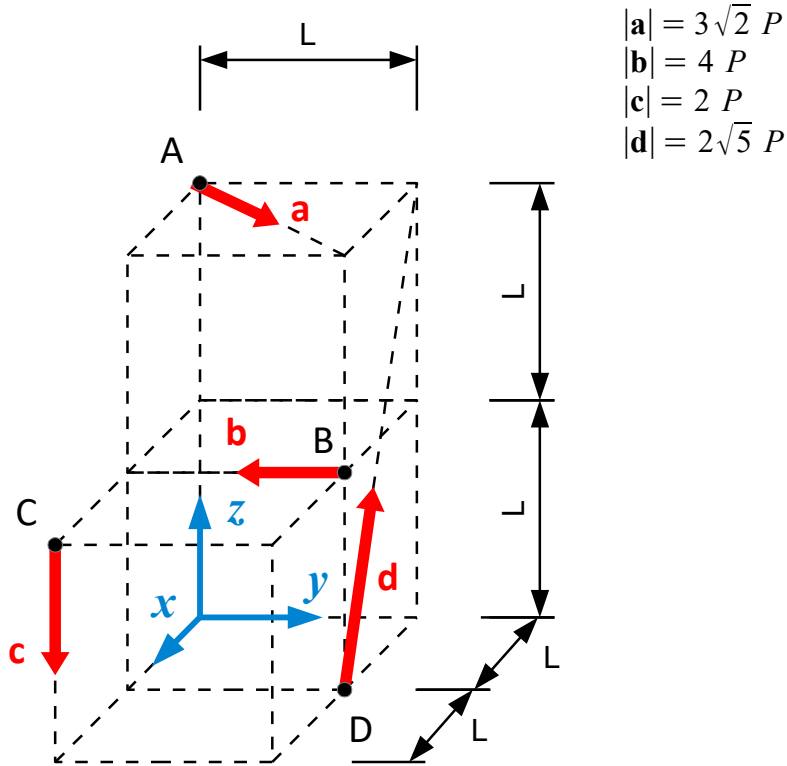


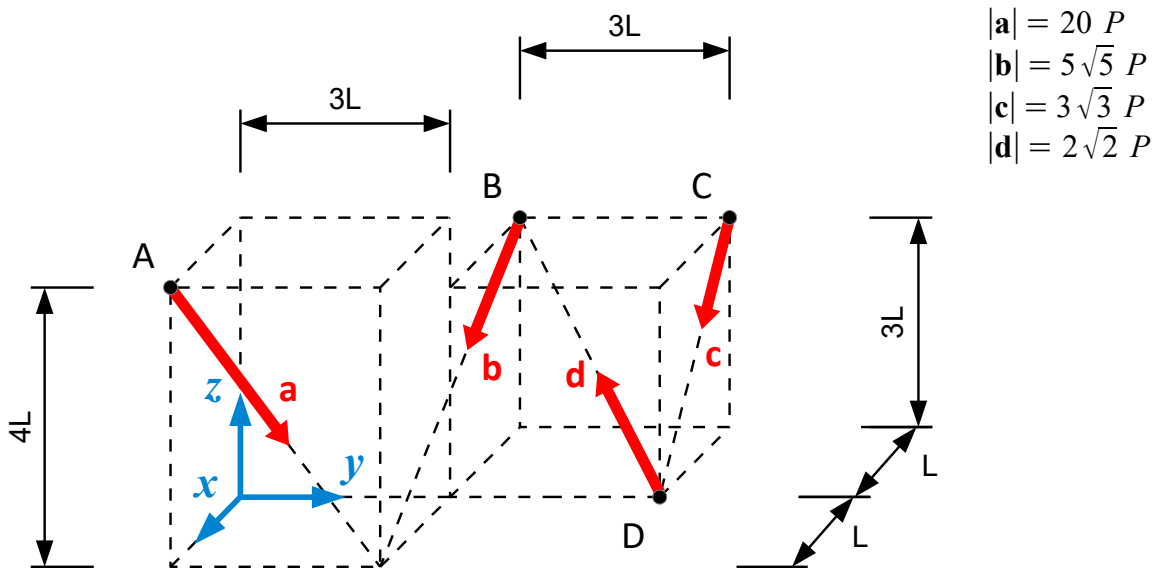
ZADANIE 1

Zredukować podany układ sił do najprostszej postaci.



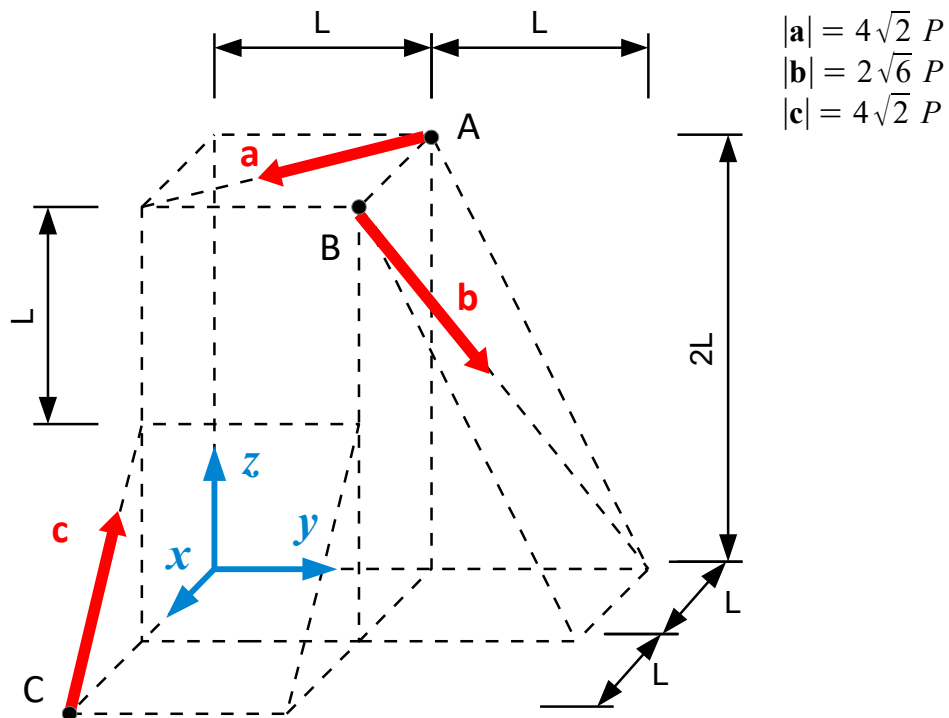
ZADANIE 2

Zredukować podany układ sił do najprostszej postaci.



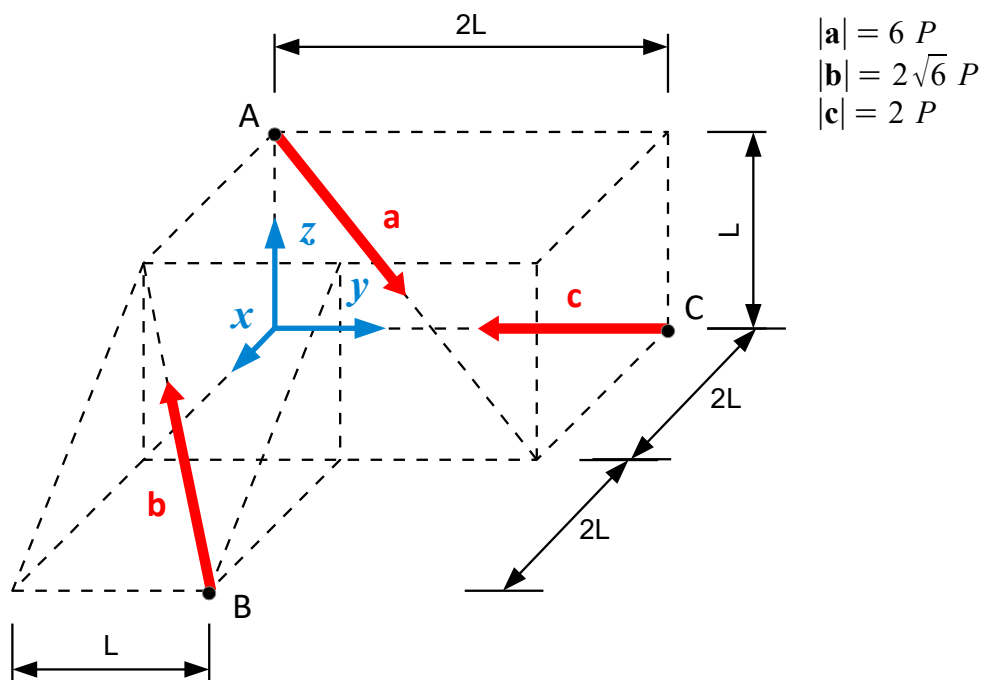
ZADANIE 3

Zredukować podany układ sił do najprostszej postaci.



ZADANIE 4

Zredukować podany układ sił do najprostszej postaci.



Odpowiedzi:

ZADANIE 1

Podany układ sił redukuje się w najprostszej postaci do skrętnika złożonego z wektora

$\mathbf{W} = \mathbf{S} = [P ; -P ; 2P]$ zaczepionego w dowolnym punkcie osi środkowej danej równaniami

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{cases} x(\lambda) = -\frac{5}{3}L + P\lambda \\ y(\lambda) = L - P\lambda \\ z(\lambda) = \frac{4}{3}L + 2P\lambda \end{cases}$$

oraz do dowolnej pary o momencie $\mathbf{M}_S = \left[-\frac{4}{3}PL ; \frac{4}{3}PL ; -\frac{8}{3}PL \right]$ równoległym do \mathbf{S} .

ZADANIE 2

Podany układ sił redukuje się w najprostszej postaci do skrętnika złożonego z wektora

$\mathbf{W} = \mathbf{S} = [9P ; 9P ; -20P]$ zaczepionego w dowolnym punkcie osi środkowej danej równaniami

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{cases} x(\lambda) = \frac{1449}{562}L + 9P\lambda \approx 2,578L + 9P\lambda \\ y(\lambda) = \frac{771}{562}L + 9P\lambda \approx 1,372L + 9P\lambda \\ z(\lambda) = \frac{999}{562}L - 20P\lambda \approx 1,778L - 20P\lambda \end{cases}$$

oraz do dowolnej pary o momencie $\mathbf{M}_S = \left[-\frac{2565}{562}PL ; -\frac{2565}{562}PL ; \frac{2850}{281}PL \right]$ równoległym do \mathbf{S} .

ZADANIE 3

Podany układ sił redukuje się w najprostszej postaci do wypadkowej $\mathbf{W} = \mathbf{S} = [-2P ; -2P ; 0]$

zaczepionej w dowolnym punkcie osi środkowej danej równaniami

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{cases} x(\lambda) = \frac{1}{2}L - 2P\lambda \\ y(\lambda) = \frac{1}{2}L - 2P\lambda \\ z(\lambda) = 0 \end{cases}$$

ZADANIE 4

Podany układ sił redukuje się w najprostszej postaci do dowolnej pary o momencie

$\mathbf{M} = [-2PL ; -4PL ; -4PL]$

Jak używać powyższych odpowiedzi do weryfikacji poprawności własnego rozwiązania?

- Postać równań parametrycznych osi środkowej różni się w zależności od tego, jaki punkt został wybrany na początku rozwiązania do wyznaczenia momentu układu.
- W dalszym ciągu są to jednak równania tej samej prostej, zatem istnieje związek między wszystkimi możliwymi wariantami tych równań. Jeśli równania układane są wg wzoru:

$$\mathbf{r}(\lambda) = \vec{OP} + \frac{\mathbf{S} \times \mathbf{M}_P}{S^2} + \lambda \mathbf{S}$$

wtedy różnica między tymi wariantami sprowadza się do przesunięcia w dziedzinie parametru, tj. dodania do parametru w jednym wariancie stałej liczby (w każdym równaniu tej samej), aby uzyskać drugi wariant.

- Aby wyznaczyć tę stałą wartość należy przyrównać odpowiadające sobie równania z obydwu układów przy czym parametr w jednym z nich oznaczyć innym symbolem niż w drugim – są to w istocie różne parametry. Następnie należy wyznaczyć zależność między tymi parametrami. Jeśli z każdego równania wyjdzie ta sama zależność, to rozwiązanie jest poprawne.

Przykład

W wyniku redukcji do najprostszej postaci w zadaniu 1 otrzymano równania osi środkowej:

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{cases} x(\lambda) = -\frac{7}{6}L + P\lambda \\ y(\lambda) = \frac{1}{2}L - P\lambda \\ z(\lambda) = \frac{7}{3}L + 2P\lambda \end{cases}$$

W odpowiedziach jest:

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{cases} x(\lambda) = -\frac{5}{3}L + P\lambda \\ y(\lambda) = L - P\lambda \\ z(\lambda) = \frac{4}{3}L + 2P\lambda \end{cases}$$

Piszemy więc:

$$\begin{cases} -\frac{5}{3}L + P\lambda & = & -\frac{7}{6}L + P\tilde{\lambda} \\ L - P\lambda & = & \frac{1}{2}L - P\tilde{\lambda} \\ \frac{4}{3}L + 2P\lambda & = & \frac{7}{3}L + 2P\tilde{\lambda} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{\lambda} = \lambda - \frac{1}{2}\frac{L}{P} \\ \tilde{\lambda} = \lambda - \frac{1}{2}\frac{L}{P} \\ \tilde{\lambda} = \lambda - \frac{1}{2}\frac{L}{P} \end{cases}$$

Rozwiązanie jest poprawne.