

## NAJWAŻNIEJSZE WZORY:

### Połączenia na śruby, sworznie itp.

$P$  – siła obciążająca połączenie

$D$  – średnica łącznika

$t$  – grubość blachy

$n$  – liczba śrub

$m$  – liczba płaszczyzn ścinania

$k_s$  – wytrzymałość na ścinanie materiału łącznika

$k_d$  – wytrzymałość na docisk

$k_r$  – wytrzymałość na rozciąganie materiału blachy

Naprężenia przy zadanej sile $P$ i średnicy $D$	Wymagana średnica dla zadanej siły $P$	Nośność maksymalna dla zadanej średnicy $D$
<b>Ścinanie śruby</b>		
$\tau = \frac{4P}{nm\pi D^2} < k_s$	$D_{min} > \sqrt{\frac{4P}{nm\pi k_s}}$	$P_{max} < \frac{1}{4}nm\pi D^2 k_s$
<b>Uplastycznienie blachy wskutek docisku</b>		
$\sigma_d = \frac{P}{nDt_{min}} < k_d$	$D_{min} > \frac{P}{nt_{min}k_d}$	$P_{max} < nDt_{min}k_d$
<b>Zerwanie blachy w przekroju osłabionym</b>		
$\sigma_r = \frac{P_i}{A_{netto,i}} = \frac{P_i}{t(b-n_i D)} < k_r$	$D_{max} < \frac{1}{n_i} \left( b - \frac{P_i}{tk_r} \right)$	$P_{max} < k_r t (b - n_i D)$

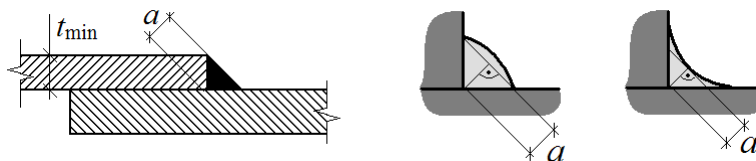
### Połączenia spawane

$a$  – grubość spoiny

$t$  – grubość blachy

$L$  – długość spoiny

$k_s$  – wytrzymałość na ścinanie materiału spoiny



Maksymalna grubość spoiny:

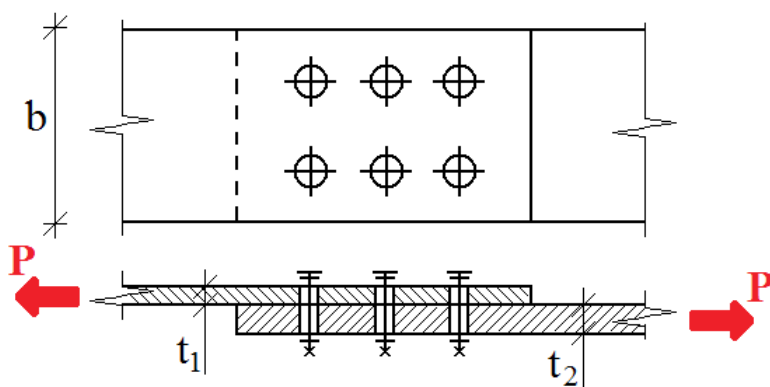
$$a_{max} = \frac{t_{min}}{\sqrt{2}}$$

Naprężenia w spoinie:

$$\tau = \frac{P}{aL} < k_s$$

### ZADANIE 11.1

Jaką maksymalną siłę rozciągającą może przenieść połączenie pokazane na rysunku.



Średnica śruby:  $d = 8 \text{ mm}$   
Szerokość blach:  $b = 70 \text{ mm}$   
Grubość blachy 1:  $t_1 = 8 \text{ mm}$   
Grubość blachy 2:  $t_2 = 12 \text{ mm}$

Wytrż. na rozcz.:  $k_r = 215 \text{ MPa}$   
Wytrż. na ścinanie:  $k_s = 125 \text{ MPa}$   
Wytrż. na docisk:  $k_d = 530 \text{ MPa}$

#### Ścięcie śruby

Ilość śrub:  $n = 6$

Ilość płaszczyzn ścinania:  $m = 1$

$$\tau_{max} = \frac{4P}{nm\pi d^2} < k_s \Rightarrow P < \frac{1}{4} k_s m n \pi d^2 = 37,70 \text{ kN}$$

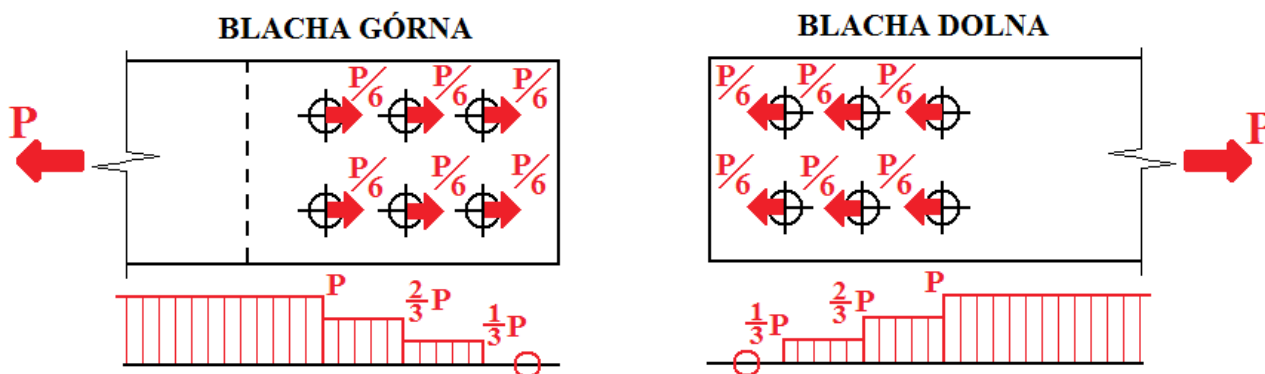
#### Docisk blachy

Upłastycznieniu wcześniej ulegnie blacha o mniejszej grubości  $t_{min} = t_1$

$$\sigma_d = \frac{P}{ndt_1} < k_d \Rightarrow P < k_d n d t_1 = 203,52 \text{ kN}$$

#### Zerwanie blachy

Rozkład sił w blachach:



Rozkład sił w blachach jest taki sam – zerwaniu wcześniej ulegnie blacha o mniejszej grubości. Każdy przekrój osłabiony jest tą samą ilością otworów na śruby. Pole przekroju netto odpowiadające maksymalnej sile rozciągającej:

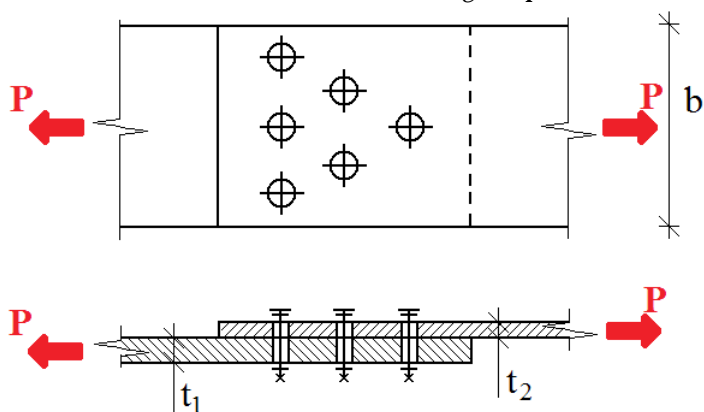
$$A_{netto} = t_1(b - 2d) = 4,32 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_r = \frac{P}{A_{netto}} < k_r \Rightarrow P < k_r A_{netto} = 92,88 \text{ kN}$$

Przekrój ma nośność równą 37,70 kN

### ZADANIE 11.2

Dobrać minimalną średnicę śruby w połączeniu obciążonym jak na rysunku.



Szerokość blachy:  $b = 120 \text{ mm}$   
Grubość blachy 1:  $t_1 = 8 \text{ mm}$   
Grubość blachy 2:  $t_2 = 5 \text{ mm}$

Obciążenie:  $P = 110 \text{ kN}$

Wytrż. na rozcz.:  $k_r = 215 \text{ MPa}$   
Wytrż. na ścin.:  $k_s = 120 \text{ MPa}$   
Wytrż. na docisk:  $k_d = 550 \text{ MPa}$

Całkowita ilość śrub:  $n=6$   
Liczba płaszczyzn ścinania:  $m=1$

### NOŚNOŚĆ ŚRUB NA ŚCINANIE

$$\tau = \frac{4P}{nm\pi d^2} < k_s \Rightarrow d > \sqrt{\frac{4P}{mn\pi k_s}} = 13,67 \text{ mm}$$

### NOŚNOŚĆ BLACHY NA DOCISK

Upłastycznieniu wskutek docisku przedzej ulegnie blacha cieńsza.  $t_{\min} = \min(t_1, t_2) = 5 \text{ mm}$

$$\sigma_d = \frac{P}{nd t_{\min}} < k_d \Rightarrow d > \frac{P}{n t_{\min} k_d} = 6,67 \text{ mm}$$

### NOŚNOŚĆ BLACHY NA ZERWANIE

Blacha grubsza:  $t_1 = 8 \text{ mm}$

Przekrój  $A_1 - A_1$

Siła ścinająca:  $P_1 = P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_1 = 3$

$$d < \frac{1}{n_1} \left( b - \frac{P_1}{t_1 k_r} \right) < 18,68 \text{ mm}$$

Przekrój  $A_2 - A_2$

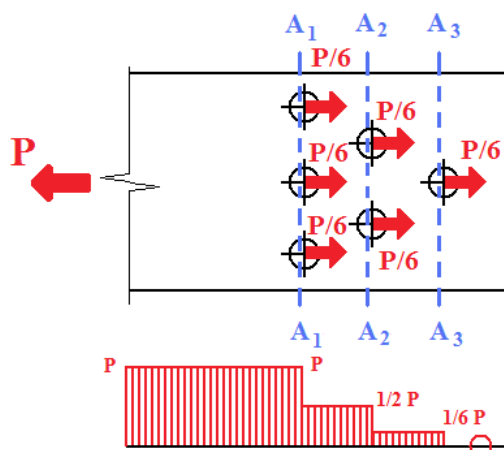
Siła ścinająca:  $P_2 = \frac{1}{2} P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_2 = 2$

$$d < \frac{1}{n_2} \left( b - \frac{P_2}{t_1 k_r} \right) < 44,01 \text{ mm}$$

Przekrój  $A_3 - A_3$

Siła ścinająca:  $P_3 = \frac{1}{6} P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_3 = 1$

$$d < \frac{1}{n_3} \left( b - \frac{P_3}{t_1 k_r} \right) < 109,34 \text{ mm}$$



Blacha grubsza:  $t_2 = 5 \text{ mm}$

Przekrój  $B_1 - B_1$

Siła ścinająca:  $P_1 = P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_1 = 1$

$$d < \frac{1}{n_1} \left( b - \frac{P_1}{t_2 k_r} \right) < 17,67 \text{ mm}$$

Przekrój  $B_2 - B_2$

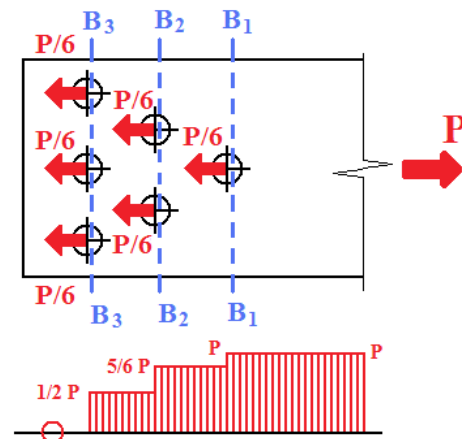
Siła ścinająca:  $P_2 = \frac{5}{6} P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_2 = 2$

$$d < \frac{1}{n_2} \left( b - \frac{P_2}{t_2 k_r} \right) < 17,36 \text{ mm}$$

Przekrój  $B_3 - B_3$

Siła ścinająca:  $P_3 = \frac{1}{2} P$  liczba śrub w rzędzie:  $n_3 = 3$

$$d < \frac{1}{n_3} \left( b - \frac{P_3}{t_2 k_r} \right) < 22,95 \text{ mm}$$

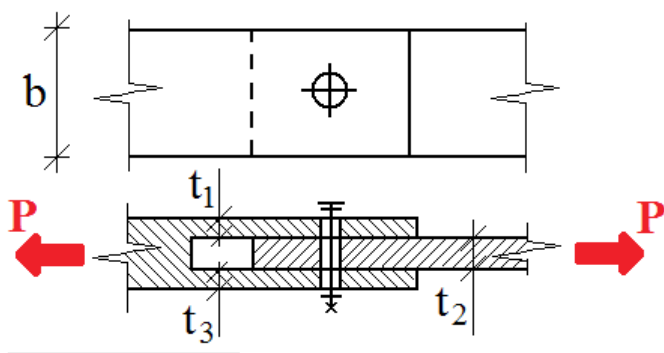


Ostatecznie:  $13,67 < d < 17,36$

Przyjęto śruby M14.

### ZADANIE 11.3

Dobrać przekrój śruby oraz grubości blach, w połączeniu przedstawionym na rysunku, tak aby maksymalnie wykorzystać nośność blach oraz śruby przy założeniu, że  $t_2=5\text{ mm}$   
 $b=25\text{ mm}$ . Ile wynosi nośność połączenia?



Wytrż. na rozciąganie:  $k_r = 250\text{ MPa}$   
Wytrż. na ścinanie:  $k_s = 125\text{ MPa}$   
Wytrż. na docisk:  $k_d = 500\text{ MPa}$

Ilość śrub:  $n = 1$   
Liczba pł. ścinania:  $m = 2$

Aby zapewnić równomierny rozkład siły rozciągającej na blachy 1 i 3 przyjmujemy  $t_1 = t_3$ . Wtedy zarówno blacha 1 jak i 3 przenosi obciążenie  $P/2$ . Aby optymalnie wykorzystać nośność blach przyjmujemy  $(t_1 + t_3) = t_2 \Rightarrow t_1 = t_3 = t_2/2$ . Wtedy, z uwagi na równomierny rozkład sił w blachach 1 i 3 nośność tych blach oraz blachy 2 na docisk i na zerwanie są takie same:

Docisk: 
$$\sigma_{d1} = \sigma_{d3} = \frac{(P/2)}{nd(t_2/2)} = \frac{P}{ndt_2} = \sigma_{d2}$$

Zerwanie: 
$$\sigma_{r1} = \sigma_{r3} = \frac{(P/2)}{A_{netto,1}} = \frac{(P/2)}{(t_2/2)(b-d)} = \frac{P}{t_2(b-d)} = \sigma_{r2}$$

Połączenie będzie maksymalnie wykorzystywało nośność blach i śrub, jeśli maksymalna siła, jaką może przenieść z uwagi na każdy ze schematów zniszczenia będzie taka sama.

Nośność na docisk: 
$$P_{max,d} = k_d n d t_2 = 2500000 \cdot d \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Nośność na zerwanie: 
$$P_{max,r} = k_r t_2 (b-d) = 31250 \text{ N} - 1250000 \cdot d \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Nośność śruby: 
$$P_{max,s} = k_s n m \pi d^2 = 250000000 \pi d^2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$P_{max,d} = P_{max,r} \Rightarrow d = 8,333 \text{ mm}$  (równoczesne uplastycznienie i zerwanie blachy)

$P_{max,d} = P_{max,s} \Rightarrow d = 3,183 \text{ mm}$  (równoczesne uplastycznienie blachy i ścięcie śruby)

$P_{max,r} = P_{max,s} \Rightarrow d = 5,562 \text{ mm}$  (równoczesne zerwanie blachy i ścięcie śruby)

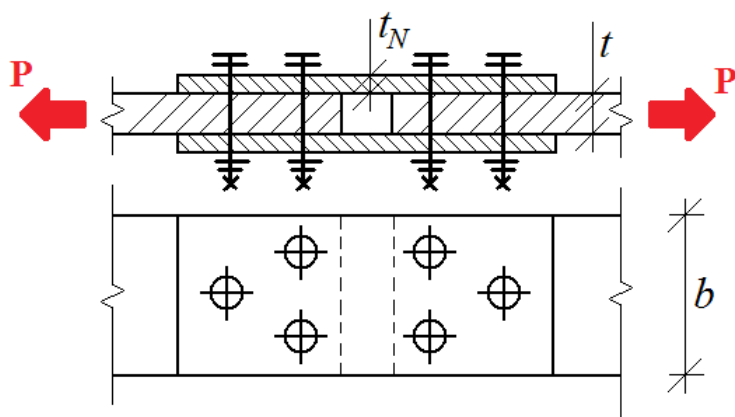
Dostępne średnice śrub zbliżone do wyliczonych: 4mm, 5mm, 6mm, 8mm. Nośność dla każdej z średnic:

	$P_{max,d}$ [kN]	$P_{max,r}$ [kN]	$P_{max,s}$ [kN]	min $P_{max}$ [kN]	$\frac{P_{max,d}}{\min P_{max}}$	$\frac{P_{max,r}}{\min P_{max}}$	$\frac{P_{max,s}}{\min P_{max}}$
$d = 4\text{ mm}$	10	26,25	12,57	10	100%	263%	126%
$d = 5\text{ mm}$	12,5	25	19,63	12,5	100%	200%	157%
$d = 6\text{ mm}$	15	23,75	28,27	15	100%	158%	188%
$d = 8\text{ mm}$	20	21,25	50,27	20	100%	106%	251%

Najmniejsza nadwyżka nośności dla  $d = 6\text{ mm}$ . Nośność połączenia: 15 kN.

### ZADANIE 11.4

Dobrać przekrój śruby tak, aby połączenie nakładkowe jak na rysunku przeniosło zadane obciążenie.



Obciążenie:  $P = 30 \text{ kN}$

Grubość łączonych blach:  $t = 6 \text{ mm}$

Szerokość łączonych blach:  $b = 65 \text{ mm}$

Materiał – stal konstrukcyjna:

Wytrż. na rozciąganie:  $k_r = 215 \text{ MPa}$

Wytrż. na ścinanie:  $k_s = 125 \text{ MPa}$

Wytrż. na docisk:  $k_d = 500 \text{ MPa}$

Każda strona połączenia nakładkowego to osobne ścinane łączenie blach:

Ilość śrub w połączeniu  $n=3$

Liczba płaszczyzn ścinania:  $m=2$

Przyjmujemy, że obie nakładki są takie same. Przyjmujemy, że mają tę samą szerokość, co łączone blachy oraz, że sumaryczne pole powierzchni ich przekroju poprzecznego musi być równe polu przekroju każdej z blach (nakładki muszą mieć razem tę samą nośność na rozciąganie, co blachy):

$$b_N = 65 \text{ mm} \quad t_N = \frac{1}{2} t = 3 \text{ mm}$$

### NOŚNOŚĆ ŚRUB NA ŚCINANIE

Średnie naprężenie ścinające w śrubach:

$$\tau = \frac{4P}{nm\pi d^2} < k_s \Rightarrow d > \sqrt{\frac{4P}{mn\pi k_s}} = 7,136 \text{ mm}$$

### NOŚNOŚĆ BLACHY NA DOCISK

Nośność blach łączonych – naprężenie dociskowe:

$$\sigma_d = \frac{P}{ndt} < k_d \Rightarrow d > \frac{P}{ntk_d} = 3,33 \text{ mm}$$

Nośność nakładek – naprężenie dociskowe:

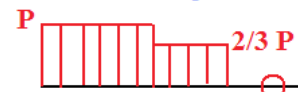
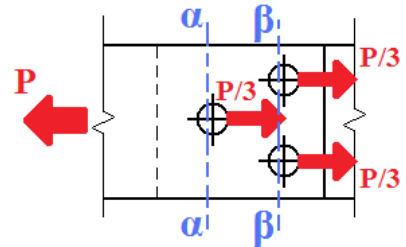
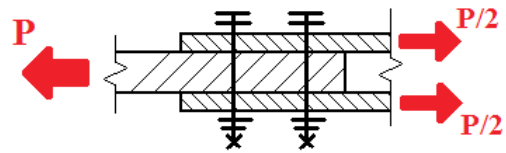
$$\sigma_d = \frac{P_N}{ndt_N} < k_d \Rightarrow d > \frac{P_N}{nt_N k_d} = 3,33 \text{ mm}$$

## NOŚNOŚĆ BLACHY NA ZERWANIE

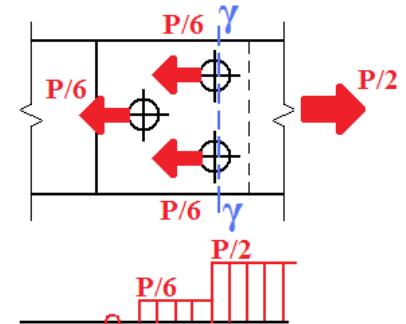
Przy założeniu, że nakładki są identyczne, przenoszą one to samo obciążenie równe połowie obciążenia blach.

$$P_N = \frac{1}{2} P = 15 \text{ kN}$$

Rozkład sił w blachach łączonych - blacha obciążona jest siłą  $P$  przenoszoną w równym stopniu przez  $n = 3$  śruby.



Rozkład sił w nakładkach - każda nakładka obciążona jest siłą  $P/2$  przenoszoną w równym stopniu przez  $n = 3$  śruby:



### Nośność blach łączonych

Przekrój  $\alpha-\alpha$  - siła rozciągająca  $P_i = P$ , ilość śrub w rzędzie  $n_i = 1$

$$\sigma_r = \frac{P_i}{A_{netto}} = \frac{P}{t(b - n_i \cdot d)} < k_r \quad d < \frac{1}{n_i} \left( b - \frac{P}{t k_r} \right) = 41,7 \text{ mm}$$

Przekrój  $\beta-\beta$  - siła rozciągająca  $P_i = 2/3 P$ , ilość śrub w rzędzie  $n_i = 2$

$$\sigma_r = \frac{P_i}{A_{netto}} = \frac{\frac{2}{3} P}{t(b - n_i \cdot d)} < k_r \quad d < \frac{1}{n_i} \left( b - \frac{2P}{3 t k_r} \right) = 24,7 \text{ mm}$$

### Nośność nakładek

Najbardziej wyczerpanym przekrojem jest przekrój  $\gamma-\gamma$

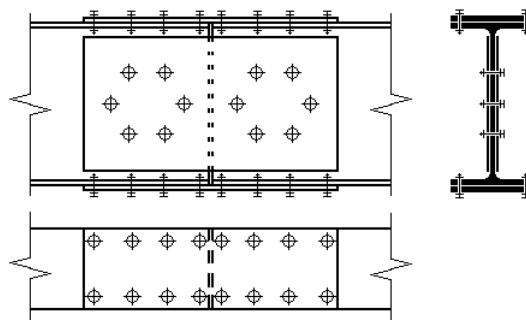
(największa siła  $P_i = P/2$ , najmniejsze pole  $A_{netto}$  - ilość śrub w rzędzie  $n_i = 2$ )

$$\sigma_r = \frac{P_i}{A_{netto}} = \frac{\frac{1}{2} P}{t_N(b_N - n_i \cdot d)} < k_r \quad d < \frac{1}{n_i} \left( b_N - \frac{P}{2 t_N k_r} \right) = 20,9 \text{ mm}$$

Ostatecznie przyjęto  $d = 8 \text{ mm}$ .

