Nośność plastyczna konstrukcji

Statycznie dopuszczalne pole naprężenia

Statycznie dopuszczalnym polem naprężenia jest pole naprężenia zgodne ze statycznymi warunkami brzegowymi, którego wartości nigdzie nie przekraczają granicy plastyczności, $|\sigma_x| \le \mathrm{Re}$.

Twierdzenie o oszacowaniu dolnym

Jeśli statycznie dopuszczalne pole naprężenia równoważy przyłożone obciążenie, nośność konstrukcji jest co najmniej taka jak przyłożone obciążenie.

Kinematycznie dopuszczalne pole przemieszczeń

Dowolne przemieszczenia konstrukcji, spełniające kinematyczne warunki brzegowe, nazywamy kinematycznie dopuszczalnym polem przemieszczenia.

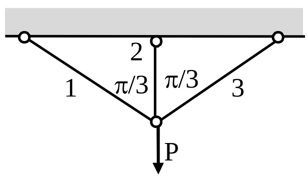
Twierdzenie o oszacowaniu górnym

Jeżeli, dla kinematycznie dopuszczalnego pola przemieszczenia, praca wirtualna sił wewnętrznych jest równa pracy sił zewnętrznych, nośność graniczna jest nie większa od przyłożonego obciążenia.

Przykłady zastosowania twierdzeń ekstremalnych teorii plastyczności

1. Kratownica

Określić nośność plastyczną kratownicy z rys. 1, zakładając A_1 = 2 cm^2, A_2 = 3 cm^2, A_3 = 4 cm^2 oraz Re = 200 MPa.



Rys. 1

Rozwiązanie

Statycznie dopuszczalne pole naprężęnia (sdpn)

Nośności plastyczne prętów wynoszą:

$$\overline{\overline{N}} = A\mathrm{Re}\text{, so } \overline{\overline{N}}_1 = 40\,\mathrm{kN},\ \overline{\overline{N}}_2 = 60\,\mathrm{kN},\ \overline{\overline{N}}_3 = 80\,\mathrm{kN}$$

(a) Zakładamy uplastycznienie prętów *1* i *2*: $N_1 = 40$ kN oraz $N_2 = 60$ kN. Z równowagi węzła mamy: $N_3 = N_1 = 40$ kN (dopuszczalne, < $\overline{\overline{N}}_3$) i $\overline{\overline{P}} = 100\,\mathrm{kN}$

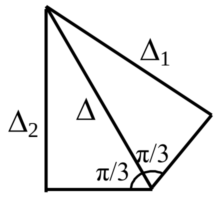
(b) Zakładamy uplastycznienie prętów *1* oraz *3*: $N_1 = 40$ kN and $N_3 = 80$ kN. Z równowagi węzła wynika, że w tym przypadku brak jest równowagi (w rzutowaniu na poziomą oś). Ten rozkład sił jest statycznie niedopuszczalny

(c) Zakładamy uplastycznienie prętów *2* i *3*: $N_2 = 60$ kN i $N_3 = 80$ kN. Z równowagi węzła wynika, że nie jest to możliwe, siła w pręcie *1* przekracza dopuszczalną wartość.

Ostatecznie, $\overline{\overline{P}} \ge 100\,\mathrm{kN}$

Kinematycznie dopuszczalne pole przemieszczenia (kdpp)

Zakładamy uplastycznienie prętów *1* i *2*. W takim przypadku chwilowy środek obrotu jest usytuowany w górnym przegubie pręta *3* a pole odpowiadające mu przemieszczeń and przedstawia rysunek 14.



Rys. 2 Pole przemieszczeń

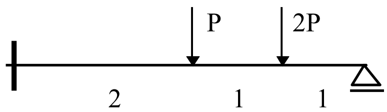
Z porównania prac sił zewnętrznych (zawsze dodatniej – dyssypacja energii) i pracy sił zewnętrznych, mamy:

$$P\Delta\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Delta\left(A_1+A_2\right)R_e, \quad \rightarrow \quad \overline{\overline{P}}=(A_1+A_2)R_e=5\cdot10^{-4}\cdot200\cdot10^{6}=100\text{kN}$$

Rozwiązanie jest identyczne jak w podejściu statycznym, jest więc rozwiązaniem ścisłym i rozpatrywanie innych kdpp jest niepotrzebne.

2. Belka

Określić nośność plastyczną belki z rys. 3.

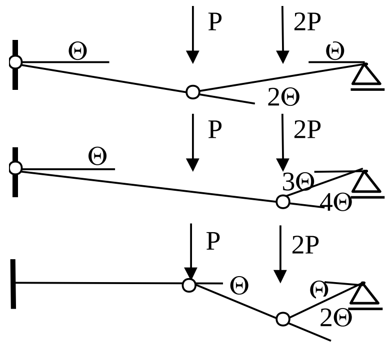


Rys. 3 Belka z obciążeniem

Rozwiązanie

KDPP

Rozpatrujemy trzy możliwe schematy zamiany belki na mechanizm kinematyczny o jednym stopniu swobody, rys. 4:



Rys. 4 Kinematyczne schematy zniszczenia

i obliczamy nośność każdego z nich, kolejno:

$$2\Theta P+2P\Theta=3\overline{\overline{M}}\Theta \quad \rightarrow \quad P_1=0.75\overline{\overline{M}}$$

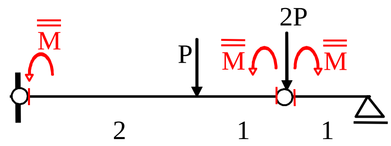
$$2\Theta P+2P3\Theta=5\overline{\overline{M}}\Theta \quad \rightarrow \quad P_2=0.625\overline{\overline{M}}$$

$$2P\Theta=3\overline{\overline{M}}\Theta \quad \rightarrow \quad P_3=1.5\overline{\overline{M}}$$

Wybieramy najmniejszą wartość oszacowania górnego, więc $\overline{\overline{P}}=0.625\overline{\overline{M}}$.

SDPN

Sprawdzamy rozwiązanie uzyskane podejściem kinematycznym, przyjmując przeguby plastyczne identycznie jak w schemacie kinematycznym 2, to jest w utwierdzeniu i pod siłą 2*P*, rys. 5.



Rys. 5 Belka z obciążeniem i przegubami plastycznymi

Z równowagi belki otrzymujemy po przeliczeniach $\overline{\overline{P}} = 0.625\overline{\overline{M}}$, co potwierdza wcześniejsze rozwiązanie.