

9. Belki gerberowskie¹

Wstęp

Belka przegubowa to belka składająca się z belek prostych połączonych przegubami; siły poprzeczne w takiej belce określa się rozbijając ją na proste belki składowe.

Uwaga: w przegubie moment jest równy zero więc pozostaje w przegubie jedynie siła, którą z reguły zastępujemy dwiema składowymi: pionową i poziomą.

Belka gerberowska to belka złożona z belek prostych, ułożonych poziomo jedna za drugą i połączonych kolejno przegubami.

Uwaga: w belce gerberowskiej przesuw poziomy może być odebrany tylko raz, inaczej belka będzie statycznie niewyznaczalna.

Siła podłużna w belce gerberowskiej zależy jedynie od składowych poziomych obciążenia i może być określona już na pierwszym etapie obliczeń, po obliczeniu reakcji poziomej.

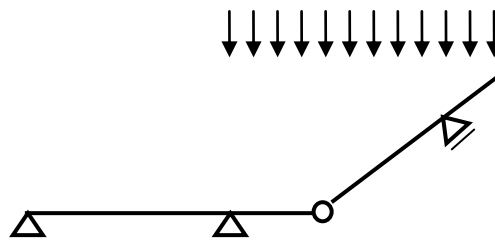
Składowe poziome obciążenia są nieistotne dla określenia momentów zginających i sił poprzecznych i – po sporządzeniu wykresu sił podłużnych – mogą być pominięte w dalszych obliczeniach.

Zamiast stosować równania przegubów dla belek gerberowskich, co mogłoby prowadzić do większych układów równań, rozbija się belki na belki proste, tak aby każda z nich była prawidłowo podparta. W ten sposób uzyskuje się tzw. schemat zastępczy, określający kolejność obliczeń reakcji pionowych: od belek najwyższego poziomu do belek najniższego poziomu.

Mając rozwiązania belek prostych, tworzy się wykresy zbiorcze momentów i sił poprzecznych dla całej belki gerberowskiej.

Przykłady

Belka przegubowa



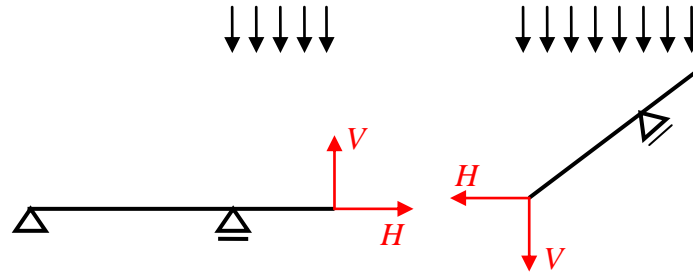
Rys. 9.1 Belka przegubowa

Powyższy układ jest wewnętrznie zmienny (dwie tarcze połączone przegubem) i zewnętrznie niezmienny. Do obliczenia reakcji, poza równaniami statyki dołączmy równanie przegubu: z warunku zerowania się momentów od obciążeń działających z prawej strony przegubu (na belce ukośnej), obliczamy reakcję na ukośnej podporze przesuwnej.

Aby określić siły przekrojowe w belce przegubowej, rozkładamy ją na belki proste. Rozcinając belkę w przegubie i wstawiając siły działające w przegubie, pochodzące od wzajemnie oddziałujących na siebie belek prostych², otrzymujemy schemat obliczeniowy jak na rys. 9.2. Siły przekrojowe ustalamy na zwykłej drodze, przy czym reakcji zaznaczonych na rys. 9.2 na czerwono nie musimy określać dobierając stosowny kierunek analizy (na belce poziomej od lewej strony, a na belce ukośnej – od prawej).

