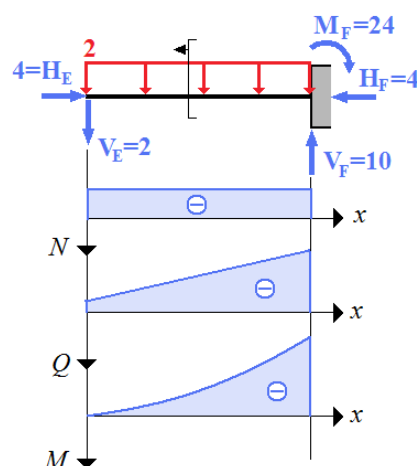
Belka EF $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \sum X=0 &\Rightarrow 4-H_F=0 \Rightarrow H_F=4 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow -2-2\cdot 4+V_F=0 \Rightarrow V_F=10 \\ \sum M_F=0 &\Rightarrow 2\cdot 4+2\cdot 4\cdot 2-M_F=0 \Rightarrow M_F=24 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} &EF, x \in (0,4) \\ &\begin{cases} N(x)=-4 \\ Q(x)=-2-2\cdot x \\ M(x)=-2\cdot x-2\cdot x\cdot \frac{x}{2} \end{cases} \end{aligned}$$



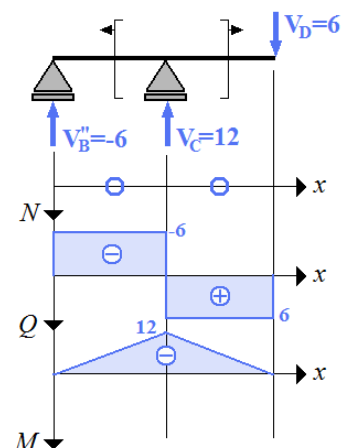
Belka BD $x \in (0,4)$

Reakcje (brak obciążenia na kierunku X):

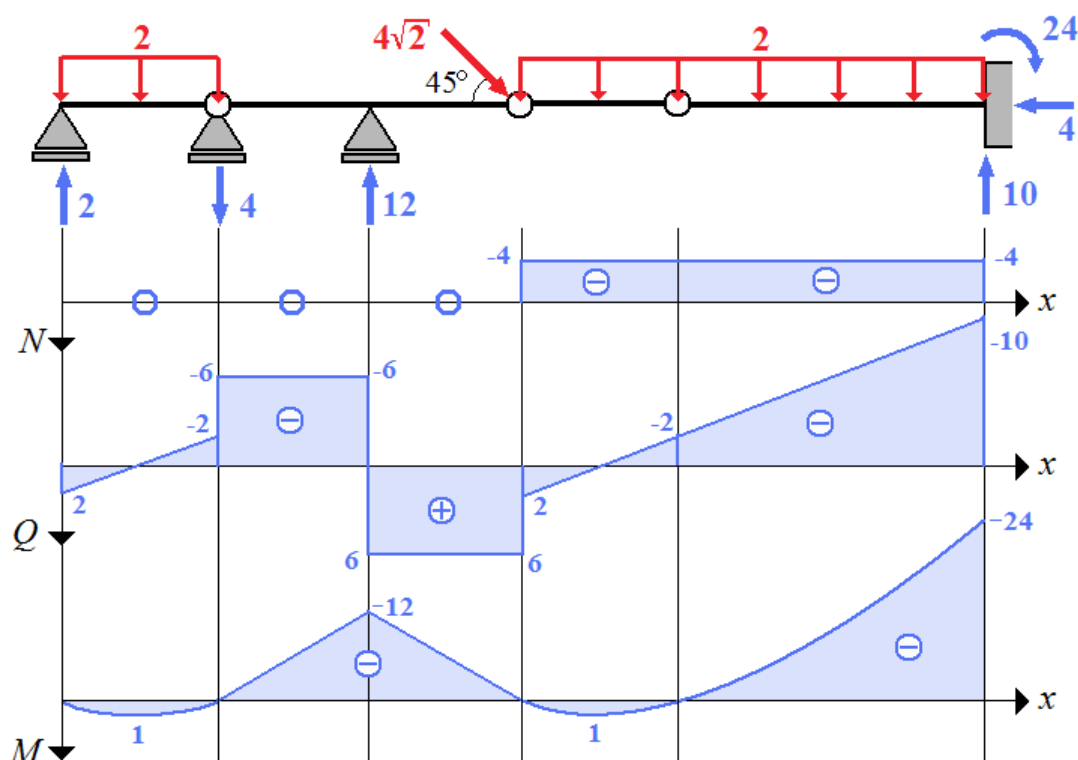
$$\begin{aligned} \sum M_B=0 &\Rightarrow -6\cdot 4+V_C\cdot 2=0 \Rightarrow V_C=12 \\ \sum Y=0 &\Rightarrow V_C+V_B''-6=0 \Rightarrow V_B''=-6 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} &BC, x \in (0,2) && cD, x \in (2,4) \\ &\begin{cases} N(x)=0 \\ Q(x)=-6 \\ M(x)=-6\cdot x \end{cases} && \begin{cases} N(x)=0 \\ Q(x)=6 \\ M(x)=-6\cdot (4-x) \end{cases} \end{aligned}$$

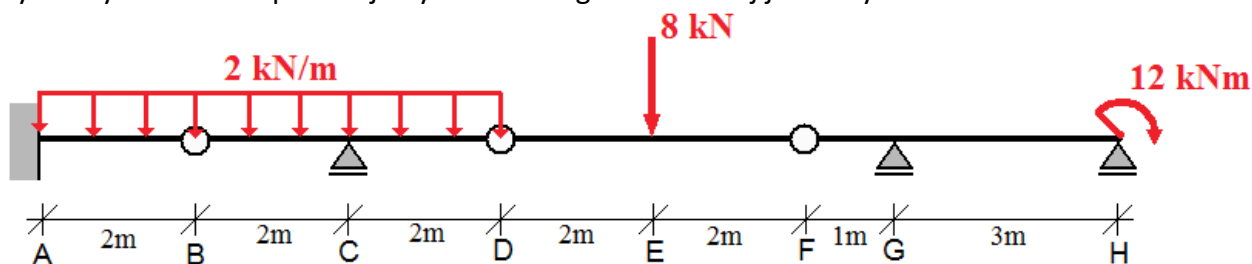


Reakcje podporowe i siły przekrojowe:

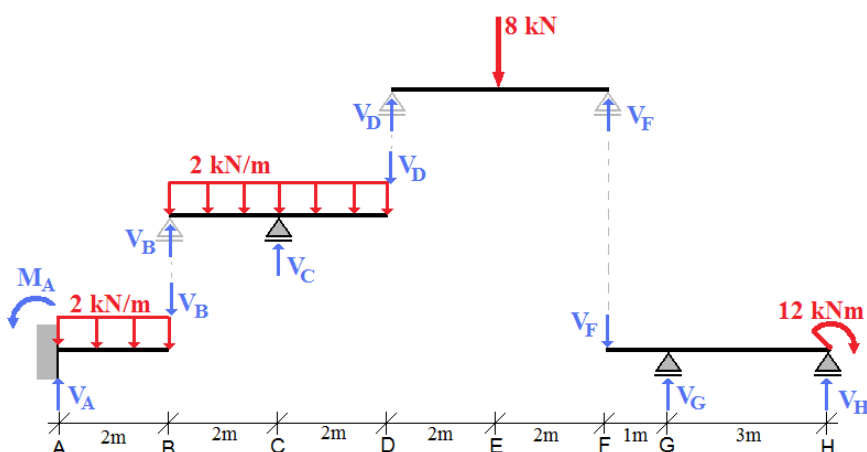


ZADANIE 4.17

Wyznaczyć rozkład sił przekrojowych w belce gerberowskiej jak na rysunku:



W układzie nie występuje obciążenie osiowe – brak sił osiowych i reakcji poziomych. Rozkład na belki proste:



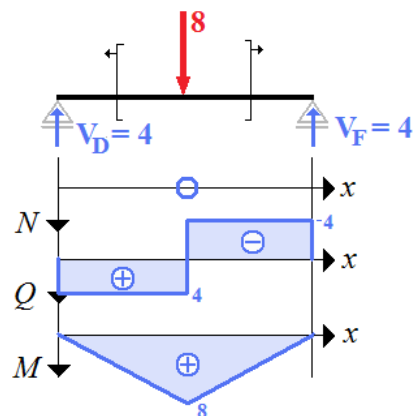
Belka DF $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \Sigma M_D = 0 &\Rightarrow 4 \cdot V_F - 8 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_F = 4 \\ \Sigma Y = 0 &\Rightarrow V_D + V_F - 8 = 0 \Rightarrow V_D = 4 \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} DE, x \in (0,2) & \quad EF, x \in (2,4) \\ \begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = 4 \\ M(x) = 4 \cdot x \end{cases} & \quad \begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -4 \\ M(x) = 4 \cdot (4-x) \end{cases} \end{aligned}$$



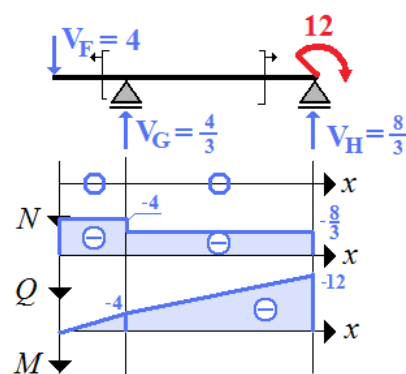
Belka FH $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\begin{aligned} \Sigma M_G = 0 &\Rightarrow 4 \cdot 1 + V_H \cdot 3 - 12 = 0 \Rightarrow V_H = \frac{8}{3} \\ \Sigma Y = 0 &\Rightarrow -4 + V_G + V_H = 0 \Rightarrow V_G = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Siły przekrojowe:

$$\begin{aligned} FG, x \in (0,1) & \quad GH, x \in (1,4) \\ \begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -4 \\ M(x) = -4 \cdot x \end{cases} & \quad \begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -\frac{8}{3} \\ M(x) = -12 + \frac{8}{3} \cdot (4-x) \end{cases} \end{aligned}$$



Belka BD $x \in (0,4)$

Reakcje:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -2 \cdot 4 \cdot 2 + V_C \cdot 2 - 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_C = 16$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_B + V_C - 4 - 2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_B = -4$$

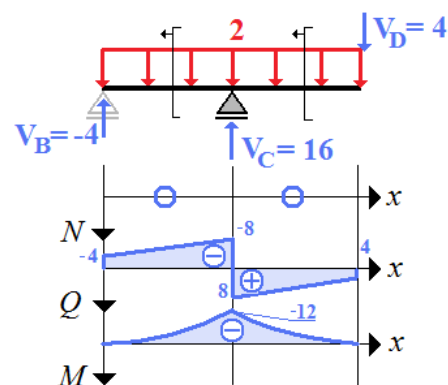
Siły przekrojowe:

$BC, x \in (0,2)$

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -4 - 2 \cdot x \\ M(x) = -4 \cdot x - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \end{cases}$$

$CD, x \in (2,4)$

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -4 - 2 \cdot x + 16 \\ M(x) = -4 \cdot x - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} + 16 \cdot (x - 2) \end{cases}$$



Belka AB $x \in (0,2)$

Reakcje:

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

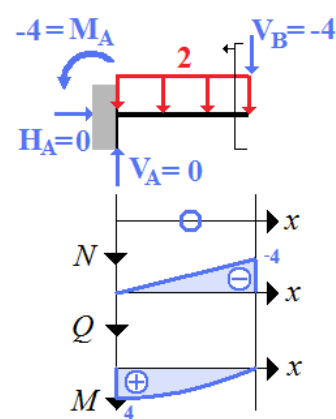
$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_A - 2 \cdot 2 + 4 = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A + 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_A = -4$$

Siły przekrojowe:

$AB, x \in (0,2)$

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ Q(x) = -2 \cdot x \\ M(x) = -(-4) - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \end{cases}$$



Reakcje podporowe i rozkład sił przekrojowych:

