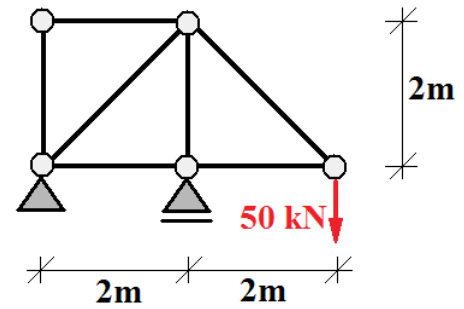


ZADANIE 4.1

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:

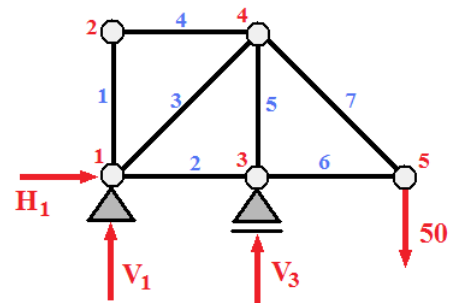


Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty.
Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

$$\begin{aligned}\Sigma X &= H_1 = 0 \\ \Sigma M_1 &= V_3 \cdot 2 - 50 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_3 = 100 \\ \Sigma Y &= V_1 + V_3 - 50 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 = -50\end{aligned}$$

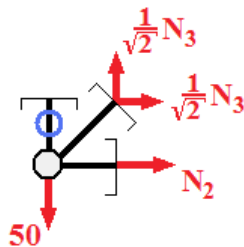
Z twierdzeń o prętach zerowych mamy:

$$\begin{aligned}N_1 &= 0 \\ N_4 &= 0\end{aligned}$$



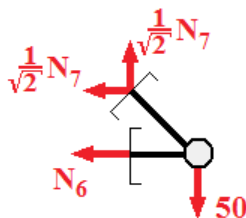
Aby skorzystać np. z metody równoważenia węzłów, musimy znaleźć takie węzły kratownicy, w których występują maksymalnie dwie niewiadome siły osiowe – takimi węzłami są węzły nr 1 (ponieważ pręt 1 jest prętem zerowym) oraz węzeł 5.

Z równań równowagi zapisanych dla **węzła 1**, po rozłożeniu wszystkich sił na składowe pionowe i poziome (wszystkie pręty ukośne nachylone są pod kątem 45°) oraz uwzględnieniu wszystkich sił (obciążenia i reakcji) przyłożonych w węzle, otrzymujemy:



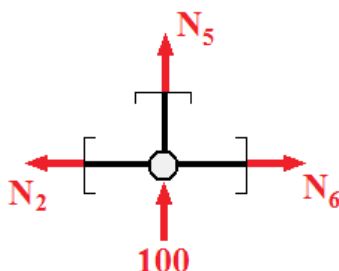
$$\begin{cases} \Sigma X = N_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 \\ \Sigma Y = -50 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_3 = 50\sqrt{2} \\ N_2 = -50\sqrt{2} \end{cases}$$

Z równowagi **węzła 5**:



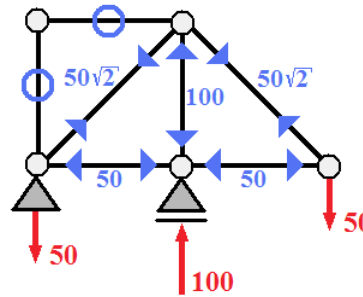
$$\begin{cases} \Sigma X = -N_6 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 \\ \Sigma Y = -50 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_7 = 50\sqrt{2} \\ N_6 = -50\sqrt{2} \end{cases}$$

Ostatnią nieznaną siłę wyznaczamy np. z równowagi **węzła 3**:



$$\Sigma Y = N_5 + 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_5 = -100$$

Rozkład sił przekrojowych w kratownicy:

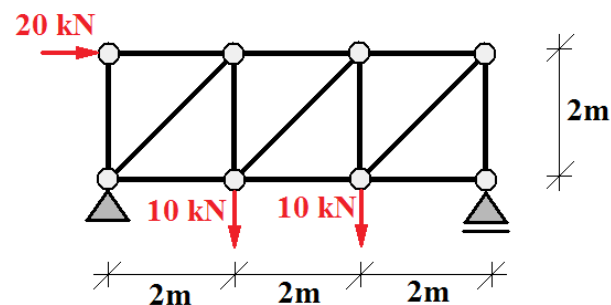


Sprawdzenie równowagi węzła, który nie był dotąd wykorzystany może posłużyć za sprawdzenie poprawności rozwiązania zadania. Dla węzła 4 otrzymujemy:

$$\begin{cases} \Sigma X = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_3 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 = -\frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0 \\ \Sigma Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_3 - N_5 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 = -\frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - (-100) - \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

ZADANIE 4.2

Wyznaczyc siły w prętach kratownicy jak na rysunku:

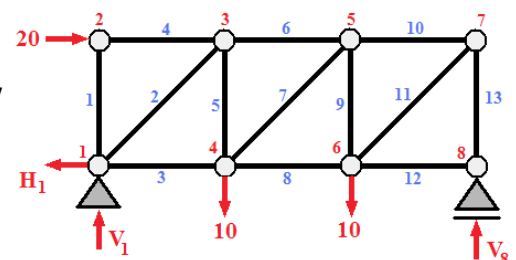


Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty.
Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 20 - H_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad H_1 = 20 \\ \Sigma M_1 &= -20 \cdot 2 - 10 \cdot 2 - 10 \cdot 4 + V_8 \cdot 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_8 \approx 16,667 \\ \Sigma Y &= V_1 + V_8 - 10 - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 \approx 3,333 \end{aligned}$$

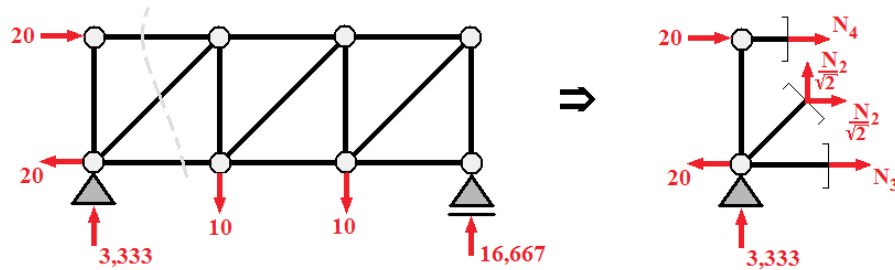
Z twierdzeń o prętach zerowych mamy:

$$\begin{aligned} N_1 &= 0 \\ N_{12} &= 0 \end{aligned}$$



Jeśli da się rozdzielić kratownicę dokonując rozcięcia maksymalnie trzech prętów, w których występują nieznanne siły osiowe, to siły te można wyznaczyć na podstawie równań równowagi zapisanych dla dowolnej z rozdzielonych części kratownicy. Metoda ta nazywana jest metodą cięć lub metodą Rittera.

Dokonujemy cięcia przez pręty 2, 3, 4 – równoważymy układ sił przyłożony do lewej części konstrukcji.

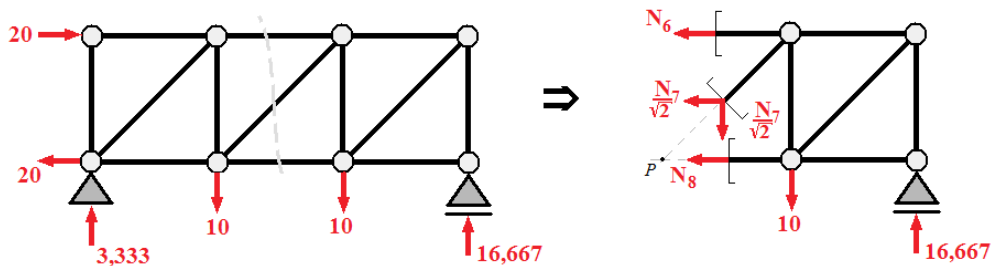


$$\Sigma Y = 3,333 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = -3,333 \sqrt{2} \approx -4,714$$

$$\Sigma M_1 = -20 \cdot 2 - N_4 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_4 = -20$$

$$\Sigma X = 20 - 20 + N_4 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_2 + N_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_3 \approx 23,333$$

Dokonujemy cięcia przez pręty 6, 7, 8 – równoważymy układ sił przyłożony do prawej części konstrukcji.

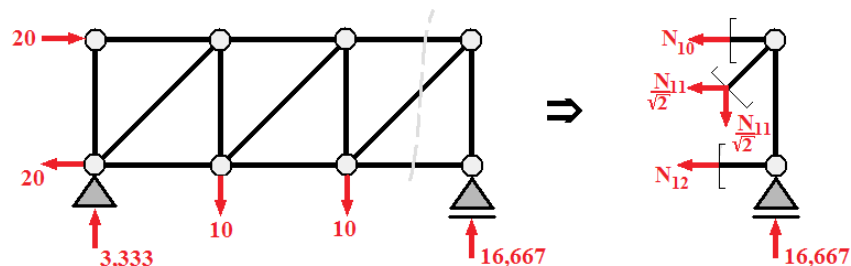


$$\Sigma Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_7 - 10 + 16,667 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_7 = 6,667 \sqrt{2} \approx 9,428$$

$$\Sigma M_P = N_6 \cdot 2 - 10 \cdot 2 + 16,667 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_6 = -23,333$$

$$\Sigma X = -N_6 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 - N_8 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_8 = 16,667$$

Dokonujemy cięcia przez pręty 10, 11, 12 – równoważymy układ sił przyłożony do prawej części konstrukcji.



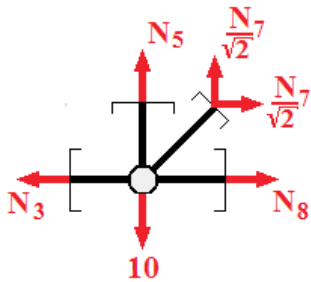
$$\Sigma Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{11} + 16,667 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{11} = 16,667 \sqrt{2} \approx 23,571$$

$$\Sigma M_7 = N_{12} \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{12} = 0$$

$$\Sigma X = -N_{10} - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{11} - N_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{10} = -16,667$$

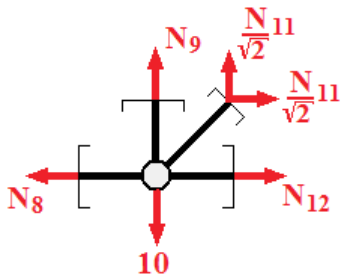
Pozostałe niewiadome siły znajdujemy poprzez równoważenie węzłów.

Wartość siły osiowej w pręcie 5 znajdujemy z warunków równowagi dla węzła 4:



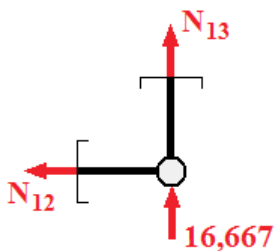
$$\Sigma Y = N_5 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_5 \approx 3,333$$

Wartość siły osiowej w pręcie 9 znajdujemy z warunków równowagi dla węzła 6:



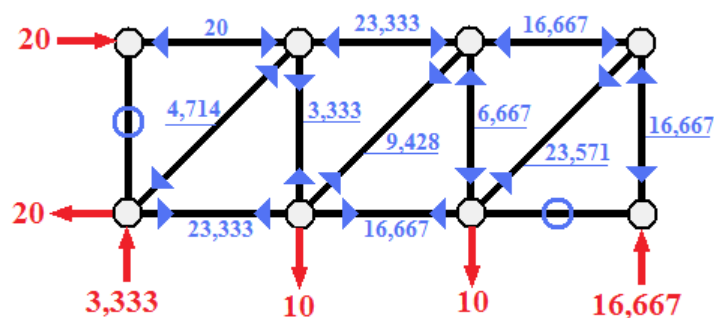
$$\Sigma Y = N_9 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{11} - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_9 \approx -6,667$$

Wartość siły osiowej w pręcie 13 znajdujemy z warunków równowagi dla węzła 8:



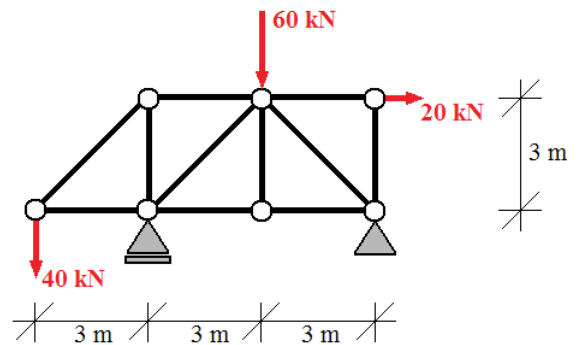
$$\Sigma Y = N_{13} + 16,667 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{13} = -16,667$$

Rozkład sił osiowych w kratownicy:



ZADANIE 4.3

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:

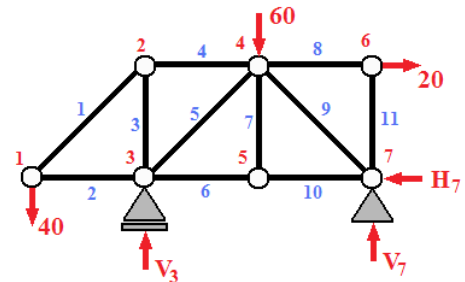


Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty.
Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

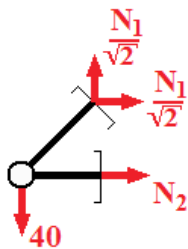
$$\begin{aligned}\Sigma X &= 20 - H_7 = 0 \quad \Rightarrow \quad H_7 = 20 \\ \Sigma M_7 &= 40 \cdot 9 - V_3 \cdot 6 + 60 \cdot 3 - 20 \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_3 = 80 \\ \Sigma Y &= V_3 + V_7 - 40 - 60 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_7 = 20\end{aligned}$$

Z twierdzeń o prętach zerowych mamy:

$$\begin{aligned}N_7 &= 0 \\ N_{11} &= 0\end{aligned}$$

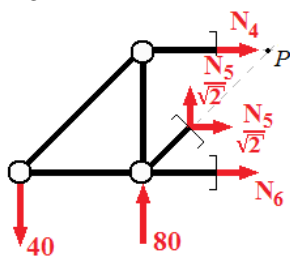


Siły w prętach 1 i 2 znajdujemy z warunków równowagi węzła 1:



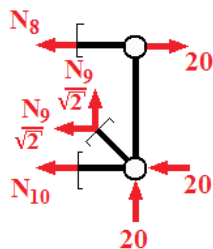
$$\begin{cases} \Sigma Y = -40 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 = 0 \\ \Sigma X = N_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 40\sqrt{2} \\ N_2 = -40 \end{cases}$$

Siły w prętach 4, 5, 6 znajdujemy metodą Rittera - równoważymy układ sił z lewej strony:



$$\begin{aligned}\Sigma M_P &= N_6 \cdot 3 - 80 \cdot 3 + 40 \cdot 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_6 = 0 \\ \Sigma Y &= -40 + 80 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_5 = -40\sqrt{2} \\ \Sigma X &= N_4 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 + N_6 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_4 = 40\end{aligned}$$

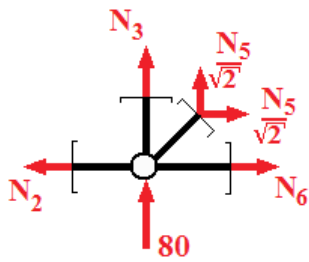
Siły w prętach 8, 9, 10 znajdujemy metodą Rittera - równoważymy układ sił z prawej strony:



$$\begin{aligned}\Sigma M_7 &= N_8 \cdot 3 - 20 \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_8 = 20 \\ \Sigma Y &= \frac{1}{\sqrt{2}} N_9 + 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_9 = -20\sqrt{2} \\ \Sigma X &= -N_8 + 20 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_9 - N_{10} - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{10} = 0\end{aligned}$$

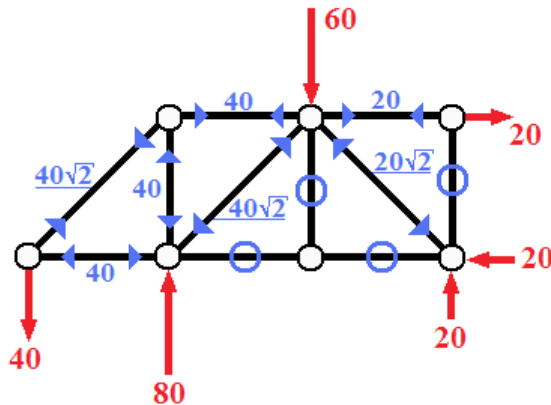
Można zauważyć, że węzeł 7 w specyficzny sposób spełnia warunki twierdzenia o prętach zerowych: wypadkowa reakcja jest równoległa do pręta 9 a ponadto, ponieważ pręt 11 jest prętem zerowym, więc z punktu widzenia statyki (układu sił w węźle 7) można go pominąć. Mamy wtedy węzeł z dwoma siłami, obciążony równoległe do jednego z prętów - stąd pręt 10 musi być prętem zerowym.

Ostatnią niewiadomą siłę w pręcie 3 znajdujemy z warunków równowagi węzła 3:



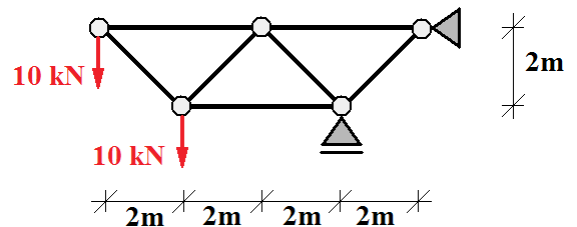
$$\Sigma Y = N_3 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 + 80 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_3 = -40$$

Rozkład sił osiowych w kratownicy:



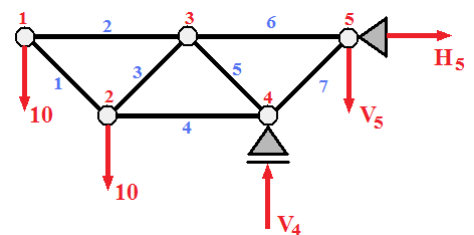
ZADANIE 4.5

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:



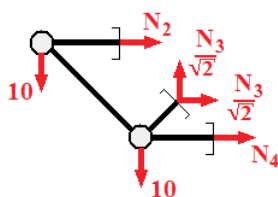
Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty. Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

$$\begin{aligned} \Sigma X &= H_5 = 0 \\ \Sigma M_5 &= 10 \cdot 8 + 10 \cdot 6 - V_4 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_4 = 70 \\ \Sigma Y &= -10 - 10 + V_4 - V_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_5 = 50 \end{aligned}$$



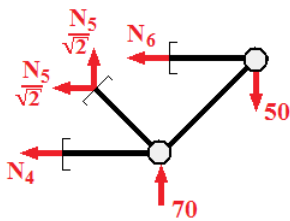
Nie można wskazać prętów zerowych.

Siły w prętach 2, 3, 4 znajdujemy metodą Rittera – równoważymy układ sił z lewej strony:



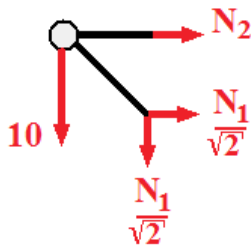
$$\begin{aligned} \Sigma M_2 &= -N_2 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = 10 \\ \Sigma Y &= -10 - 10 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_3 = 20\sqrt{2} \\ \Sigma X &= N_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 + N_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_4 = -30 \end{aligned}$$

Siły w prętach 5, 6 znajdujemy metodą Rittera - równoważymy układ sił z lewej strony:



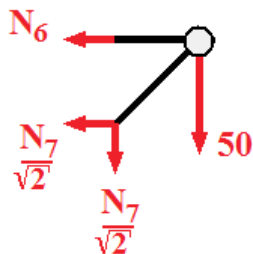
$$\begin{aligned} \Sigma M_4 &= N_6 \cdot 2 - 50 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_6 = 50 \\ \Sigma Y &= \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 + 70 - 50 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_5 = -20\sqrt{2} \end{aligned}$$

Siłę w pręcie 1 znajdujemy na podstawie warunków równowagi węzła 1:



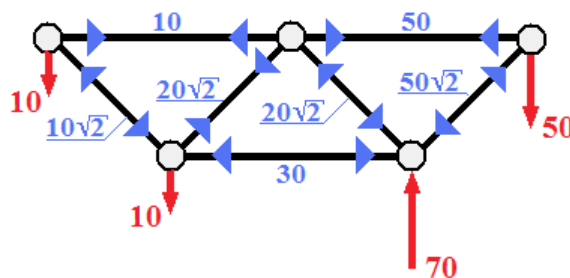
$$\Sigma Y = -10 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = -10\sqrt{2}$$

Siłę w pręcie 7 znajdujemy na podstawie warunków równowagi węzła 5:



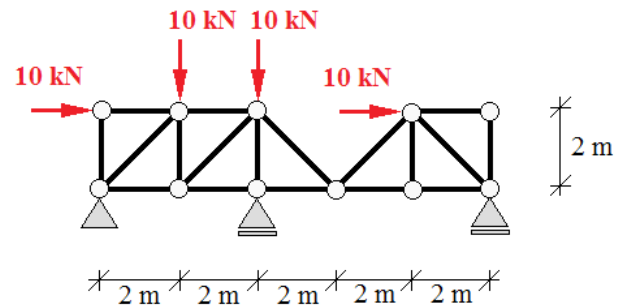
$$\Sigma Y = -50 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_7 = -50\sqrt{2}$$

Rozkład sił osiowych w kratownicy:

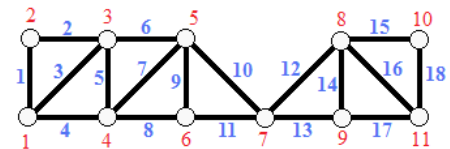


ZADANIE 4.5

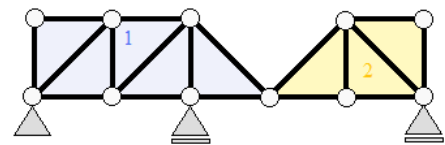
Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:



Numerujemy kolejno wszystkie węzły i pręty



Konstrukcja składa się z dwóch tarcz połączonych przegubem w węzle nr 7. Do wyznaczenia reakcji podporowych dysponujemy zatem dodatkowym równaniem równowagi momentów z jednej strony przegubu.



Rakcje:

$$\sum X=0:$$

$$10+10-H_1=0 \Rightarrow H_1=20$$

$$\sum M_7^P=0:$$

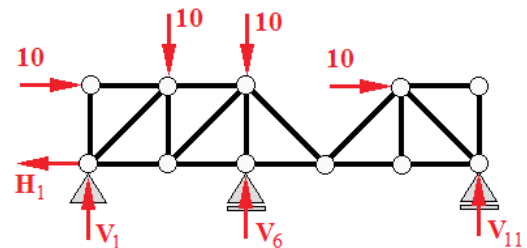
$$-10 \cdot 2 + V_{11} \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_{11}=5$$

$$\sum M_6=0:$$

$$-10 \cdot 2 + 10 \cdot 2 - 10 \cdot 2 - V_1 \cdot 4 + V_{11} \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_1=2,5$$

$$\sum Y=0:$$

$$V_1 + V_6 + V_{11} - 10 - 10 = 0 \Rightarrow V_6=12,5$$

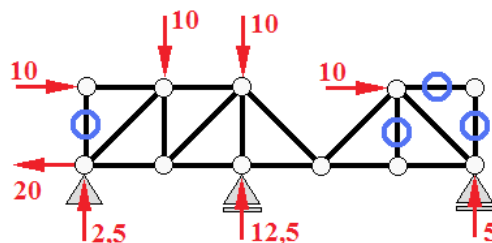


Sprawdzenie:

$$\sum M_7^L=0:$$

$$-10 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 10 \cdot 2 - V_1 \cdot 6 - V_6 \cdot 2 = -20 + 40 + 20 - 15 - 25 = 0$$

Pręty zerowe:

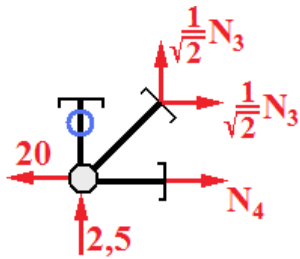


$$N_1=0$$

$$N_{15}=0$$

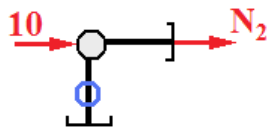
$$N_{18}=0$$

Poszukujemy węzłów, w których występują maksymalnie dwie niewiadome siły w prętach. Takimi węzłami są węzły nr 1, 2, 8 oraz 11.



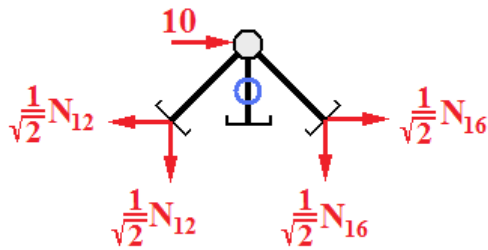
węzeł 1

$$\begin{cases} \sum X = -20 + N_4 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 = 0 \\ \sum Y = 2,5 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_4 = 22,5 \\ N_3 = -2,5\sqrt{2} \end{cases}$$



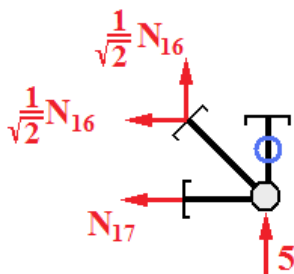
węzeł 2

$$\begin{cases} \sum X = 10 + N_2 = 0 \\ \sum Y = 0 \end{cases} \Rightarrow N_2 = -10$$



węzeł 8

$$\begin{cases} \sum X = 10 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{16} = 0 \\ \sum Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{12} - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{16} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{12} = 5\sqrt{2} \\ N_{16} = -5\sqrt{2} \end{cases}$$

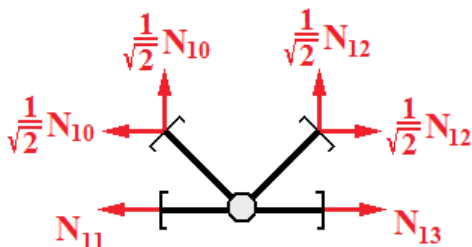


węzeł 11

$$\begin{cases} \sum X = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{16} - N_{17} = 0 \\ \sum Y = 5 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{16} = 0 \end{cases} \Rightarrow N_{11,9} = -\frac{N_{16}}{\sqrt{2}} = 5$$

