

B - ANALIZA STANU NAPRĘŻENIA I ODKSZTAŁCENIA

Analiza stanu naprężenia

1. Co to jest za wielkość - naprężenie ?, jak zbudowana jest macierz naprężeń w punkcie, opisz funkcję definiującą pole wektorowe naprężeń
2. Co przedstawiają elementy drugiej kolumny macierzy naprężeń?
3. Podaj definicję wszystkich występujących wielkości w relacji $p_{vi} = \sigma_{i,j} \alpha_{v,j}$
4. Dane są naprężenia w przyjętym układzie współrzędnych i w ustalonym punkcie: $\sigma_{11} = -2, \sigma_{12} = 1, \sigma_{22} = 1$, pozostałe naprężenia są równe zero. Oblicz naprężenia główne i główne osie. Narysuj geometryczny obraz macierzy naprężeń w układzie (x, y) i $(1, 2)$.
5. Dana jest macierz naprężeń $\sigma_{22} = -2, \sigma_{23} = 3, \sigma_{33} = 3$. Pozostałe naprężenia są równe zero. Oblicz niezmienniki stanu naprężenia: I_1, I_2, I_3 . Skąd nazwa niezmienniki ? Jak można dowiedzieć ich niezmienniczości?
6. Korzystając z prawa tensorowego udowodnij, że suma naprężeń diagonalnych nie zależy od układu współrzędnych, w którym określono macierz naprężeń
7. Pierwiastki równania charakterystycznego mogą być z sobą w różnych relacjach. Napisz w jakich i jakie układy wektorów własnych odpowiadają tym relacjom ?
8. Narysuj obraz graficzny macierzy naprężeń w układzie (x_1, x_2) oraz w układzie osi głównych, jeśli $\sigma_{12} = -200$ a pozostałe naprężenia są równe zero
9. Narysuj obraz graficzny macierzy naprężeń: $\tau_{xy} = a$, pozostałe równe zero, w układzie (x, y) oraz w układzie osi głównych
10. Jaka wielkość definiuje pole wektorowe naprężeń? Co rozumiemy pod pojęciem stanu naprężenia w punkcie?
11. Co rozumiemy pod pojęciem *plaski stan naprężenia*? Wykaż, że taki stan definiuje macierz, w której różne od zera są tylko: $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$.
12. Co rozumiemy pod pojęciem *jednoosiowy stan naprężenia w punkcie*? Wykaż, że macierz naprężeń $\sigma_{11} = a$, a pozostałe $\sigma_{ij} = 0$ definiuje jednoosiowy stan naprężenia
13. Dana jest macierz naprężeń w ustalonym punkcie: $\sigma_{22} = a$ pozostałe $\sigma_{ij} = 0$. Podaj wszystkie płaszczyzny przechodzące przez dany punkt, w których występują ekstremalne naprężenia styczne.
14. Oblicz ekstremalne naprężenia styczne, jeśli wszystkie wartości własne tensora naprężenia są sobie równe.
15. Podaj korzyści z faktu, że macierz naprężeń jest tensorem ?
16. Po co szukamy wektorów i wartości własnych macierzy \mathbf{T}_σ ?
17. Jaki wniosek wypływa z równości dwóch wartości własnych tensora naprężenia ?
18. Wymień wszystkie zadania analizy stanu naprężenia, które można rozwiązać posługując się aparatem rachunku tensorowego. W każdym przypadku pokaż tok postępowania.
19. Jak układają się płaszczyzny, w których występują ekstremalne naprężenia styczne, jeśli macierz naprężeń w punkcie ma współrzędne: $\sigma_1 = a, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$.
20. Dane są naprężenia: $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 1$. Naskicować koła Mohra, obliczyć τ oraz towarzyszące mu σ .

Analiza stanu odkształcenia

1. Co to jest odkształcenie kątowe a co liniowe ?
2. W jakim celu szukamy wartości własnych i wektorów własnych macierzy odkształceń ?

3. Jak w pęku włókien znaleźć takie dwa prostopadłe, które ekstremalnie zmieniają kąt w procesie deformacji? Uzasadnij odpowiedź.
4. Sprawdź czy zadane funkcje mogą być elementami tensora odkształceń:
 $\varepsilon_{1,1} = x^2 - z^2$, $\varepsilon_{1,2} = 0$, $\varepsilon_{1,3} = x^2 + z^2 - x \cdot z$, $\varepsilon_{2,2} = 0$, $\varepsilon_{2,3} = 0$, $\varepsilon_{3,3} = x^2 + z^2$.
5. Co to są główne odkształcenia i jak je znajdujemy?
6. Jaki wniosek wypływa z równości dwóch wartości własnych tensora odkształcenia ?
7. Podaj definicję odkształcenia kąowego i uzasadnij dlaczego w niej występuje "połówka" .
8. Dana jest macierz odkształceń w punkcie $\varepsilon_{11} = a, \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = b$, pozostałe odkształcenia są równe zeru. Dokonaj analizy stanu odkształcenia w tym punkcie
9. Wykaż, że macierz odkształceń jest symetryczna i że jest tensorem.
10. Udowodnij, że macierze odkształceń i naprężeń są symetryczne
11. Napisz równanie charakterystyczne w punkcie $A(1,1,1)$, jeśli dana jest macierz odkształceń w postaci:
 $\varepsilon_{11} = x^2 - z^2$, $\varepsilon_{12} = 0$, $\varepsilon_{13} = x^2 + z^2 - x \cdot z$, $\varepsilon_{22} = 0$, $\varepsilon_{23} = 0$, $\varepsilon_{33} = x^2 + z^2$.
12. Co to są "warunki nierozdzielności" ?.
13. Wypisz możliwe relacje pomiędzy odkształceniami głównymi i wnioski jakie z nich wynikają w analizie stanu odkształcenia
14. Co rozumiemy pod pojęciem *plaski stan odkształcenia*? Wykaż, że macierz odkształceń, w której elementy trzeciego wiersza są równe zeru definiuje *plaski stan odkształcenia*.