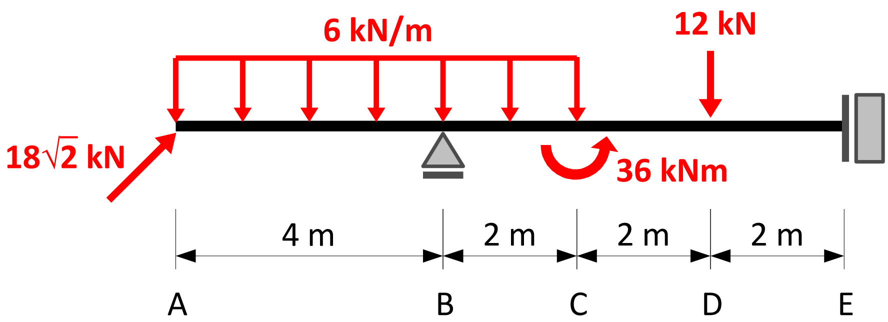
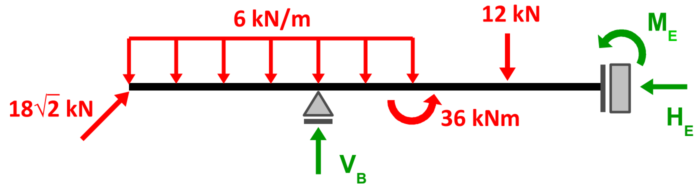
Wyznaczyć reakcje podporowe oraz rozkład sił przekrojowych w belce jak na rysunku



ROZWIĄZANIE:

Wyznaczamy reakcje podporowe:



$$\Sigma Y = 0: \quad +18 - H_E = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_E = 18 \text{ kN}}$$

$$\Sigma Y = 0: \quad +18 + V_B - 6 \cdot 6 - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_B = 30 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0: \quad -18 \cdot 4 + 6 \cdot 6 \cdot 1 + 36 - 12 \cdot 4 + M_E = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_E = 48 \text{ kNm}}$$

<u>Przedział AB</u>: $x \in (0\ ;\ 4)$ - redukcja układu sił z lewej strony

$$\begin{cases} N_{AB}(x) = -18 \\ Q_{AB}(x) = 18 - 6x \\ M_{AB}(x) = 18x - 6 \cdot x \cdot \dfrac{x}{2} = 18x - 3x^2 \end{cases}$$

Poszukujemy ekstremum rozkładu momentów pod obciążeniem ciągłym:

$Q_{AB}(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 18 - 6x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 3 \text{ m}, \quad x_0 \in AB$, ekstremum istnieje.

Wartość ekstremum lokalnego $M_{AB}(x_0) = 18 \cdot 3 - 3 \cdot 3^2 = 27\ [\text{kNm}]$

<u>Przedział BC</u>: $x \in (4\ ;\ 6)$ - redukcja układu sił z lewej strony

$$\begin{cases} N_{BC}(x) = -18 \\ Q_{BC}(x) = 18 - 6x + V_B = 18 - 6x + 30 = 48 - 6x \\ M_{BC}(x) = 18x - 6 \cdot x \cdot \dfrac{x}{2} + V_B(x-4) = 18x - 3x^2 + 30(x-4) = -3x^2 + 48x - 120 \end{cases}$$

Poszukujemy ekstremum rozkładu momentów pod obciążeniem ciągłym:

$Q_{BC}(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 48 - 6x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 8 \text{ m}, \quad x_0 \notin BC$, brak ekstremum.

Przedział CD: $x \in (6\ ;\ 8)$ - redukcja układu sił z prawej strony:

$$\begin{cases} N_{CD}(x) = -H_E = -18 \\ Q_{CD}(x) = 12 \\ M_{CD}(x) = -12(8-x) + M_E = -12(8-x) + 48 = 12x - 48 \end{cases}$$