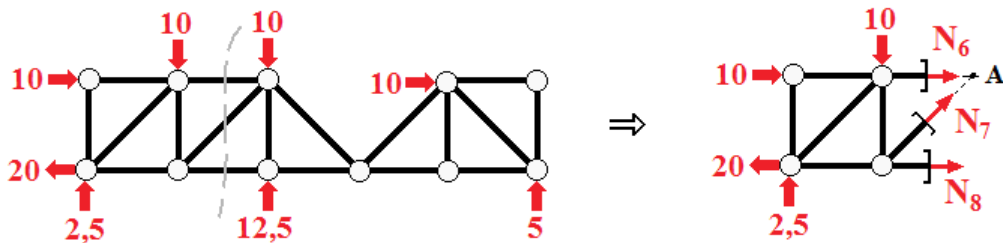
Z równowagi **węzła 9** łatwo zauważyć, że $N_{13} = N_{17} = 5$.

Z równowagi **węzła 7** otrzymujemy:



$$\begin{cases} \sum X = -N_{11} + N_{13} - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{10} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{12} = 0 \\ \sum Y = \frac{1}{\sqrt{2}} N_{10} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{12} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{10} = -5\sqrt{2} \\ N_{11} = 15 \end{cases}$$

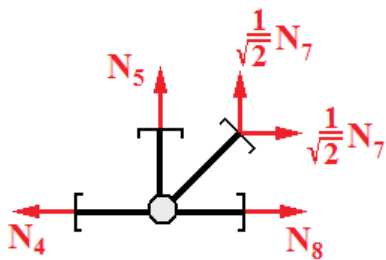
W celu znalezienia wartości sił przekrojowych N_6, N_7, N_8 możemy dokonać cięcia przez pręty odpowiadające tym siłom i rozpatrzyć równowagę jednej z części konstrukcji:



Z warunku równowagi części lewej otrzymujemy:

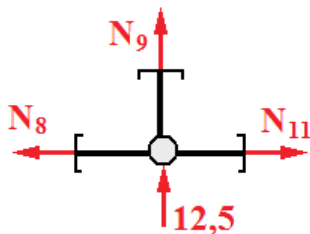
$$\begin{cases} \sum M_A = N_8 \cdot 2 + 10 \cdot 2 - 20 \cdot 2 - 2,5 \cdot 4 = 0 & \Rightarrow N_8 = 15 \\ \sum Y = 2,5 - 10 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 = 0 & \Rightarrow N_7 = 7,5\sqrt{2} \\ \sum M_4 = -N_6 \cdot 2 - 10 \cdot 2 - 2,5 \cdot 2 = 0 & \Rightarrow N_6 = -12,5 \end{cases}$$

Pozostałe dwie niewiadome siły znajdujemy z równowagi kolejnych węzłów



węzeł 4

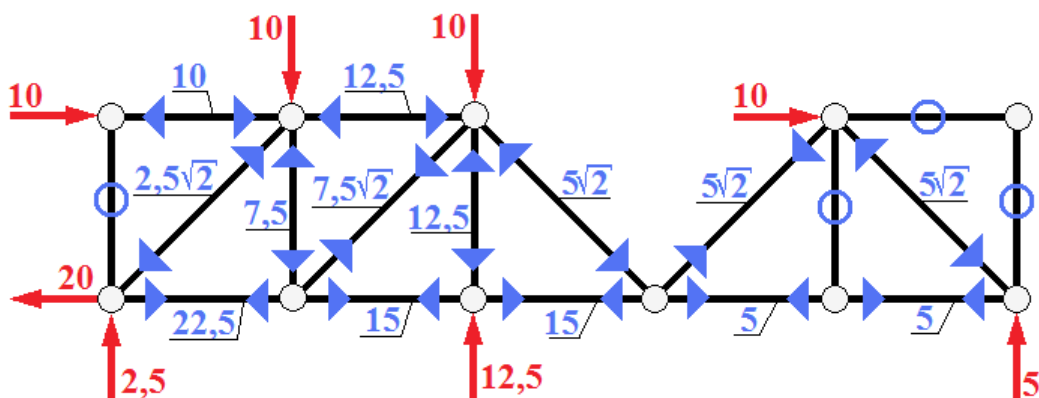
$$\sum Y = \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 + N_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{4,3} = -7,5$$



węzeł 6

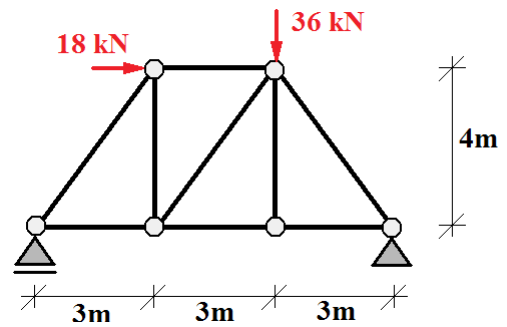
$$\sum Y = N_9 + 12,5 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_9 = -12,5$$

Ostatecznie rozkład sił osiowych w kratownicy ma następującą postać:



ZADANIE 4.6

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:

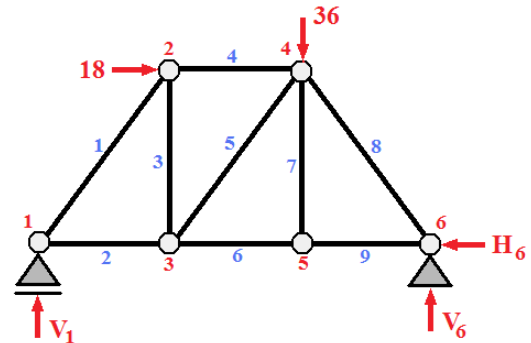


Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty.
Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 18 - H_6 = 0 &\Rightarrow H_6 &= 18 \\ \Sigma M_6 &= -V_1 \cdot 9 - 18 \cdot 4 + 36 = 0 &\Rightarrow V_1 &= 4 \\ \Sigma Y &= V_1 + V_6 - 36 = 0 &\Rightarrow V_6 &= 32\end{aligned}$$

Z twierdzeń o prętach zerowych mamy:

$$N_7 = 0$$



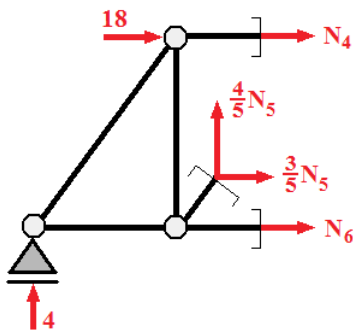
Pręty ukośne nachylone są do poziomu pod kątem

$$\varphi = \arctg \frac{4}{3} \approx 53,13^\circ$$

Funkcje trygonometryczne kąta nachylenia prętów:

$$\cos \varphi = \frac{3}{5} \quad \sin \varphi = \frac{4}{5}$$

Cięcie przez pręty 4, 5, 6:

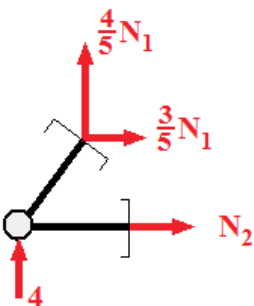


$$\Sigma M_3 = -18 \cdot 4 - 4 \cdot 3 - N_4 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_4 = -21$$

$$\Sigma Y = 4 + \frac{4}{5} N_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_5 = -5$$

$$\Sigma X = 18 + N_4 + \frac{3}{5} N_5 + N_6 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_6 = 6$$

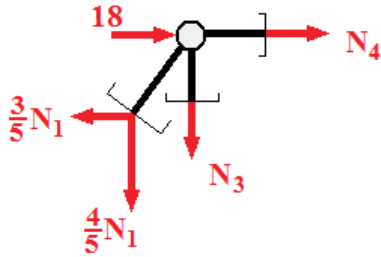
Równowaga węzła 1:



$$\Sigma Y = 4 + \frac{4}{5} N_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = -5$$

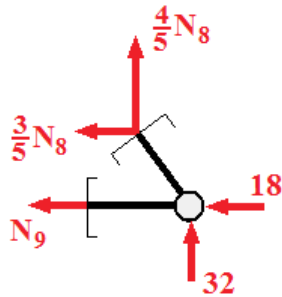
$$\Sigma X = N_2 + \frac{3}{5} N_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = 3$$

Równowaga węzła 2:



$$\sum Y = -\frac{4}{5}N_1 - N_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_3 = 4$$

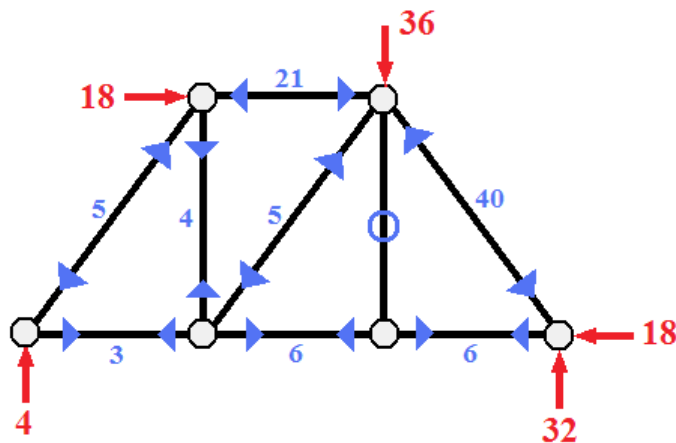
Równowaga węzła 6:



$$\sum Y = 32 + \frac{4}{5}N_8 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_8 = -40$$

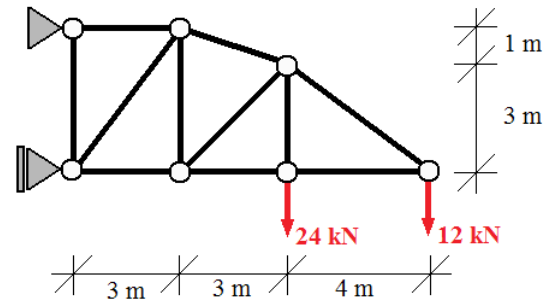
$$\sum X = -18 - N_9 - \frac{3}{5}N_8 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_9 = 6$$

Rozkład sił osiowych w kratownicy:



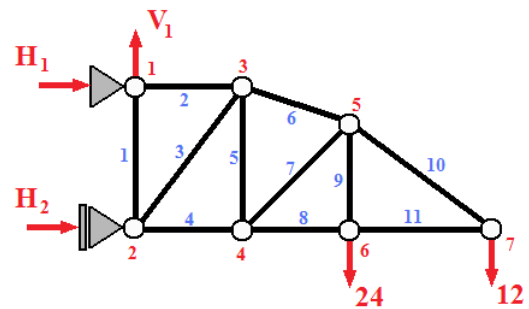
ZADANIE 4.7

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy jak na rysunku:



Numerujemy kolejno węzły i osobno pręty.
Następnie wyznaczamy reakcje podporowe

$$\begin{aligned}\Sigma Y &= V_1 - 24 - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 = 36 \\ \Sigma M_1 &= H_2 \cdot 4 - 24 \cdot 6 - 12 \cdot 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad H_2 = 66 \\ \Sigma X &= H_1 + H_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad H_1 = -66\end{aligned}$$

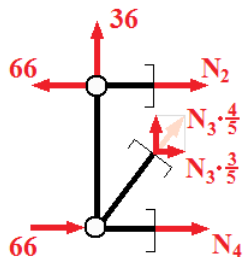


Nie można wskazać prętów zerowych.

Wyznaczamy funkcje trygonometryczne kątów nachylenia prętów ukośnych (3, 6, 7, 10) – bierzemy kąt ostry między osią pręta a kierunkiem poziomym.

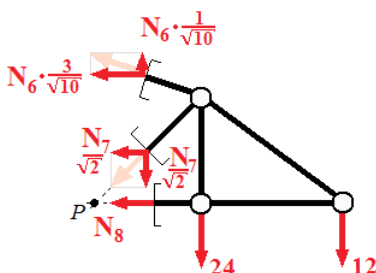
$$\begin{aligned}\text{Pręt 3:} \quad \cos \alpha_3 &= \frac{L_4}{L_3} = \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3}{5} & \sin \alpha_3 &= \frac{L_5}{L_3} = \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{4}{5} \\ \text{Pręt 6:} \quad \cos \alpha_6 &= \frac{L_8}{L_6} = \frac{3}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} & \sin \alpha_6 &= \frac{L_5-L_9}{L_6} = \frac{1}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \text{Pręt 7:} \quad \cos \alpha_7 &= \frac{L_8}{L_7} = \frac{3}{\sqrt{3^2+3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} & \sin \alpha_7 &= \frac{L_9}{L_7} = \frac{3}{\sqrt{3^2+3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{Pręt 10:} \quad \cos \alpha_{10} &= \frac{L_{10}}{L_{11}} = \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{4}{5} & \sin \alpha_{10} &= \frac{L_9}{L_{10}} = \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Dokonujemy cięcia przez pręty 2, 3, 4 (równowaga układu sił z lewej strony):



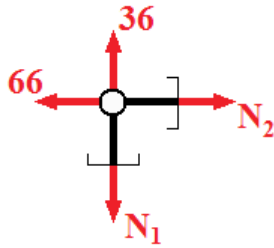
$$\begin{aligned}\Sigma Y &= 36 + \frac{4}{5} N_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_3 = -45 \\ \Sigma M_2 &= 61 \cdot 4 - N_2 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = 66 \\ \Sigma X &= 61 - 61 + N_2 + \frac{3}{5} N_3 + N_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_4 = -39\end{aligned}$$

Dokonujemy cięcia przez pręty 6, 7, 8 (równowaga układu sił z prawej strony):



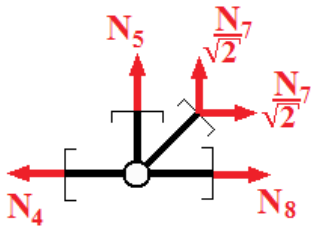
$$\begin{aligned}\Sigma M_5 &= -N_8 \cdot 3 - 12 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_8 = -16 \\ \Sigma M_P &= -24 \cdot 3 - 12 \cdot 7 + \frac{3}{\sqrt{10}} N_6 \cdot 3 + \frac{1}{\sqrt{10}} N_6 \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow \\ &\Rightarrow \quad N_6 = 13\sqrt{10} \\ \Sigma X &= -N_8 - \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 - \frac{3}{\sqrt{10}} N_6 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_7 = -23\sqrt{2}\end{aligned}$$

Z równowagi węzła 1:



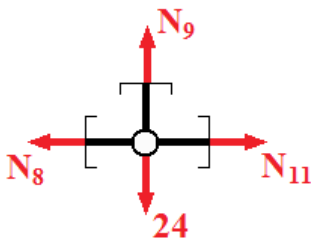
$$\begin{cases} \Sigma X = -66 + N_2 = 0 \\ \Sigma Y = 36 - N_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 = 66 \\ N_1 = 36 \end{cases}$$

Z równowagi węzła 4:



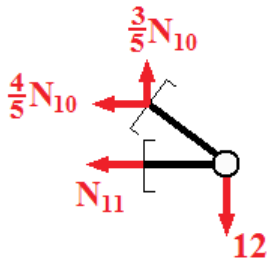
$$\Sigma Y = N_5 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_7 = 0 \Rightarrow N_5 = 23$$

Z równowagi węzła 6:



$$\Sigma Y = -24 + N_9 = 0 \Rightarrow N_9 = 24$$

Z równowagi węzła 7:



$$\begin{cases} \Sigma Y = -12 + \frac{3}{4} N_{10} = 0 \\ \Sigma X = -N_{11} - \frac{4}{5} N_{10} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{10} = 20 \\ N_{11} = -16 \end{cases}$$

Rozkład sił osiowych w kratownicy:

