

Złożony stan naprężenia

Wstęp

Podstawowe wzory dla konstrukcji prętowych

W konstrukcjach prętowych najczęściej występują jedynie dwa elementy tensora naprężenia: σ oraz τ . Wzory na naprężenia zredukowane dla poszczególnych hipotez wyrażają się wówczas:

$$\sigma_{zx}^G = \max\left(\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}, \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}\right),$$

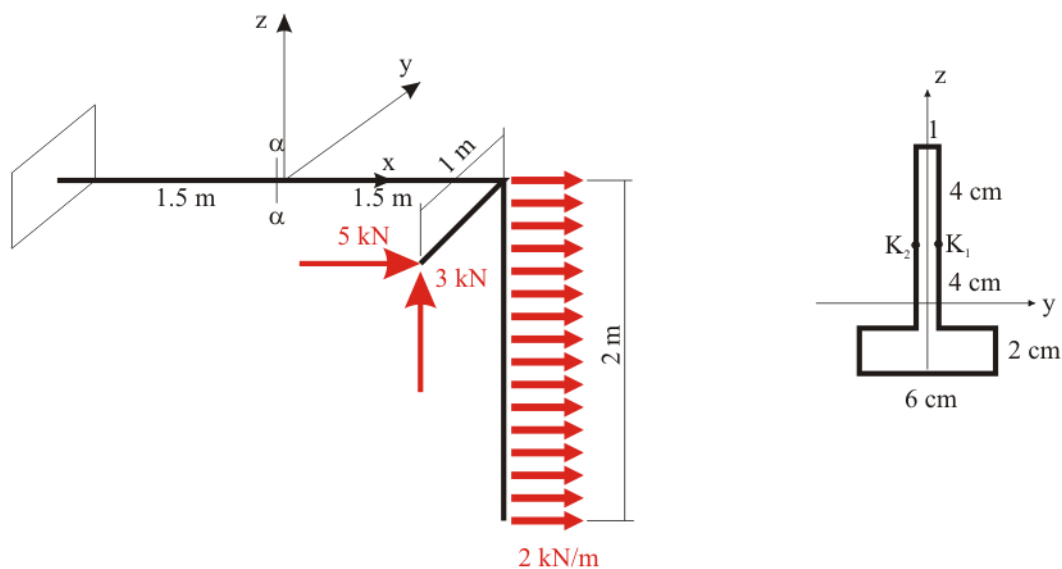
$$\sigma_{zx}^{CTG} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

$$\sigma_{zx}^{HMH} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2},$$

$$\sigma_{zx}^C = (1-k)\frac{\sigma}{2} + (1+k)\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}.$$

Przykład

Obliczyć σ_{HMH} w punktach K_1 i K_2 przekroju α - α , rys. 1



Rys. 1 Złożony stan naprężenia

$$J_s = \beta b^3 h, \quad W_s = \alpha b^2 h, \quad \alpha(3) = 0.267, \alpha(8) = 0.307, \beta(3) = 0.263, \beta(8) = 0.307$$

Rozwiązanie:

Siły przekrojowe w przekroju α - α :

$$N = 5 + 4 = 9 \text{ kN}$$

$$Q_z = 3 \text{ kN}$$

$$M_x = -3 \text{ kNm}$$

$$M_y = -4 - 4.5 = -8.5 \text{ kNm}$$

$$M_z = 5 \text{ kNm}$$

$$A = 20 \text{ cm}^2$$

$$\text{Położenie środka ciężkości: } z_c = \frac{6 \cdot 2 \cdot 1 + 8 \cdot 1 \cdot 6}{6 \cdot 2 + 8 \cdot 1} = 3 \text{ cm}$$

Momenty bezwładności:

$$J_y = \frac{6 \cdot 8}{12} + 12 \cdot 4 + \frac{1 \cdot 8^3}{12} + 8 \cdot 9 = 166.7 \text{ cm}^4$$

$$J_z = \frac{8 \cdot 1}{12} + \frac{2 \cdot 6^3}{12} = 36.67 \text{ cm}^4$$

Naprężenia normalne (rozciąganie i zginanie ukośne)

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} z - \frac{M_z}{J_z} y = \frac{9 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} - \frac{8.5 \cdot 10^3}{166.7 \cdot 10^{-8}} 0.03 - \frac{5 \cdot 10^3}{36.67 \cdot 10^{-8}} (\pm 0.005)$$

$$\sigma_x^{K_1} = -80.3 \text{ MPa}, \sigma_x^{K_2} = -216.6 \text{ MPa}$$

Naprężenia tnące od ścinania siła Q_z :

$$\tau_{xz} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{166.7 \cdot 10^{-8} \cdot 0.01} = 3.6 \text{ MPa}$$

Skręcanie:

$$M_2 = \frac{J_{s2}}{J_s}, M_1 = \frac{J_{s1}}{J_s}, J_{s1} = 1.26 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4, J_{s2} = 2.456 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$M_2 = 488.6 \text{ Nm}, M_1 = 2507 \text{ Nm}$$

$$W_{s2} = 2.46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

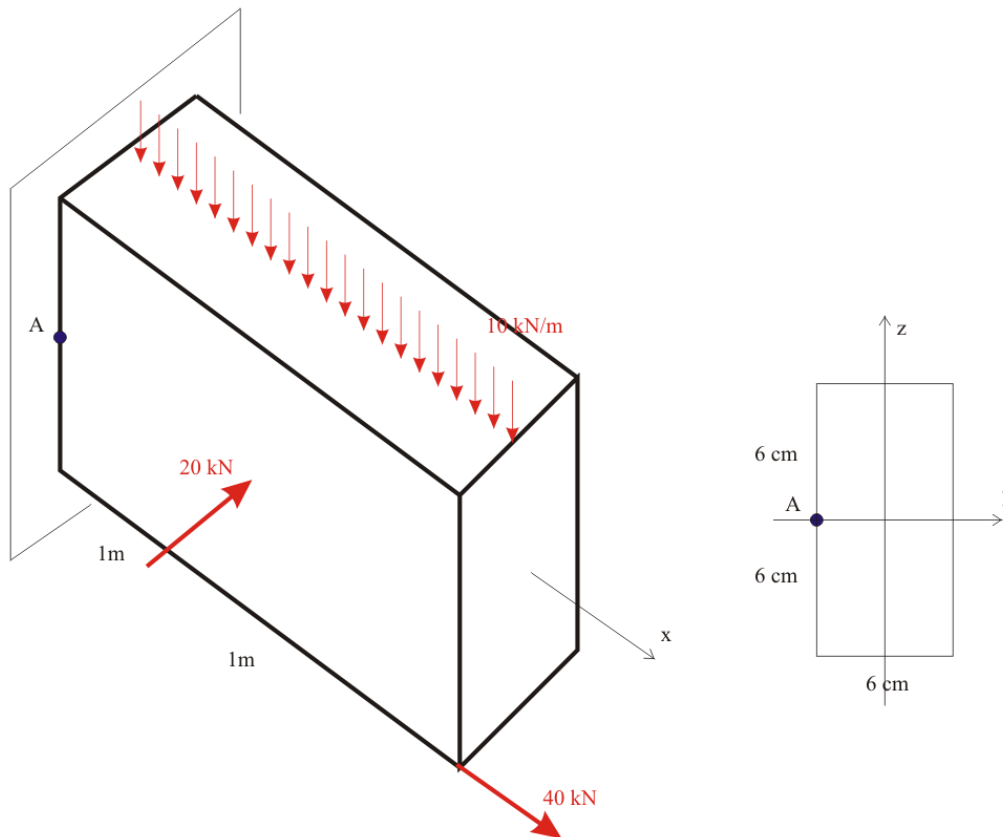
$$\tau_s = \mp 198.9 \text{ MPa}, \tau_{xz}^{K_1} = -195.3 \text{ MPa}, \tau_{xz}^{K_2} = 202.5 \text{ MPa}$$

Naprężenie zredukowane wg hipotezy HMM:

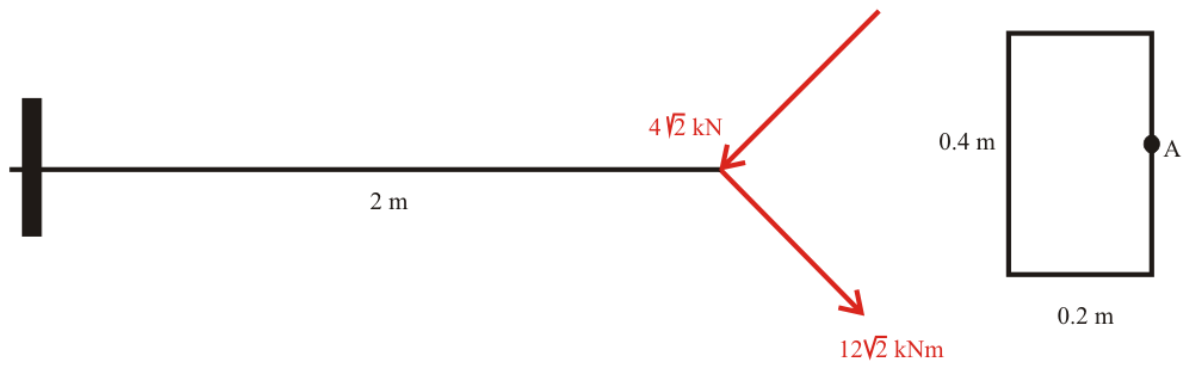
$$\sigma_{HMH}^{K_1} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 347.7 \text{ MPa}, \sigma_{HMH}^{K_2} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 412.2 \text{ MPa}$$

Zadania kontrolne

Obliczyć naprężenie zastępcze (zredukowane) w p. K przekroju utwierdzenia wg hipotez HMM, CTG, Galileusza i Coulomba-Mohra.



(a) Złożony stan naprężenia



(b) Złożony stan naprężenia

$$J_s = \beta b^3 h, W_s = \alpha b^2 h, \alpha = 0.246, \beta = 0.229$$