¹ opatentowane w 1886 przez Heinricha Gerbera, zwane także wspornikowymi (zwłaszcza w literaturze anglosaskiej)

² jest to samo zrównoważony układ sił (z trzeciej zasady dynamiki Newtona)



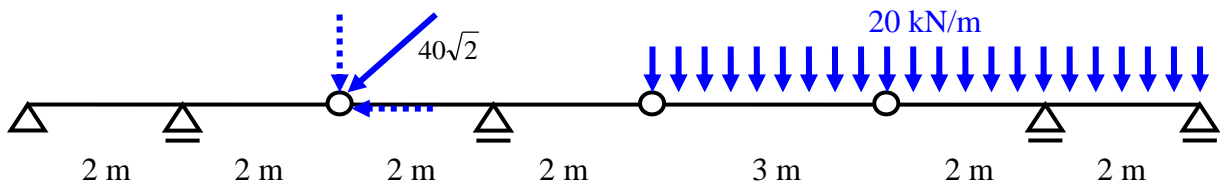
Rys. 9.2 Dekompozycje belki przegubowej na belki proste

Belki gerberowskie

Kiedy osie belek są współliniowe, obliczenia można uprościć, stosując zamiast ogólnej metody dedykowaną takim belkom. Polega ona na hierarchicznym uszeregowaniu belek na podstawie przyłożonych więzów. Obliczenia prowadzimy poczynając od belek „górných”.

Uwaga: Przypomnieć należy że przegub nie jest punktem charakterystycznym dla równań sił przekrojowych.

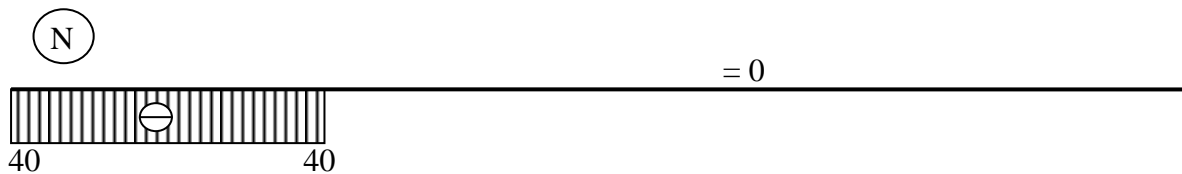
Przykład



Rys. 9.3 Belka wspornikowa (gerberowska)

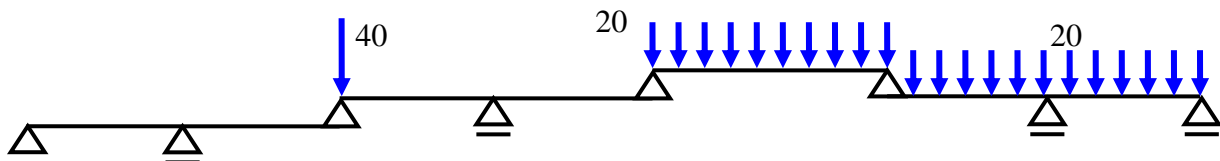
Rozwiązanie:

Rozpoczynamy od poziomej reakcji podporowej i wykresu sił podłużnych, rys 9.4.



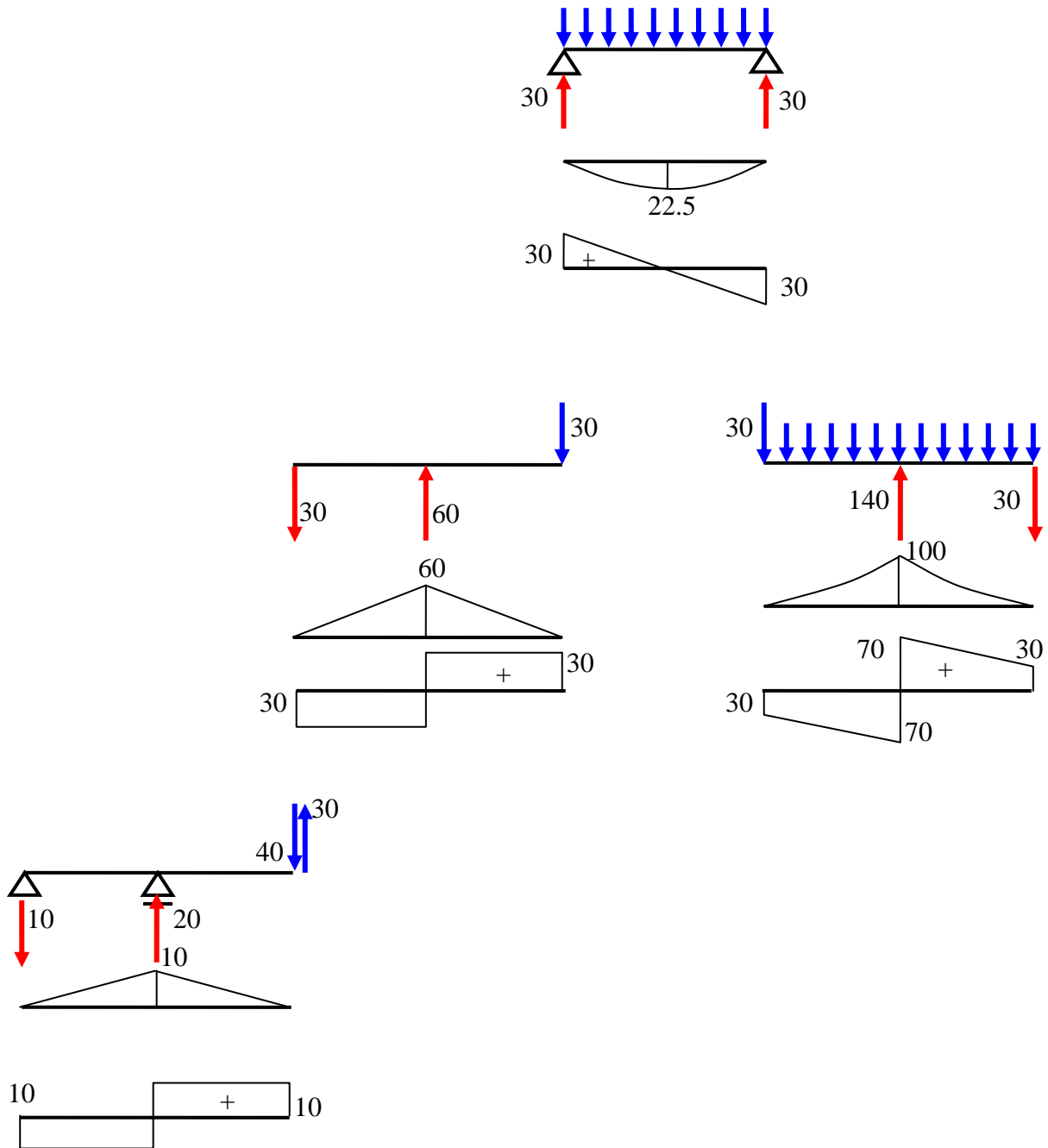
Rys. 9.4 Wykres sił podłużnych

W dalszych obliczeniach pomijamy wszelkie składowe poziome obciążenia, nie mające wpływu na momenty gnące i siły tnące. Konstruujemy równoważny schemat statyczny, umieszczając kolejne belki (elementy od przegubu do przegubu) tak, aby każda z nich była właściwie podparta albo na belce pod nią albo na istniejącej podporze. Jeśli belka wyjściowa była geometrycznie niezmienna, wszystkie belki powinny być prawidłowo podparte (celowo ignorując translację poziomą), rys. 9.5.



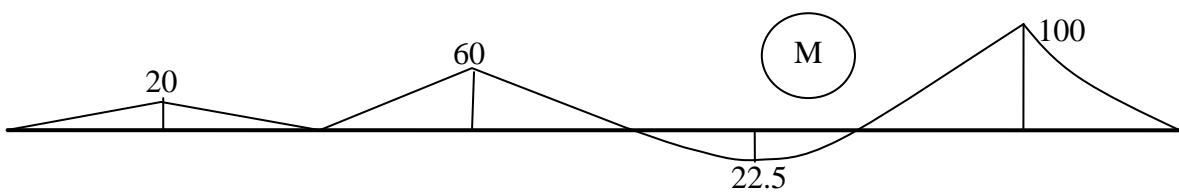
Rys. 8.5 Równoważny schemat statyczny belki

Do belek przykładamy przypisane im obciążenie poprzeczne, rys. 9.6, i po kolei rozwiązujemy.

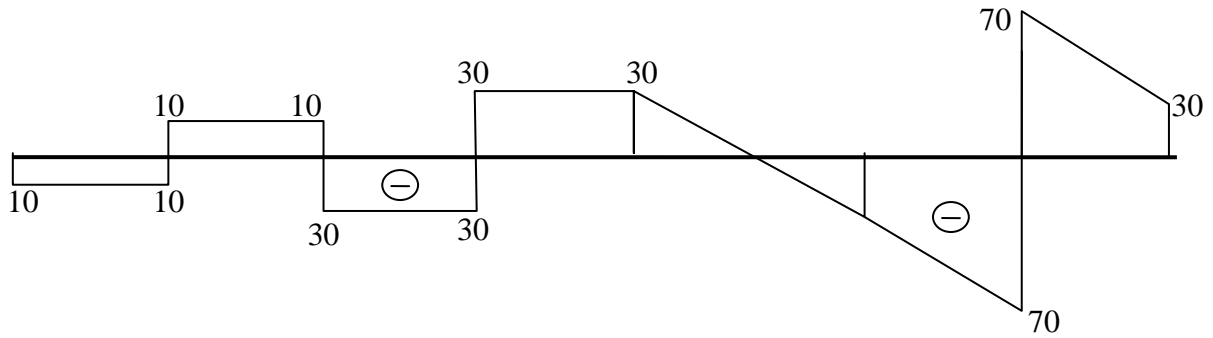


Rys. 9.6 Sekwencja belek prostych

Wykresy zbiorcze:



Rys. 9.7 Momenty zginające

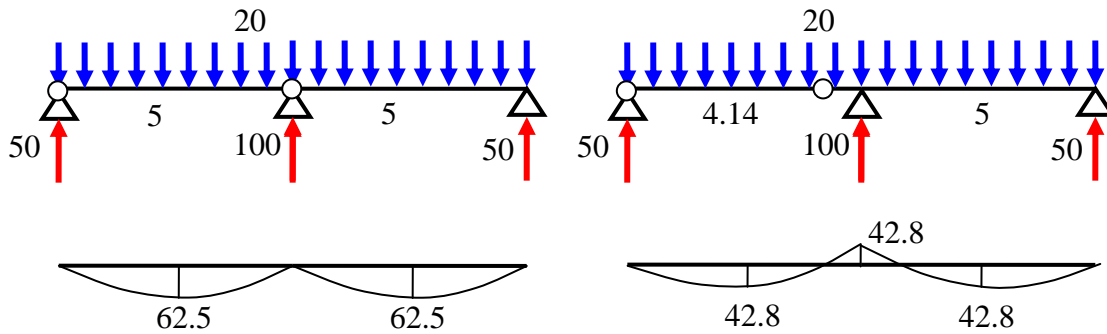


Rys. 9.8 Siły poprzeczne

Ćwiczenia

Problem 1

Porównać wykresy momentów zginających belek z rys. 9.9:



Rys. 9.9 Belki gerberowskie o jednakowych przęsłach i obciążeniach

Rozwiązanie

W obu przypadkach wzór na maksymalny moment zginający (przęsłowy) jest taki sam:

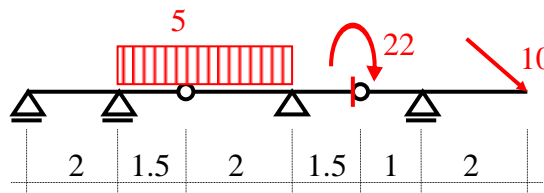
$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8}$$

gdzie l jest odległością pomiędzy przegubami.

W drugim przypadku (z prawej) momenty maksymalne będą mniejsze o 32%, co tłumaczy zasadność stosowania przegubów poza podporami.

Problem 2

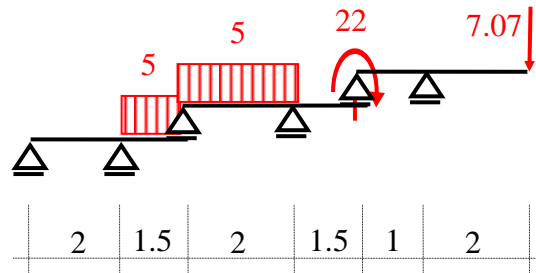
Sporządzić schemat zastępczy belki, rys. 9.10, określić siły przekrojowe i narysować ich wykresy zbiorcze.



Rys. 9.10 Belka wspornikowa

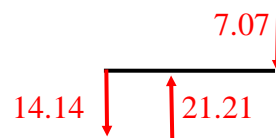
Rozwiązanie

Zacznymy od schematu zastępczego i obciążeń poprzecznych, rys. 9.11.



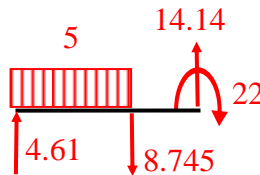
Rys. 9.11 Schemat zastępczy belki

belka górna, rys. 9.12



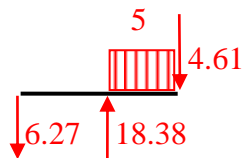
Rys. 9.12 Belka górna

belka pośrodkowa, rys. 9.13



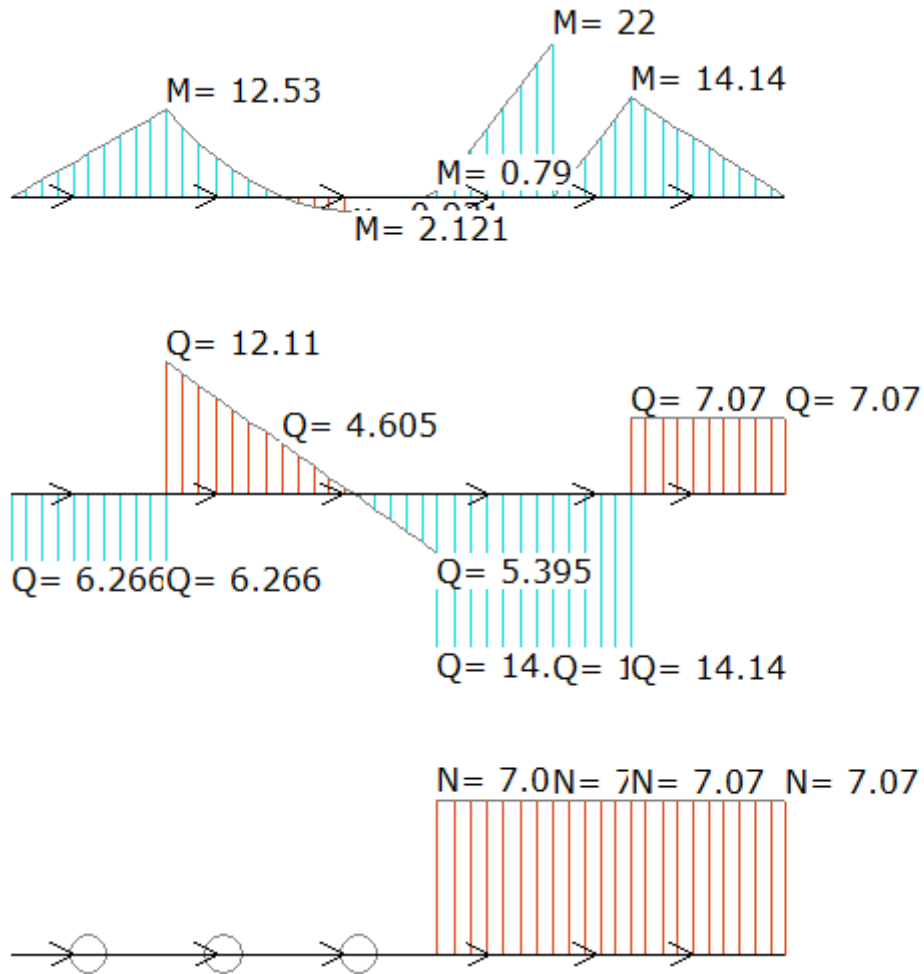
Rys. 9.13 Belka pośrodkowa

belka dolna, rys. 9.14



Rys. 9.14 Belka dolna

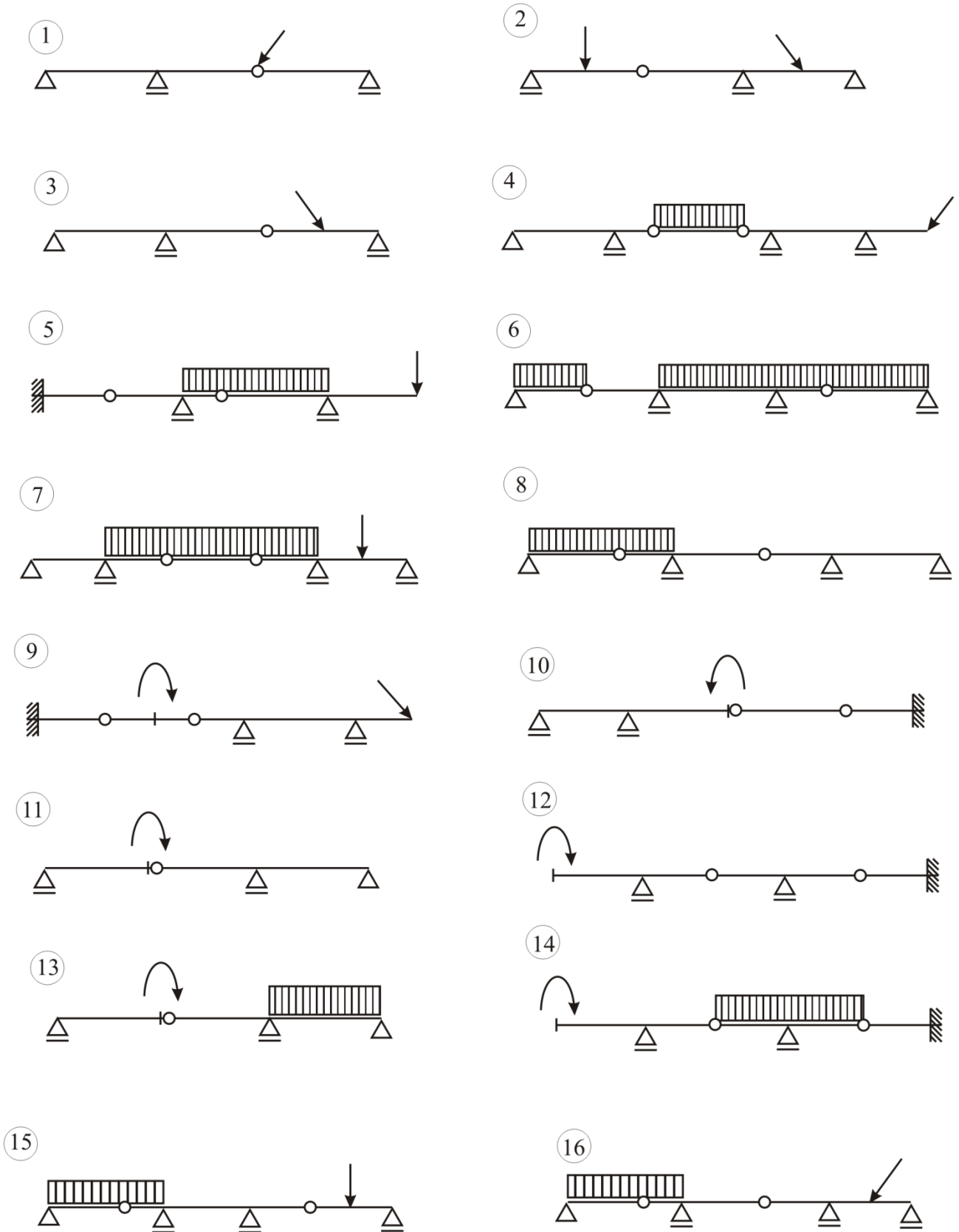
Sporządzenie wykresów sił przekrojowych dla belek z rys. 9.12 – 9.14 nie powinno być trudne. Podajemy zatem jedynie końcowe wykresy zbiorcze, rys. 9.15, uzyskane z programu *statyka.exe*.



Rys. 9.15 Wykresy sił przekrojowych

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Na rys. 9.16 przedstawiono zadania do samodzielnego rozwiązania (na konkretnych liczbach).



Rys. 9.16 Zadania do samodzielnego rozwiązania