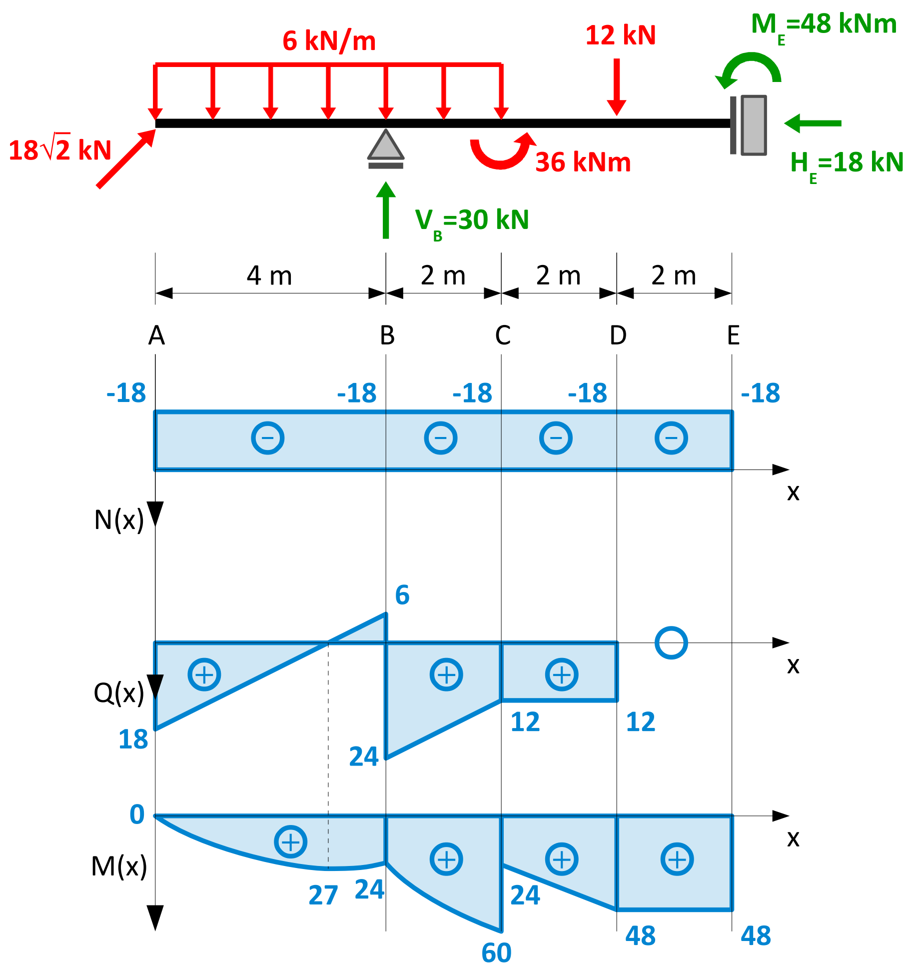
Przedział DE: $x \in (8\ ;\ 10)$ - redukcja układu sił z prawej strony:

$$\begin{cases} N_{DE}(x) = -H_E = -18 \\ Q_{DE}(x) = 0 \\ M_{DE}(x) = M_E = 48 \end{cases}$$

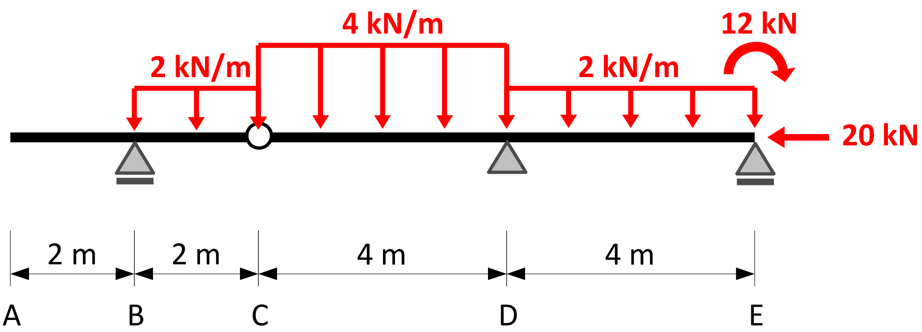
Wartości sił przekrojowych

	AB		BC		CD		DE	
	A	B	B	C	C	D	D	E
x	0	4	4	6	6	8	8	10
N	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-18
Q	18	-6	24	12	12	12	0	0
M	0	24	24	60	24	48	48	48

Wykresy sił przekrojowych:

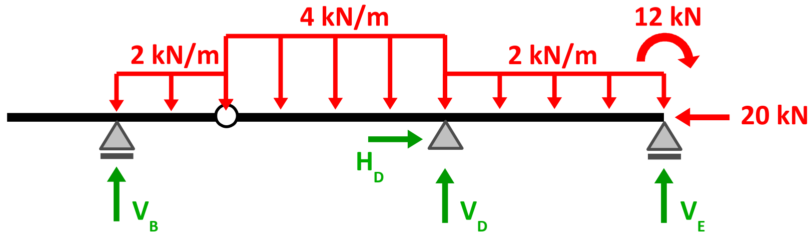


Wyznaczyć reakcje podporowe oraz rozkład sił przekrojowych w belce jak na rysunku



ROZWIĄZANIE:

Wyznaczamy reakcje podporowe:



$$\Sigma X = 0: \quad H_D - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_D = 20 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_C^{\leftarrow} = 0: \quad -V_B \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_B = 2 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_D = 0: \quad -V_B \cdot 6 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 + V_E \cdot 4 - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_E = -3 \text{ kN}}$$

$$\Sigma Y = 0: \quad V_B + V_D + V_E - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 4 - 2 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_D = 29 \text{ kN}}$$

<u>**Przedział AB**</u>: $x \in (0\ ;\ 2)$ - redukcja układu sił z lewej strony

$$\begin{cases} N_{AB}(x) = 0 \\ Q_{AB}(x) = 0 \\ M_{AB}(x) = 0 \end{cases}$$

<u>**Przedział BC**</u>: $x \in (2\ ;\ 4)$ - redukcja układu sił z lewej strony

$$\begin{cases} N_{BC}(x) = 0 \\ Q_{BC}(x) = V_B - 2 \cdot (x-2) = 2 - 2 \cdot (x-2) = 6 - 2x \\ M_{BC}(x) = V_B \cdot (x-2) - 2 \cdot (x-2) \cdot \dfrac{(x-2)}{2} = 2(x-2) - (x-2)^2 = -x^2 + 6x - 8 \end{cases}$$

Poszukujemy ekstremum rozkładu momentów pod obciążeniem ciągłym:

$Q_{BC}(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 6 - 2x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 3 \text{ m}, \quad x_0 \in BC$, ekstremum istnieje.

Wartość ekstremum lokalnego $M_{BC}(x_0) = 1 \text{ kNm}$

Przedział CD: $x \in (4\ ;\ 8)$ - redukcja układu sił z lewej strony

$$\begin{cases} N_{CD}(x) = 0 \\ Q_{CD}(x) = V_B - 2 \cdot 2 - 4 \cdot (x-4) = 14 - 4x \\ M_{CD}(x) = V_B \cdot (x-2) - 2 \cdot 2 \cdot (x-3) - 4 \cdot (x-4) \cdot \dfrac{(x-4)}{2} = -2x^2 + 14x - 24 \end{cases}$$

Poszukujemy ekstremum rozkładu momentów pod obciążeniem ciągłym:

$Q_{CD}(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 14 - 4x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 3{,}5\ \mathrm{m}, \quad x_0 \notin CD$, brak ekstremum.

Przedział DE: $x \in (8\ ;\ 12)$ - redukcja układu sił z prawej strony

$$\begin{cases} N_{DE}(x) = -20 \\ Q_{DE}(x) = -V_E + 2 \cdot (12-x) = 27 - 2x \\ M_{DE}(x) = -12 + V_E \cdot (12-x) - 2 \cdot (12-x) \cdot \dfrac{(12-x)}{2} = -x^2 + 27x - 192 \end{cases}$$

Poszukujemy ekstremum rozkładu momentów pod obciążeniem ciągłym:

$Q_{DE}(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 27 - 2x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 13{,}5\ \mathrm{m}, \quad x_0 \notin DE$, brak ekstremum.

Wartości sił przekrojowych

	AB		BC		CD		DE	
	A	B	B	C	C	D	D	E
x	0	2	2	4	4	8	8	12
N	0	0	0	0	0	0	-20	-20
Q	0	0	2	-2	-2	-18	11	3
M	0	0	0	0	0	-40	-40	-12

Wykresy sił przekrojowych: