

RÓWNANIA DEFORMACJI

$$x_1 := 2 \cdot X_1 - X_2$$

$$x_2 := 2 \cdot X_1 + 4 \cdot X_2$$

GRADIENT DEFORMACJI

$$F := \begin{pmatrix} \frac{d}{dX_1} x_1 & \frac{d}{dX_2} x_1 \\ \frac{d}{dX_1} x_2 & \frac{d}{dX_2} x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

TENSOR DEFORMACJI

$$C := F^T \cdot F = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}$$

WARTOŚCI WŁASNE TENSORA DEFORMACJI

$$c_1 := \frac{C_{11} + C_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{22}}{2}\right)^2 + (C_{12})^2} = 20 \quad c_2 := \frac{C_{11} + C_{22}}{2} - \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{22}}{2}\right)^2 + (C_{12})^2} = 5$$

WEKTORY WŁASNE

$$\varphi := \arctg\left(\frac{C_{12}}{c_1 - C_{22}}\right) = 63,4349 \text{ deg}$$

$$v_1 := (\cos(\varphi) \quad \sin(\varphi)) = (0,4472 \quad 0,8944)$$

$$v_2 := (-\sin(\varphi) \quad \cos(\varphi)) = (-0,8944 \quad 0,4472)$$

MACIERZ PRZEJŚCIA

$$A := \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4472 & 0,8944 \\ -0,8944 & 0,4472 \end{pmatrix}$$

**TENSOR DEFORMACJI
W UKŁADZIE OSI WŁASNYCH**

$$\begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

**TENSOR ROZCIĄNIĘCIA
W UKŁADZIE OSI WŁASNYCH**

$$U := \begin{pmatrix} \sqrt{c_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{c_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,4721 & 0 \\ 0 & 2,2361 \end{pmatrix}$$

**ODWROTNOŚĆ TENSORA ROZCIĄNIĘCIA
W UKŁADZIE OSI WŁASNYCH**

$$iU := \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{c_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{c_2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2236 & 0 \\ 0 & 0,4472 \end{pmatrix}$$

**TENSOR ROZCIĄNIĘCIA
W PODSTAWOWYM UKŁADZIE WSPÓŁRZĘDNYCH**

$$U := A^T \cdot U \cdot A = \begin{pmatrix} 2,6833 & 0,8944 \\ 0,8944 & 4,0249 \end{pmatrix}$$

**ODWROTNOŚĆ TENSORA ROZCIĄNIĘCIA
W PODSTAWOWYM UKŁADZIE WSPÓŁRZĘDNYCH**

$$iU := A^T \cdot iU \cdot A = \begin{pmatrix} 0,4025 & -0,0894 \\ -0,0894 & 0,2683 \end{pmatrix}$$

TENSOR OBROTU

$$R := F \cdot iU = \begin{pmatrix} 0,8944 & -0,4472 \\ 0,4472 & 0,8944 \end{pmatrix}$$

SPRAWDZENIE

$$|R| = 1$$

$$U^T \cdot U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F - R \cdot U = \begin{pmatrix} 6,8336 \cdot 10^{-15} & 8,0301 \cdot 10^{-15} \\ 8,0647 \cdot 10^{-15} & -7,3734 \cdot 10^{-15} \end{pmatrix}$$