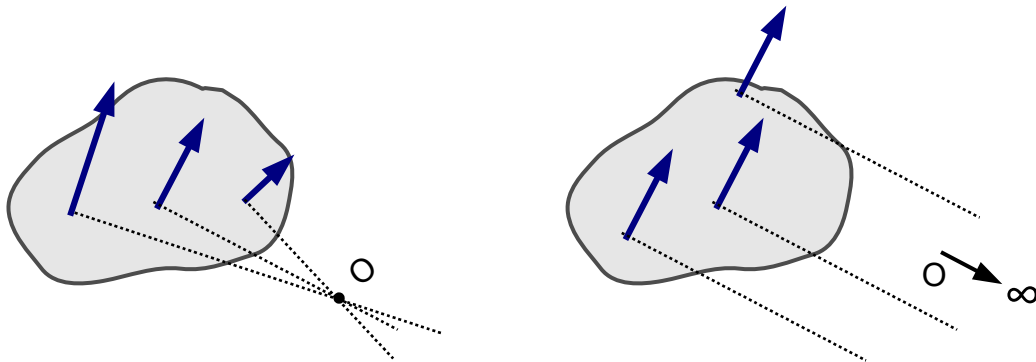


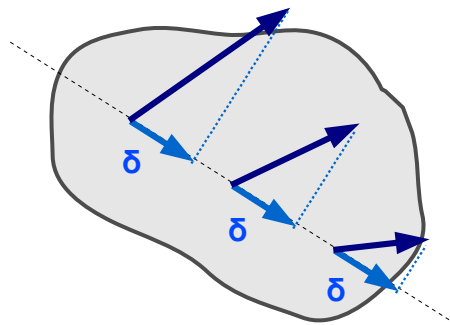
ZASADA PRAC WIRTUALNYCH

TWIERDZENIA O ROZKŁADZIE PRZEMIESZCZEŃ W BRYLE SZTYWNEJ

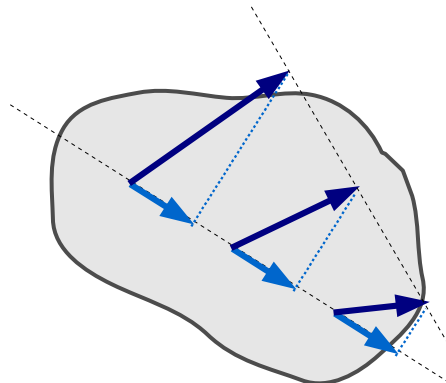
1. Dowolny ruch bryły sztywnej po płaszczyźnie w każdej chwili t można interpretować jako obrót wokół chwilowego środka obrotu.
 - Środek ten w każdej chwili t jest z reguły w innym miejscu – przemieszcza się.
 - Środek chwilowego obrotu może w szczególności znajdować się w nieskończoności na danym kierunku – obrót staje się wtedy przesunięciem równoległym (translacją) w kierunku prostopadłym do tego kierunku.



2. Dla punktów leżących na jednej prostej rzuty ich wektorów prędkości na kierunek tej prostej są równe.

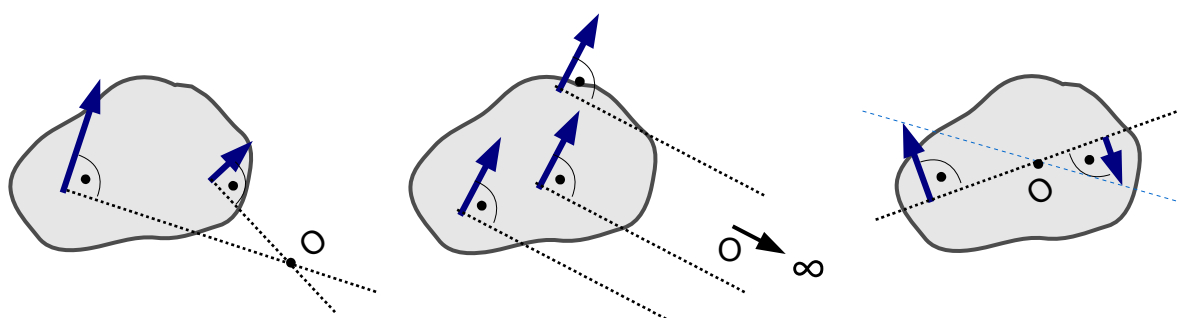


3. Dla punktów leżących na jednej prostej, końcówki ich wektorów prędkości również tworzą prostą, w ogólności różną od prostej, na której leżą punkty.

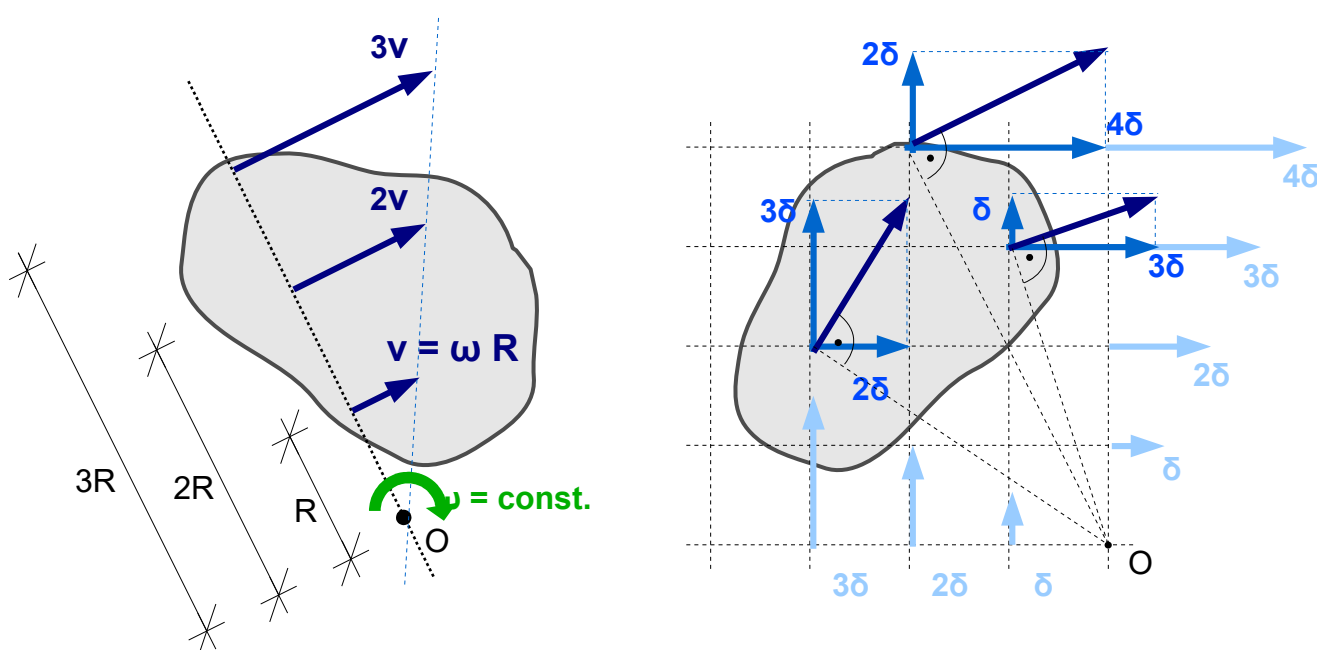


Stąd wypływają praktyczne wnioski:

1. Wektor prędkości w danym punkcie jest zawsze prostopadły, do prostej łączącej ten punkt ze środkiem chwilowego obrotu.
2. Jeśli znamy kierunki wektorów prędkości w dwóch punktach nie leżących na prostej prostopadłej do tych kierunków, to środek chwilowego obrotu leży na przecięciu się prostych prostopadłych do tych kierunków (w szczególności, gdy proste te są równoległe, ich punkt przecięcia jest w nieskończoności).
3. Jeśli znamy wektory prędkości w dwóch punktach leżących z prostej prostopadłej do kierunku tych prędkości, to środek chwilowego obrotu leży w punkcie przecięcia się tej prostej z prostą łączącą końcówki wektorów prędkości.



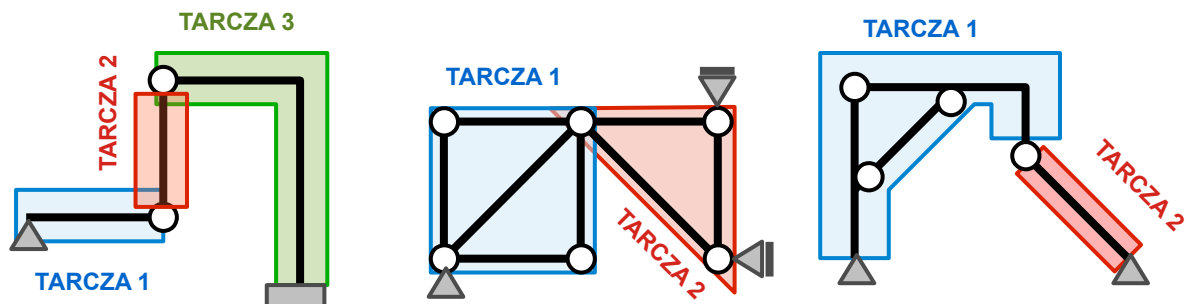
4. Wektory prędkości punktów leżących na jednej prostej łączącej je ze środkiem chwilowego obrotu mają długość proporcjonalną do odległości od tego środka.
5. Jeśli dla danej tarczy sztywnej na płaszczyźnie wyznaczmy środek chwilowego obrotu, to jesteśmy w stanie określić stosunki przemieszczeń wszystkich punktów tej tarczy.



SCHEMAT POSTĘPOWANIA PRZY ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z ZPW

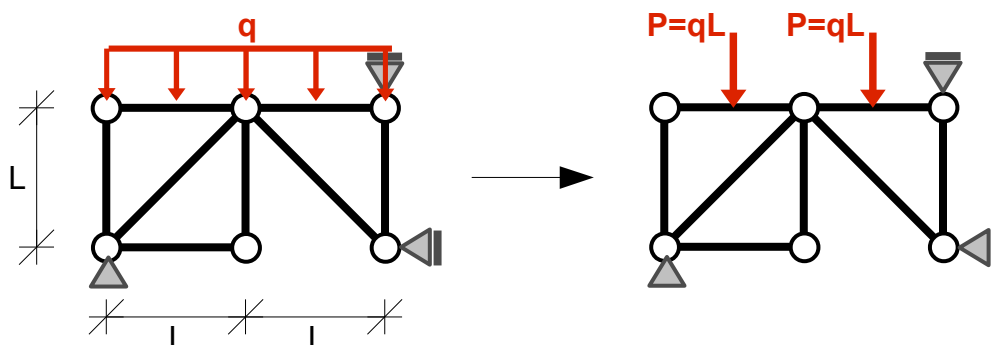
1. WYDZIELAMY W UKŁADZIE SZTYWNE TARCZE

- Tarczą sztywną jest każdy pojedynczy pręt (prosty lub zakrzywiony) a także każda trójka takich sztywnych tarcz połączonych trzema niewspółliniowymi przegubami