### ZADANIE 11.5

Zaprojektować połączenie nakładkowo-przykładkowe belki dwuteowej o profilu IPE270. Dobrać ilość, rozstaw oraz średnicę śrub (rysunek obok ma być jedynie ilustracją problemu, a nie założonym rozwiązaniem).



Wytrzymałość na rozciąganie:  $k_r = 215 \text{ MPa}$   
 Wytrzymałość na ścinanie:  $k_s = 125 \text{ MPa}$   
 Wytrzymałość na docisk:  $k_d = 550 \text{ MPa}$

Siły w przekroju połączenia:  $\begin{cases} N = 25 \text{ kN} \\ Q = 10 \text{ kN} \\ M = 50 \text{ kNm} \end{cases}$

#### Profil IPE270:

Pole przekroju:  $A_{IPE} = 45,90 \text{ cm}^2$

Momenty bezwładności:  $I_{IPE} = 5790 \text{ cm}^4$

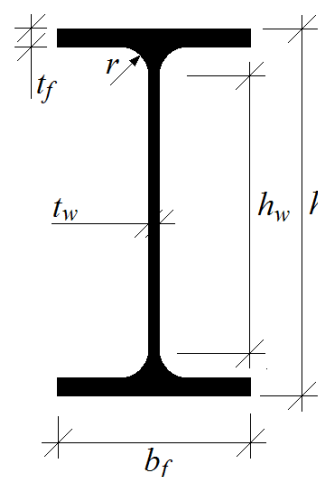
Wysokość:  $h = 270 \text{ mm}$

Szerokość półki:  $b_f = 135 \text{ mm}$

Grubość półki:  $t_f = 10,2 \text{ mm}$

Grubość środnika:  $t_w = 6,6 \text{ mm}$

Promień wyokrąglenia:  $r = 15 \text{ mm}$



#### Dobór wymiarów przykładek i nakładek

Nakładki wykonuje się z blach o grubości równej grubości półek przekroju ( $b_N = b_f$ ) i liczących się na krawędziach z tymi półkami ( $t_N = t_f$ ). Wymiary zaokrągla się w górę do pełnych milimetrów.

Wymiary półki:  $135 \times 10,2$       Przyjęto wymiary nakładki:  $135 \times 11$

Przykładki wykonuje się z blach o szerokości równej wysokości środnika między wyokrągleniami (lub mniejszej), o grubości równej połowie grubości środnika ( $t_p = 0,5t_w$ ). Wymiary zaokrągla się w górę do pełnych milimetrów.

Wysokość środnika między wyokrągleniami:  $h_w = h - 2(t_f + r) = 219,6 \text{ mm}$

Wymiary środnika:  $219,6 \times 6,6$       Przyjęto wymiary przykładki:  $218 \times 4$

Charakterystyki geometryczne przekroju złożonego z blach:

$$A = A_N + A_p = 2 \cdot [13,5 \cdot 1,1] + 2 \cdot [21,8 \cdot 0,4] = 29,7 + 17,44 = 47,14 \text{ cm}^2 \quad A > A_{IPE}$$

$$I = I_N + I_p = 2 \cdot \left[ \frac{13,5 \cdot 1,1^3}{12} + (13,5 \cdot 1,1) \cdot \left( \frac{27}{2} + \frac{1,1}{2} \right)^2 \right] + 2 \cdot \left[ \frac{0,4 \cdot 21,8^3}{12} \right] = 5865,85 + 690,68 = 6556,53 \text{ [cm}^4\text{]} \quad I > I_{IPE}$$



## Rozkład sił na nakładki i przykładki

- Siła osiowa rozkłada się na nakładki i przykładki proporcjonalnie do ich pola powierzchni.
- Moment zginający rozkłada się na nakładki i przykładki proporcjonalnie do ich momentu bezwładności względem osi maksymalnej bezwładności przekroju
- Siła poprzeczna w całości przejmowana jest przez przykładki (rozkład naprężeń stycznych jest odwrotnie proporcjonalny do szerokości przekroju – ponieważ nakładki są wielokrotnie szersze, mają niewielki udział w przenoszeniu obciążenia)

Obciążenie nakładek:

$$N_N = \frac{A_N}{A} \cdot N = 15,75 \text{ kN}$$

$$Q_N = 0 \text{ kN}$$

$$M_N = \frac{I_N}{I} \cdot M = 44,73 \text{ kNm}$$

Obciążenie przykładek:

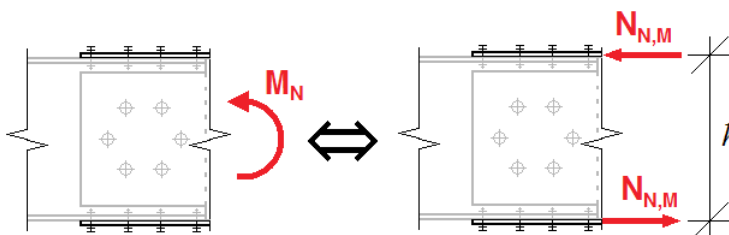
$$N_P = \frac{A_P}{A} \cdot N = 9,25 \text{ kN}$$

$$Q_P = Q = 10 \text{ kN}$$

$$M_P = \frac{I_P}{I} \cdot M = 5,27 \text{ kNm}$$

Z uwagi na niewielką wysokość nakładek (a zatem i niewielką zmienność rozkładu naprężeń po ich wysokości) przyjmuje się, że rozkład naprężeń od momentu zginającego w nakładkach jest stały i uzyskuje się go poprzez zamianę momentu zginającego na parę sił osiowych przyłożonych do środków ciężkości nakładek. Świadomi błędów wynikających z tego uproszczenia zawyżamy obciążenie siłą osiową przyjmując za odległość między tymi siłami nie odległość między środkami nakładek a wysokość profilu walcowanego:

$$N_{N,M} = \frac{M_N}{h} = 165,67 \text{ kN}$$



Całkowita siła osiowa obciążająca pojedynczą nakładkę:

$$N_{N,ef} = \frac{1}{2} N_N + N_{N,M} = 181,42 \text{ kN}$$

## WYMIAROWANIE NAKŁADEK

Wszystkie przekroje osłabione są jednakową ilością otworów  $n_i=2$ . Najbardziej wyciężony jest przekrój skrajny, obciążony pełną siłą obciążającą blachę. Z warunku zerwania blachy w przekroju osłabionym otworami na śruby wyznaczamy maksymalną dopuszczalną średnicę śruby:

$$d_{max} < \frac{1}{n_i} \left( b_N - \frac{N_{N,ef}}{t_N k_r} \right) = 29,14 \text{ mm}$$

Minimalną ilość śrub wyznaczamy z warunku zerwania śruby oraz uplastycznienia blachy wskutek docisku. Przyjęcie maksymalnej dopuszczalnej średnicy redukuje do minimum ilość sztuk śrub. Zwiększenie ilości śrub pozwala stosować mniejsze średnice.

Największymi dopuszczalnymi śrubami są śruby M14. Ich średnica pozwala na wywiercenie otworu w płycie dwuteownika, pomiędzy jej krawędzią i początkiem wyokrąglenia pozostawiając między nimi odległość równą

$$\frac{1}{2} \left( \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r - d \right) = 17,6 \text{ mm}$$

### Zerwanie śruby

liczba płaszczyzn ścinania  $m=1$

Minimalna wymagana liczba śrub o maksymalnej dopuszczalnej średnicy

$$d = 14 \text{ mm} \quad n_{min} > \frac{4 N_{N,ef}}{m \pi d^2 k_s} = 9,43$$

### Upłastycznienie wskutek docisku

Upłastycznieniu pręcej ulegnie półka dwuteownika (jest cieńsza niż nakładka)

$$t_{min} = t_f = 10,2 \text{ mm}$$

Minimalna wymagana liczba śrub o średnicy

$$d = 14 \text{ mm} \quad n_{min} > \frac{N_{N,ef}}{k_d d t_{min}} = 2,31$$

### Przyjęto 14 śrub M14 w dwóch rzędach po 7 śrub.

Naprężenia ścinające:  $\tau = \frac{4 N_{N,ef}}{\pi m n d^2} = 118 \text{ MPa} < k_s$

Naprężenia dociskowe:  $\sigma_d = \frac{N_{N,ef}}{n d t_{min}} = 127 \text{ MPa} < k_d$

Naprężenia rozciągające:  $\sigma_r = \frac{N_{N,ef}}{t_N (b_N - n_i d)} = 154 \text{ MPa} < k_r$

### WYMIAROWANIE PRZYKŁADEK

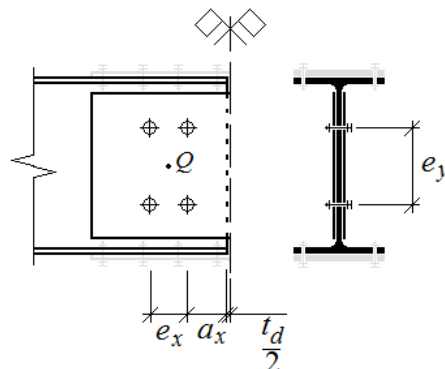
Przyjęto  $n=4$  śruby po 2 w 2 rzędach rozłożonych równomiernie w odległości  $e_x=3 \text{ cm}$ ,  $e_y=6 \text{ cm}$  między sobą w odległości  $a_x=3 \text{ cm}$  od krawędzi środnika. Pomiedzy łączonymi profilami pozostawiono szczelinę szerokości  $t_d=4 \text{ mm}$ . Wyznaczyć należy minimalną średnicę śrub z uwagi na możliwość ich ścięcia oraz uplastycznienia przykładek lub środnika.

Redukcja układu sił do środka ciężkości układu śrub  $Q$ :

$$N_c = N_p = 9,25 \text{ kN}$$

$$Q_c = Q_p = 10,00 \text{ kN}$$

$$M_c = M_p - Q_p \cdot \left( \frac{t_d}{2} + a_x + \frac{e_x}{2} \right) = 4,8 \text{ kN}$$



### Geometria układu śrub i rozkład obciążeń:

$x_i, y_i$  – współrzędne położenia względem środka ciężkości układu śrub.

Promień wodzący położenia śruby i kąt zawarty między nim a kierunkiem poziomym

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad \alpha_i = \begin{cases} \arctg|x_i/y_i| & \Leftrightarrow x_i \geq 0 \wedge y_i \geq 0 \\ \arctg|x_i/y_i| + 90^\circ & \Leftrightarrow x_i < 0 \wedge y_i \geq 0 \\ \arctg|x_i/y_i| + 180^\circ & \Leftrightarrow x_i < 0 \wedge y_i < 0 \\ \arctg|x_i/y_i| + 270^\circ & \Leftrightarrow x_i \geq 0 \wedge y_i < 0 \end{cases}$$

Siła pozioma przypadająca na jedną śrubę od siły osiowej

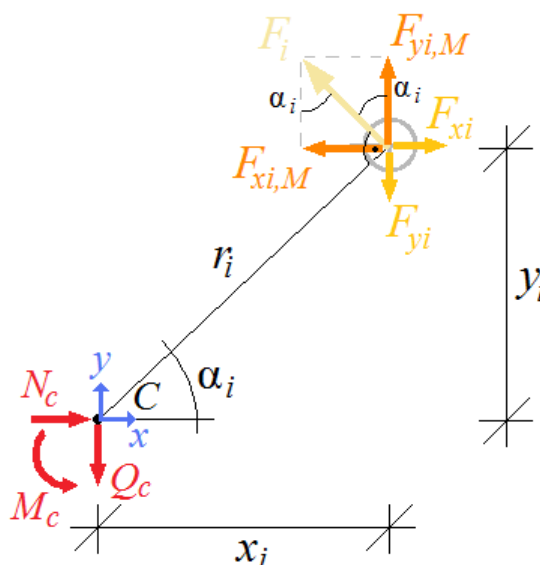
$$F_{xi} = \frac{N_c}{n} = 2,312 \text{ kN}$$

Siła pionowa przypadająca na jedną śrubę od siły poprzecznej

$$F_{yi} = -\frac{Q_c}{n} = -2,500 \text{ kN}$$

Siła przypadająca na jedną śrubę od momentu

$$F_i = M_c \cdot \frac{r_i}{\sum_{k=1}^n r_k^2}$$



Rozkład siły pochodzącej od momentu na składową pionową i poziomą

$$F_{xi,M} = -F_i \cdot \sin \alpha_i$$

$$F_{yi,M} = F_i \cdot \cos \alpha_i$$

Wypadkowa siła obciążająca śrubę

$$P_i = \sqrt{[F_{xi} + F_{xi,M}]^2 + [F_{yi} + F_{yi,M}]^2}$$

Nr	x [cm]	y [cm]	r [cm]	$\alpha$ [deg]	Fxi [kN]	Fyi [kN]	Fi [kN]	Fxi,M [kN]	Fyi,M [kN]	Pi [kN]
1	-1,5	-3	3,354	243,43	2,312	-2,500	0,347	0,310	-0,155	3,731
2	1,5	-3	3,354	333,43	2,312	-2,500	0,347	0,155	0,310	3,299
3	-1,5	3	3,354	153,43	2,312	-2,500	0,347	-0,155	-0,310	3,542
4	1,5	3	3,354	63,43	2,312	-2,500	0,347	-0,310	0,155	3,083

Liczba płaszczyzn ścinania śruby:

$$m = 2$$

Minimalna grubość dociskanej blachy

$$t_{min} = \min(t_w ; 2 t_p) = 6,6 \text{ mm}$$

Maksymalna siła obciążająca śrubę

$$P_{max} = 3,731 \text{ kN}$$

Minimalna średnica z uwagi na ścięcie śruby:

$$d > \sqrt{\frac{4 P_{max}}{m \pi k_s}} = 2,180 \text{ mm}$$

Minimalna średnica z uwagi na docisk:

$$d > \frac{P}{n k_d t_{min}} = 0,257 \text{ mm}$$

Przyjęto 4 śruby M4.

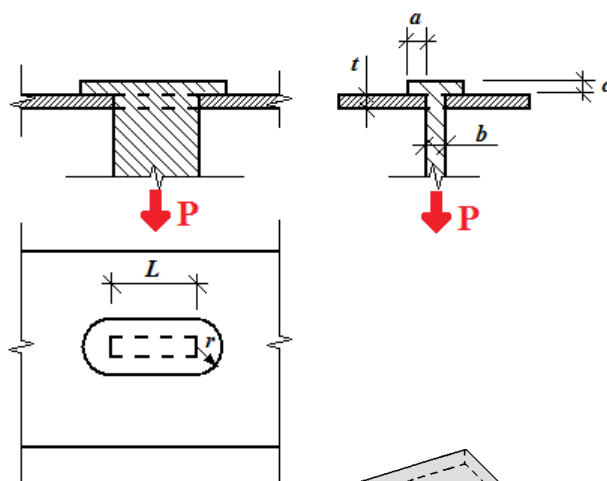
### ZADANIE 11.6

Wyznaczyć maksymalne dopuszczalne obciążenie sworznia jak na rysunku.

Wymiary:

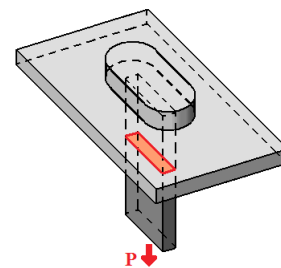
$$\begin{aligned} L &= 30 \text{ mm} \\ a &= 6 \text{ mm} \\ b &= 8 \text{ mm} \\ c &= 6 \text{ mm} \\ r &= 10 \text{ mm} \\ t &= 6 \text{ mm} \end{aligned}$$

Wytrż. na rozciąganie	$k_r = 200 \text{ MPa}$
Wytrż. na ścinanie	$k_s = 150 \text{ MPa}$
Wytrż. na docisk	$k_d = 600 \text{ MPa}$



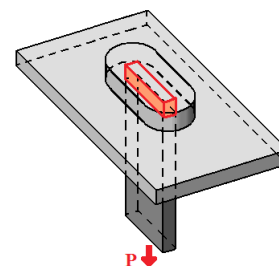
Zerwanie sworznia:

$$\sigma_r = \frac{P}{bL} < k_r \Rightarrow P < k_r bL = 48 \text{ kN}$$



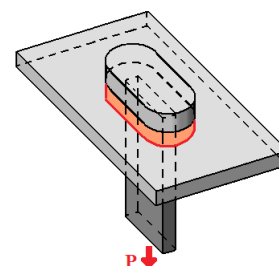
Ścięcie łba sworznia:

$$\tau_s = \frac{P}{c(2b+2L)} < k_s \Rightarrow P < k_s c(2b+2L) = 68,4 \text{ kN}$$



Ścięcie blachy przez łeb sworznia:

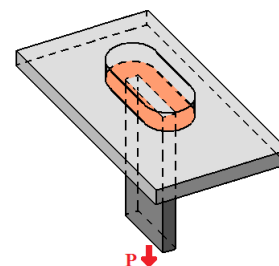
$$\tau_b = \frac{P}{t(2L+2\pi r)} < k_s \Rightarrow P < k_s t(2L+2\pi r) = 110,5 \text{ kN}$$



Uplastycznienie wskutek docisku:

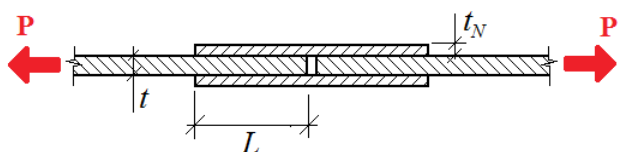
$$\sigma_d = \frac{P}{2aL+\pi r^2} < k_d \Rightarrow P < k_d(2aL+\pi r^2) = 404,5 \text{ kN}$$

**Nośność sworznia:**  $P_{max} = 48 \text{ kN}$



### ZADANIE 11.7

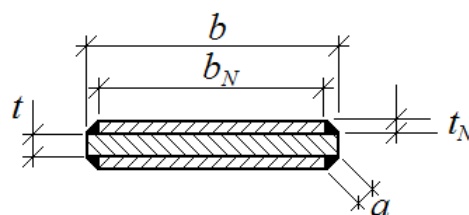
Zaprojektować połączenie nakładkowe – spawane oraz klejowe – dwóch płaskowników o szerokości 100 mm i grubości 10 mm obciążonych osiowo siłą  $P = 215$  kN.



Wytrż. blach na rozciąganie	$k_r = 215$ MPa
Wytrż. blach na ścinanie	$k_s = 120$ MPa
Wytrż. kleju na ścinanie	$k_g = 7$ MPa

### POŁĄCZENIE SPAWANE

Przyjmując, że spoina będzie miała kształt trójkąta równoramiennego, prostokątnego, wymiary nakładek przyjmujemy w ten sposób, aby ich szerokość była równa szerokości łączonych płaskowników pomniejszonych o dwukrotność grubości nakładek, zaś sumaryczne pole powierzchni przekroju obydwu nakładek było większe bądź równe polu przekroju płaskownika.



$$\begin{array}{lll}
 t = 10 \text{ mm} & b = 100 \text{ mm} & A_b = b \cdot t = 10 \text{ cm}^2 \\
 t_N = 6 \text{ mm} & b_N = b - 2t_N = 88 \text{ mm} & A_N = 2 \cdot b_N \cdot t_N = 10,56 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

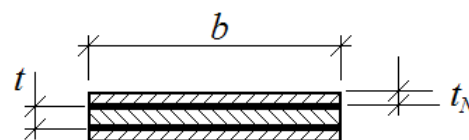
Grubość spoiny:  $a = \frac{t_{min}}{2} \approx 4,2 \text{ mm}$

Długość każdej ze spoin dobieramy z warunku wytrzymałości dla czterech identycznych spoin przenoszących zadane obciążenie:

$$\tau = \frac{P}{4aL} < k_s \Rightarrow L > \frac{P}{4ak_s} = 10,7 \text{ cm} \quad \text{Przyjęto: } L = 11 \text{ cm}$$

### POŁĄCZENIE KLEJOWE

Szerokość nakładek przyjmujemy taką samą jak szerokość płaskowników, grubość zaś dobieramy tak, aby sumaryczne pole powierzchni przekroju obydwu nakładek było większe bądź równe polu przekroju płaskownika.



$$\begin{array}{lll}
 t = 10 \text{ mm} & b = 100 \text{ mm} & A_b = b \cdot t = 10 \text{ cm}^2 \\
 t_N = 5 \text{ mm} & b_N = b = 100 \text{ mm} & A_N = 2 \cdot b_N \cdot t_N = 10 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

Klej rozprowadzamy po całej szerokości powierzchni styku płaskowników i nakładek. Długość tego obszaru dobieramy z warunku wytrzymałości dla dwóch ścinanych płaszczyzn kleju:

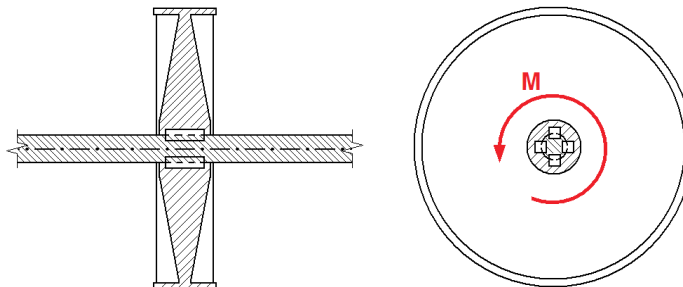
$$\tau = \frac{P}{2bL} < k_g \Rightarrow L > \frac{P}{2bk_g} = 15,4 \text{ cm} \quad \text{Przyjęto: } L = 16 \text{ cm}$$

### ZADANIE 11.8

Wał o średnicy  $d$  przekazuje obroty na koło za pomocą 4 prostopadłościennych upustów o przekroju kwadratowym o boku  $t$ . Dobrać minimalną długość upustu  $L$ , dla której spełniony jest warunek wytrzymałości dla następujących danych:

Moc silnika:  $P = 20 \text{ kW}$   
 Prędkość obrotowa:  $n = 100 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$   
 Średnica wału:  $d = 40 \text{ mm}$   
 Grubość upustu:  $t = 6 \text{ mm}$   
 Ilość upustów:  $N = 4$

Wytrzymałość na ścinanie  $k_s = 115 \text{ MPa}$   
 Wytrzymałość na docisk  $k_d = 480 \text{ MPa}$

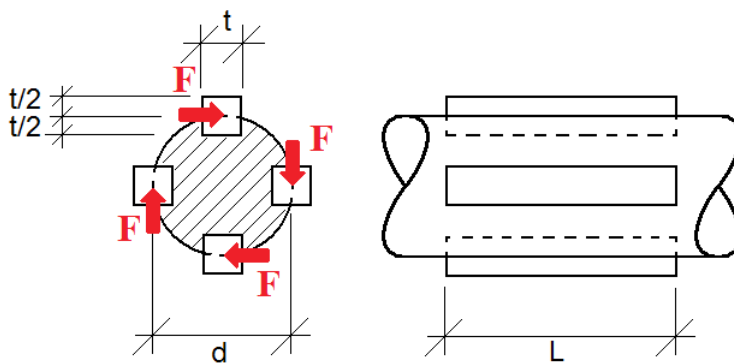


Dla zadanej mocy i prędkości obrotowej urządzenia, moment obciążający wał obliczamy wg zależności:

$$M = \frac{P}{2\pi \frac{n}{60}} = 1,91 \text{ kNm}$$

Siła działająca na każdy z upustów:

$$F = \frac{M}{\frac{d}{2} \cdot N} = 23,88 \text{ kN}$$



Dobór długości upustu z uwagi na

- Ścinanie:  $\tau = \frac{F}{t \cdot L} < k_s \Rightarrow L > \frac{F}{t k_s} = 34,61 \text{ mm}$
- Docisk:  $\sigma_d = \frac{F}{\frac{t}{2} \cdot L} < k_d \Rightarrow L > \frac{2F}{t k_d} = 16,58 \text{ mm}$

Przyjęto  $L = 35 \text{ mm}$ .

### ZADANIE 11.9

Dany jest węzeł kratownicy, jak na rysunku. Dobrać długości spoin łączących słupki, zastrzał oraz pręty pasa górnego w blasze węzłowej. Graniczne naprężenie na ścinanie  $f_s = 124 \text{ MPa}$ .

Maksymalna grubość spoiny:

$$a_{max} = \frac{t_{min}}{\sqrt{2}} = 4,2 \text{ mm} \quad \text{przyjęto: } a = 4 \text{ mm}$$

Połączenie każdego z kątowników z blachą musi przenieść obciążenie siłą ścinającą, równą sile osiowej wewnątrz pręta. Siła ta przenoszona jest przez układ dwóch spoin - ich długości muszą być dobrane w ten sposób, aby siły w spoinach w stanie granicznym (tj. gdy naprężenie ścinające jest równe  $f_s$ ), tj. siły  $R_1 = a \cdot L_1 \cdot f_d$ ,  $R_2 = a \cdot L_2 \cdot f_d$  były w sumie równe sile ścinającej, oraz aby nie generowały one żadnego momentu siły względem osi pręta:

$$\begin{cases} \Sigma X = R_1 + R_2 - N = 0 \\ \Sigma M_C = -R_1 e_1 + R_2 e_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \frac{e_2 N}{a(e_1 + e_2) f_s} \\ L_2 = \frac{e_1 N}{a(e_1 + e_2) f_s} \end{cases}$$

Przyjmujemy spoiny dłuższe, jednak których długości spełniają warunek  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{e_2}{e_1}$

Połączenie słupka:

$$\begin{aligned} e_1 = e = 1,69 \text{ cm} \\ e_2 = h - e = 4,31 \text{ cm} \\ N = 85 \text{ kN} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} L_1 = 123,10 \text{ mm} \\ L_2 = 48,27 \text{ mm} \end{aligned} \Rightarrow \text{przyjęto: } \begin{aligned} L_1 = 130 \text{ mm} \\ L_2 = \frac{e_1}{e_2} L_1 = 51 \text{ mm} \end{aligned}$$

Połączenie zastrzału:

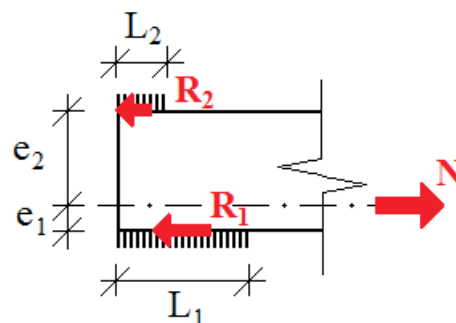
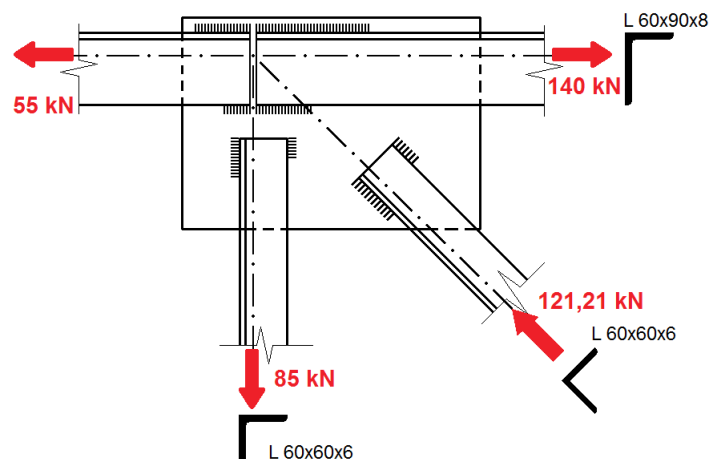
$$\begin{aligned} e_1 = e = 1,69 \text{ cm} \\ e_2 = h - e = 4,31 \text{ cm} \\ N = 121,21 \text{ kN} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} L_1 = 175,54 \text{ mm} \\ L_2 = 68,83 \text{ mm} \end{aligned} \Rightarrow \text{przyjęto: } \begin{aligned} L_1 = 190 \text{ mm} \\ L_2 = \frac{e_1}{e_2} L_1 = 75 \text{ mm} \end{aligned}$$

Połączenie pasa górnego z lewej strony węzła:

$$\begin{aligned} e_1 = e_x = 2,96 \text{ cm} \\ e_2 = b - e_x = 6,04 \text{ cm} \\ N = 55 \text{ kN} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} L_1 = 74,41 \text{ mm} \\ L_2 = 36,47 \text{ mm} \end{aligned} \Rightarrow \text{przyjęto: } \begin{aligned} L_1 = 85 \text{ mm} \\ L_2 = \frac{e_1}{e_2} L_1 = 42 \text{ mm} \end{aligned}$$

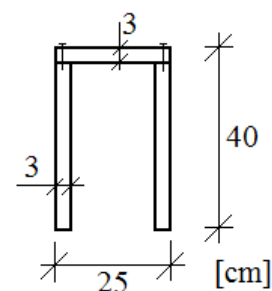
Połączenie pasa górnego z prawej strony węzła:

$$\begin{aligned} e_1 = e_x = 2,96 \text{ cm} \\ e_2 = b - e_x = 6,04 \text{ cm} \\ N = 140 \text{ kN} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} L_1 = 189,42 \text{ mm} \\ L_2 = 92,83 \text{ mm} \end{aligned} \Rightarrow \text{przyjęto: } \begin{aligned} L_1 = 200 \text{ mm} \\ L_2 = \frac{e_1}{e_2} L_1 = 98 \text{ mm} \end{aligned}$$



### ZADANIE 11.10

Jaki należy przyjąć rozstaw gwoździ łączących ścianki drewnianego przekroju korytkowego przedstawionego na rysunku, aby maksymalnie wykorzystać jego nośność na ścinanie? Przyjąć następujące dane :



Średnica gwoźdźcia:  $D = 6 \text{ mm}$   
Wytrzymałość drewna na ścinanie:  $k_{ds} = 8 \text{ MPa}$   
Wytrzymałość stali na ścinanie:  $k_{ss} = 125 \text{ MPa}$

Pole przekroju:  $A = [25 \cdot 40] - [19 \cdot 37] = 297 \text{ [cm}^2\text{]}$

Moment statyczny względem górnej krawędzi przekroju

$$S_{y'} = \left[ 25 \cdot 40 \cdot \frac{40}{2} \right] - \left[ 19 \cdot 37 \cdot \left( 3 + \frac{37}{2} \right) \right] = 4885,5 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Położenie środka ciężkości:  $z'_c = \frac{S_{y'}}{A} = 16,45 \text{ [cm]}$

Moment bezwładności:

$$I_y = \left[ \frac{25 \cdot 40^3}{12} + 25 \cdot 40 \cdot \left( \frac{40}{2} - 16,45 \right)^2 \right] - \left[ \frac{19 \cdot 37^3}{12} + 19 \cdot 37 \cdot \left( 3 + \frac{37}{2} - 16,45 \right) \right] = 47806,99 \text{ [cm}^4\text{]}$$

Maksymalne naprężenia styczne w przekroju drewnianym (na wysokości środka ciężkości  $z = 0 \text{ cm}$ ) – wielkość naprężeń stycznych określaną wg wzoru Żurawskiego:

$$\tau(x, z) = \frac{Q(x) \cdot S_y(z)}{I_y \cdot b_y(z)} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{Q \cdot S_y(0)}{b(0) \cdot I_y}$$

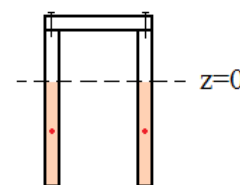
Sumaryczna szerokość przekroju na wysokości środka ciężkości:

$$b(0) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ [cm]}$$

Moment statyczny części przekroju odciętej na wysokości środka ciężkości, względem osi przechodzącej przez ten środek:

$$S_y(0) = 2 \cdot \left[ 3 \cdot (40 - 16,45) \cdot \frac{(40 - 16,45)}{2} \right] = 1663,81 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$\tau_{max} = Q_d \cdot \frac{S_y(0)}{b(0) I_y} = Q_d \cdot \frac{1663,81 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2} \cdot 47806,99 \cdot 10^{-8}} = 58,00 \cdot Q_d \text{ [Pa]}$$



Maksymalna siła poprzeczna dopuszczalna z uwagi na wytrzymałość drewna na ścinanie:

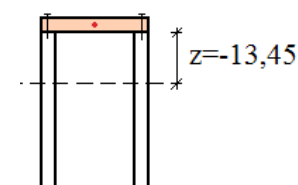
$$\tau_{max} < k_{ds} \Rightarrow Q_d < \frac{8 \cdot 10^6}{58,00} = 137931,03 \text{ [N]}$$

Wielkość naprężeń stycznych (rozwarstwiających) za wysokości łączenia desek ( $z = -13,45 \text{ cm}$ ) :

$$b(-13,45 \text{ cm}) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ [cm]}$$

$$S_y(-13,45 \text{ cm}) = [3 \cdot 25 \cdot (13,45 + 1,5)] = 1121,25 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$\tau = Q_g \cdot \frac{S_y(-13,45 \text{ cm})}{b(-13,45 \text{ cm}) I_y} = Q_g \cdot \frac{1121,25 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2} \cdot 47806,99 \cdot 10^{-8}} = 39,09 \cdot Q_g \text{ [Pa]}$$



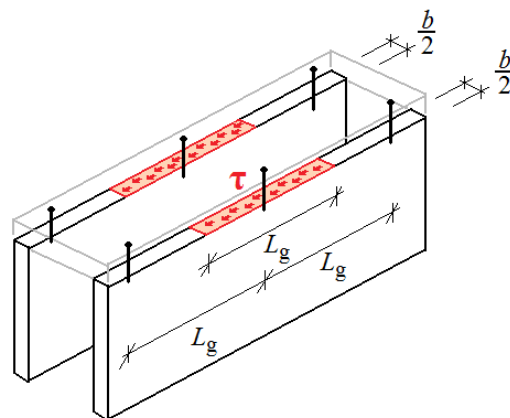


Siła przenoszona przez dwa gwoździe jest równa wypadkowej naprężeń stycznych zebranych z przekroju ścinania (płaszczyzna styku desek), z długości odpowiadającej rozstawowi gwoździ:

$$F_g = \tau_g \cdot b \cdot L_g = 39,09 \cdot Q_g \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot L_g = 2,345 Q_g L_g$$

Nośność jednej pary gwoździ:

$$P_s = 2 \cdot k_{ss} \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 7068,58 \quad [\text{N}]$$



Przyjmujemy, że siła obciążająca jedną parę gwoździ ma być równa ich nośności

$$F_g = P_s \quad \Rightarrow \quad 2,345 Q_g L_g = 7068,58 \quad \Rightarrow \quad Q_g = \frac{7068,58}{2,345 L_g} = 3014,32 \cdot \frac{1}{L_g} \quad [\text{N}]$$

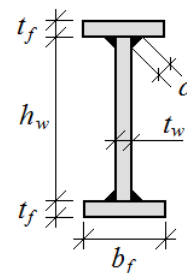
Jednocześnie żądamy, aby odpowiadająca tej sile siła poprzeczna  $Q$ , była równa maksymalnej sile poprzecznej dopuszczalnej z uwagi na wytrzymałość drewna na ścinanie (tzn. ścięcie materiału oraz ścięcie gwoździ ma nastąpić w tym samym momencie):

$$Q_g = Q_d \quad \Rightarrow \quad 3014,32 \cdot \frac{1}{L_g} = 137931,03 \quad \Rightarrow \quad L_g = \frac{3014,32}{137931,03} = 21,85 \cdot 10^{-3} \quad [\text{m}]$$

Wymagany rozstaw gwoździ to ok 20 mm.

### ZADANIE 11.11

Wyznaczyć minimalną wymaganą grubość spoiny ciągłej łączącej półki i środnik symetrycznej blachownicy dwuteowej jak na rysunku, jeśli siła poprzeczna  $Q = 40 \text{ kN}$ , zaś wytrzymałość na ścinanie materiału spoiny  $f_s = 115 \text{ MPa}$ .



Grubość blachy środnika:  $t_w = 8 \text{ mm}$   
 Grubość blachy półki:  $t_f = 8 \text{ mm}$   
 Wysokość środnika:  $h_w = 70 \text{ mm}$   
 Szerokość półki:  $b_f = 35 \text{ mm}$

Spoina musi przenieść siłę rozwarstwiająca półki i środnik, tj. wypadkową naprężeń stycznych, które dążą do przesunięcia półek względem skrajnych powierzchni środnika. Naprężenia te wyznaczamy na podstawie wzoru Żurawskiego:

$$\tau(x, z) = \frac{Q(x) \cdot S_y(z)}{I_y b_y(z)}$$

Moment bezwładności symetrycznego przekroju dwuteowego:

$$I_y = \left[ \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} \right] + 2 \cdot \left[ \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \cdot \left( \frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] = 108,34 \text{ cm}^4$$

$z_s$  – współrzędna miejsca łączenia środnika z półką górną (identycznie dla dolnej):

Minimalna szerokość przekroju:  $b_y(z_s) = t_w = 8 \text{ mm}$

Moment statyczny odciętej części przekroju:  $S_y(z_s) = b_f \cdot t_f \cdot \left( \frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2} \right) = 10,92 \text{ cm}^3$

Naprężenia styczne na wysokości łączenia środnika z półkami:

$$\tau(x, z_s) = \frac{Q(x) \cdot S_y(z_s)}{I_y b_y(z_s)} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 10,92 \cdot 10^{-6}}{108,34 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 50,4 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}$$

Wypadkowa siła rozwarstwiająca działająca na długości jednego metra bieżącego:

$$F_s = \tau \cdot t_w \cdot 1 \text{ m} = 403,2 \text{ kN}$$

Na jedną spoinę przypada tylko połowa tej siły. Minimalna wymagana grubość spoiny długości jednego metra jest równa:

$$\frac{0,5 F_s}{a L} < f_s \Rightarrow a > \frac{F_s}{f_s L} = \frac{0,5 \cdot 403,2 \cdot 10^3}{115 \cdot 10^6 \cdot 1} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} \Rightarrow a > 1,75 \text{ mm}$$