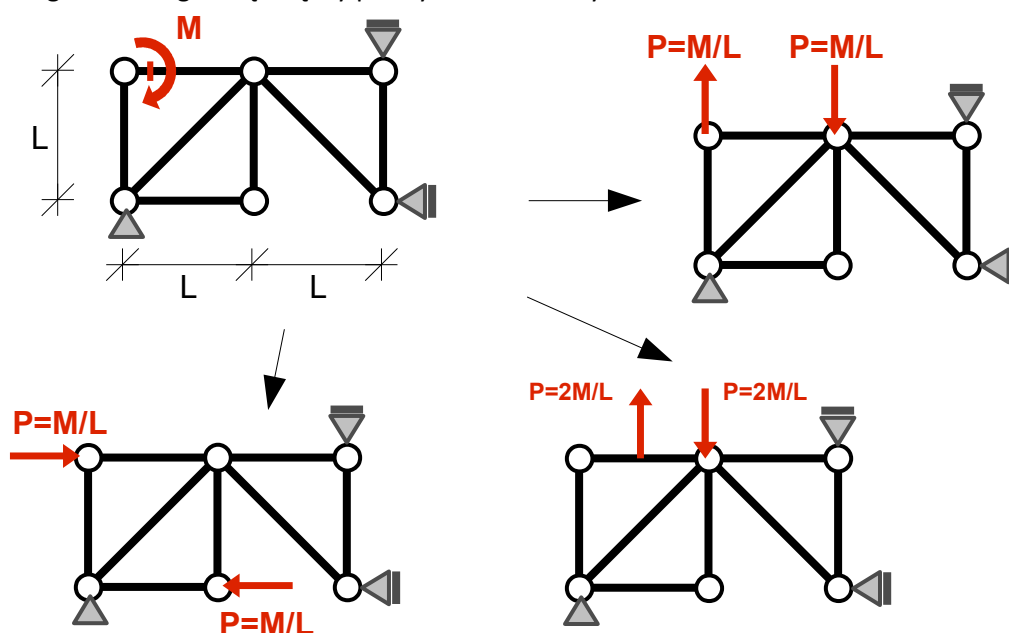


2. ZAMIENIAMY CAŁE OBCIĄŻENIE ZEWNĘTRZNE NA UKŁAD SIŁ SKUPIONYCH

- Obciążenie ciągłe dzielimy na fragmenty działające na poszczególne tarcze sztywne i każdy z tych fragmentów zastępujemy odpowiednią wypadkową

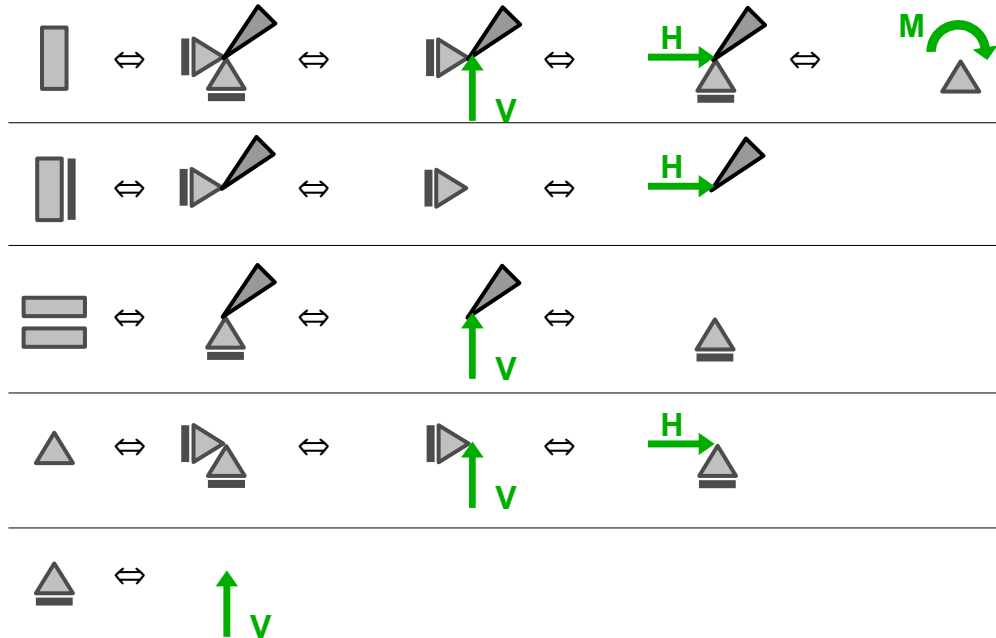


- Momenty skupione rozkładamy na parę sił skupionych (dwie siły o równych wartościach ale o przeciwnych zwrotach, działające wzdłuż rozłącznych prostych równoległych). Siły tej pary możemy przyłożyć gdziekolwiek na tarczy sztywnej, do której przyłożony został ten moment skupiony. Wartości sił pary mają być równe $P = M / d$, gdzie M jest wartością momentu skupionego a d odległością między prostymi działania tych sił.

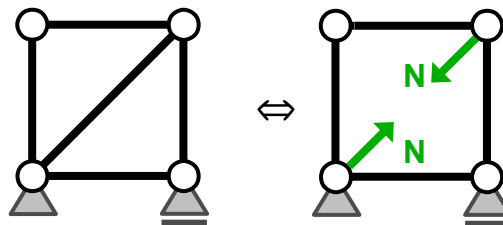


3. ZWALNIAMY WIĘZ NA KIERUNKU POSZUKIWANEJ SIŁY

- Jeśli poszukujemy reakcji podporowej, to podporę zastępujemy odpowiednią inną podporą (ze zwolnioną więzią) z dodatkową nieznaną reakcją

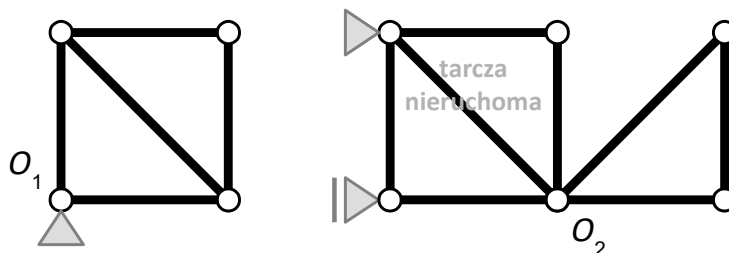


- Jeśli poszukujemy siły w pręcie kratowym, zastępujemy pręt układem dwóch zbieżnych sił przyłożonych odpowiednio w punktach końcowych usuwanego pręta.

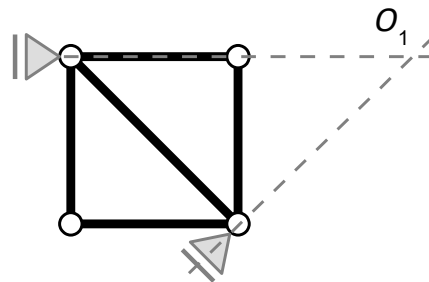


4. DLA KAŻDEJ SZTYWNEJ TARCZY, KTÓRA NIE JEST CAŁKOWICIE UNIERUCHOMIONA, POSZUKUJEMY JEJ ŚRODKA CHWILOWEGO OBROTU

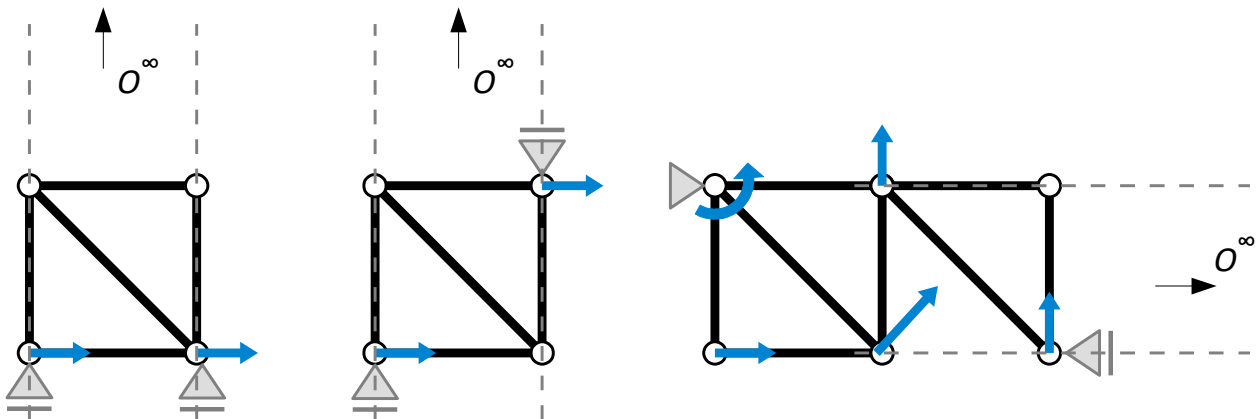
- Jeśli w tarczy, której nie odebrano wszystkich stopni swobody znajdziemy jeden punkt nieruchomy (np. podpora przegubowa nieprzesuwana lub połączenie przegubowe z inną, nieruchomą tarczą), to punkt ten jest środkiem chwilowego obrotu



- Środek chwilowego obrotu znajduje się w punkcie przecięcia prostych prostopadłych do kierunków dwóch dopuszczalnych przemieszczeń.

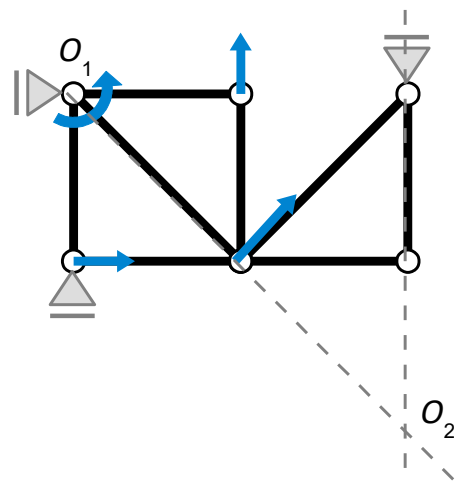


- Szczególnym przypadkiem jest środek chwilowego obrotu, znajdujący się w punkcie niewłaściwym w nieskończoności – tarcza wykonuje wtedy równoległe przesunięcie (translację). Sytuacja taka zachodzi gdy znajdziemy dwa punkty, które mają równoległe kierunki przemieszczenia dopuszczalnego i nie leżą na prostej prostopadłej do tego kierunku

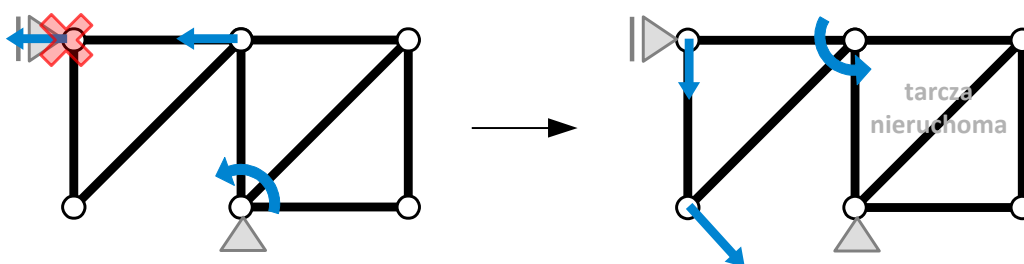


- ZADAJEMY PEWNE PRZEMIESZCZENIE WIRTUALNE (o dowolnym zwrocie i wartości) DLA JEDNEJ TARCZY (dowolnie wybranej), ZGODNE Z KIERUNKIEM PRZEMIESZCZENIA DOPUSZCZALNEGO.**
- ZGODNIE Z TWIERDZENIAMI O ROZKŁADZIE PRĘDKOŚCI W BRYLE SZTYWNEJ WYZNACZAMY PRZEMIESZCZENIA WIRTUALNE W POZOSTAŁYCH PUNKTACH TEGO UKŁADU.**

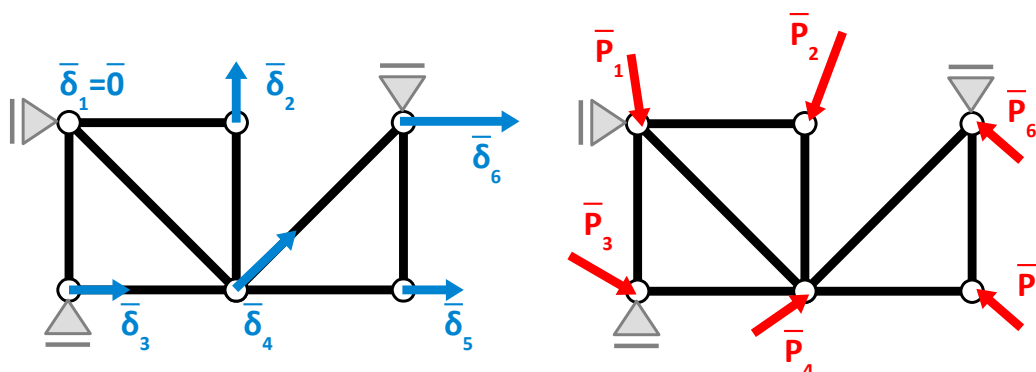
- w szczególności jeśli wyznaczymy przemieszczenia punktów pierwszej z tarcz, to przemieszczenia punktów, w których łączy się ona przegubowo z inną tarczą sztywną dają nam kierunki przemieszczeń dopuszczalnych dla tej drugiej tarczy. Jeśli znajdziemy kierunek przemieszczenia dopuszczalnego w jakimś innym punkcie tej drugiej tarczy (np. z uwagi na podporę lub połączenie przegubowe z kolejną tarczą o znanym rozkładzie przemieszczeń), to możemy wyznaczyć dla niej środek chwilowego obrotu.



- PO ZADANIU PIERWSZEGO PRZEMIESZCZENIA WIRTUALNEGO NIE MOŻNA JUŻ DOWOLNIE USTALIĆ PRZEMIESZCZENIA W INNEJ TARCZY – jeśli układ był stateczny i dodaliśmy mu jeden stopień swobody, to stopniem tym jest właśnie zadane na początku przemieszczenie – **WSZYSTKIE POZOSTAŁE MUSZĄ Z NIEGO WYNIKAĆ**.
- JEŚLI W TOKU WYZNACZANIA PRZEMIESZCZEŃ DOJDZIEMY DO SPRZECZNOŚCI (np. z twierdzenia o równości rzutów prędkości na prostą łączącą punkty jednej tarczy wynika, że powinna istnieć składowa na kierunku niedopuszczalnym w danym punkcie), **OZNACZA TO, ŻE ZAPROPONOWANY PLAN PRZEMIESZCZEŃ JEST NIEDOPUSZCZALNY – WRACAMY WTEDY DO PIERWSZEGO WYBRANEGO PRZEMIESZCZENIA I JEŚLI BYŁO JEDYNYM DOPUSZCZALNYM PRZEMIESZCZENIEM, TO PRZYJMUJEMY, ŻE CAŁA DANA TARCZA SZTYWNA JEST NIERUCHOMA. PRZY TYM NOWYM ZAŁOŻENIU WYZNACZAMY NOWE PRZEMIESZCZENIA W KOLEJNYCH TARCZACH.**



- PO WYZNACZENIU PEŁNEGO POLA PRZEMIESZCZEŃ WYZNACZAMY WARIACJĘ PRACY δL PRZY NIESKOŃCZENIE MAŁYM ZADANYM PRZEMIESZCZENIEM, JAKO SUMĘ ILOCZYNÓW SKALARNYCH WEKTORÓW PRZEMIESZCZENIA I WEKTORÓW OBCIĄŻENIA WE WSZYSTKICH PUNKTACH, W KTÓRYCH PRZYŁOŻONE ZOSTAŁO OBCIĄŻENIE.



$$\delta L = \sum_{i=1}^N \bar{\delta}_i \cdot \bar{P}_i = \sum_{i=1}^N (\delta_{i,x} P_{i,x} + \delta_{i,y} P_{i,y})$$

- UZYSKANĄ WIELKOŚĆ PRZYRÓWNUJEMY JĄ DO ZERA – OTRZYMANE RÓWNANIE MOŻNA PODZIELIĆ PRZEZ WIELKOŚĆ PIERWSZEGO ZADANEGO PRZEMIESZCZENIA (WSZYSTKIE SKŁADNIKI SĄ DO NIEGO PROPORCJONALNE) A NASTĘPNIEM WYZNACZAMY Z NIEGO JEDNĄ NIEZNANĄ REAKCJĘ.

