

ELASTOOPTYKA

Elastooptyka stanowi grupę metod optycznych służących do doświadczalnego wyznaczania stanu naprężenia i odkształcenia. W niniejszym rozdziale omówiona zostanie jedynie podstawowa metoda, wykorzystująca obserwację światła przechodzącego przez ośrodek przezroczysty posiadający właściwości dwójłomności wymuszonej.

Elastooptyka jest stosowana powszechnie do badania modeli konstrukcji płaskich. Aby możliwe było odniesienie wyników badania modelowego do rzeczywistości, spełnione muszą zostać warunki podobieństwa modelowego. Jednak w wielu wypadkach rozkład naprężeń nie zależy od stałych materiałowych a wyniki eksperymentalne można zastosować do każdego innego materiału izotropowego.

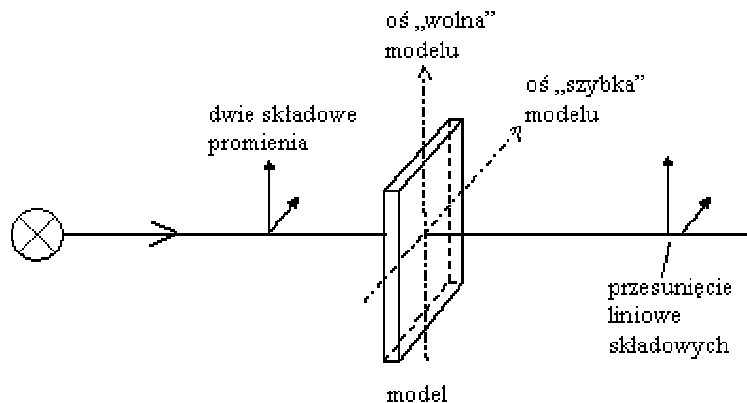
Stąd wynikają wybitne walory dydaktyczne elastooptyki, umożliwiającej wizualizację naprężeń oraz łatwą weryfikację założeń i wyników teorii. Dlatego, mimo ogromnego rozwoju metod obliczeniowych w mechanice, elastooptyka stanowi nieodzowną część składową ćwiczeń laboratoryjnych z wytrzymałości materiałów.

Polaryzacja światła, dwójłomność

Światło jest poprzeczną falą elektromagnetyczną, określoną jednoznacznie wektorami natężenia pola elektrycznego i magnetycznego. Ponieważ wektory obu pól są wzajemnie sprzężone, praktycznie wystarcza analiza jednego z nich, zwanego dalej "wektorem światła".

Światło rozchodzi się w próżni z większą prędkością niż w ośrodku przezroczystym. Stosunek obu tych prędkości (większy od jedności) zwany jest *bezwzględnym współczynnikiem załamania*. W odróżnieniu od niego (zwykły) *współczynnik załamania* jest stosunkiem prędkości rozchodzenia się światła w dwóch różnych ośrodkach.

Istnieją materiały charakteryzujące się anizotropią optyczną zwaną *dwójłomnością*. W takich materiałach współczynnik załamania, a tym samym i prędkość światła, zależą od kierunku wektora padającego światła. Wektor światła, o dowolnym kierunku, możemy przedstawić w postaci dwóch jego składowych, rys.1.



Rys.1. Przejście promienia światła przez materiał dwójłomny

Każda z nich przechodzi przez model z inną prędkością: składowa równoległa do osi "szybkiej" z większą prędkością, składowa równoległa do osi "wolnej" - z mniejszą. Czasy przejścia obu składowych promieni świetlnego przez model grubości d są różne:

$$t_1 = d / v_1, \quad t_2 = d / v_2,$$

skąd wynika różnica w czasie przejścia:

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne

$$\Delta t = t_1 - t_2 = d (1 / v_1 - 1 / v_2).$$

Wzajemne przesunięcie liniowe składowych promienia jest proporcjonalne do prędkości światła w powietrzu, v_0 , i - w rezultacie - zależy od różnicy współczynników załamania, n :

$$\delta = v_0 \Delta t = d (v_0 / v_1 - v_0 / v_2) = (n_1 - n_2) d.$$

Zgodnie z teorią Maxwella, współczynniki załamania można przedstawić jako liniową kombinację naprężeń głównych:

$$\begin{aligned} n_1 &= n + C_1 \sigma_1 + C_2 \sigma_2, \\ n_2 &= n + C_2 \sigma_1 + C_1 \sigma_2, \end{aligned}$$

a ich różnicę jako:

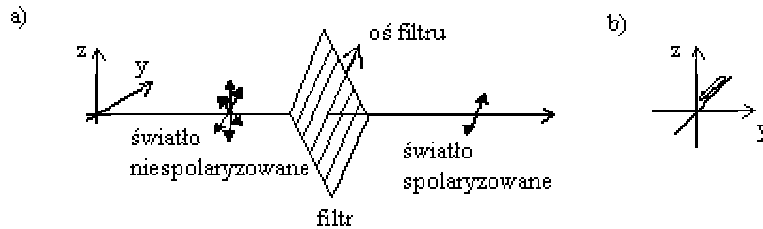
$$n_1 - n_2 = (C_1 - C_2) (\sigma_1 - \sigma_2) = C (\sigma_1 - \sigma_2).$$

Tak więc, przesunięcie liniowe składowych promienia jest proporcjonalne do różnicy naprężeń głównych:

$$\delta = Cd (\sigma_1 - \sigma_2).$$

Dwójłomność ciał izotropowych optycznie, powstająca pod wpływem sił wewnętrznych w ośrodkach pierwotnie izotropowych optycznie, nazywamy dwójłomnością wymuszoną.

W elastooptyce wykorzystuje się światło monochromatyczne. Wektor światła drga w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się światła a kierunek tych drgań jest - w ogólności - dowolny. Często jednak mamy do czynienia z uporządkowaną orientacją drgań. Mówimy wówczas o świetle spolaryzowanym.



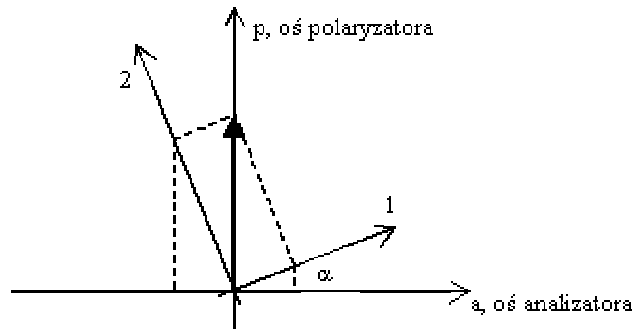
Rys.2. Liniowa polaryzacja światła

Jednym z takich przypadków jest światło liniowo spolaryzowane, rys.2. Uzyskuje się je przepuszczając wiązkę światła przez specjalny filtr polaryzacyjny, rys.2a. W wyniku otrzymuje się falę płaską, której wektor drga w jednym kierunku a drgania składowe są zgodne w fazie, rys.2b. Mówiąc obrazowo, koniec wektora świetlnego porusza się wzdłuż linii prostej. Osią filtru nazywamy kierunek wymuszonej polaryzacji światła, a sam filtr - w zależności od miejsca jakie zajmuje w układzie - *polaryzatorem* (jeśli jest przed modelem) albo *analizatorem* (jeśli jest za modelem).

Rozkład wektora światła w polaryskopie liniowym

Polaryskopem liniowym nazywamy układ optyczny, składający się ze źródła światła, polaryzatora oraz analizatora, którego oś optyczna jest prostopadła do osi polaryzatora. W wyniku tego światło, spolaryzowane liniowo po przejściu przez polaryzator, zostanie całkowicie wygaszone przez analizator. Sytuacja nie ulegnie zmianie, jeśli między polaryzator i analizator wstawimy nieobciążony model. Jeśli jednak model obciążymy, to wskutek zachodzącej dwójłomności wymuszonej powstanie względne przesunięcie składowych drgań. W efekcie część światła zostanie przepuszczona przez analizator. Wynika to z poniższej analizy przebiegu wiązki światła, rys.3.

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne



Rys.3. Rozkład promienia na kierunki w polaryzatorze liniowym

Przyjmijmy, że drganie wektora światła po przejściu przez polaryzator jest drganiem harmonicznym prostym w kierunku osi polaryzatora o amplitudzie jednostkowej (straty w układzie i ich wpływ na amplitudę będziemy pomijać):

$$A_p = \sin \omega t.$$

W kierunkach głównych składowe zapiszą się:

$$A_1 = \sin \alpha \sin \omega t, \quad A_2 = \cos \alpha \sin \omega t,$$

a po uwzględnieniu przesunięcia składowych w fazie przy przejściu przez model:

$$A_1 = \sin \alpha \sin \omega t, \quad A_2 = \cos \alpha \sin(\omega t - \varphi),$$

Obliczamy składową poziomą, przepuszczaną przez analizator:

$$A_a = A_1 \cos \alpha - A_2 \sin \alpha = \sin 2\alpha \sin 0.5\varphi \cos(\omega t - 0.5\varphi).$$

Wynika stąd, że pewna część światła nie osiągnie ekranu, jeśli $\sin 2\alpha = 0$ lub $\sin 0.5\varphi = 0$.

W pierwszym przypadku kierunki naprężeń głównych są równoległe do (wzajemnie prostopadłych) kierunków polaryzacji polaryzatora i analizatora. Promienie przechodzące przez takie punkty modelu będą wygaszone i na ekranie pozostaną ciemne pasma zwane izoklinami.

Izoklina jest m.g.p. modelu, w których kierunki naprężeń głównych są takie same.

Kąt nachylenia jednego z kierunków głównych względem przyjętego układu odniesienia nazywamy *parametrem izokliny*. Obraz izokliny jest zależny od ustawienia polaryzatora i analizatora.

Drugi przypadek wzajemnego wygaszenia się składowych promienia, oznacza takie przesunięcie fazowe składowych promienia, które jest krotnością okresu drgań:

$$0.5\varphi = m\pi, \text{ skąd } \varphi = m(2\pi).$$

Przesunięcie liniowe jest wówczas krotnością długości fali: $\delta = m\lambda$. Porównując wzór na przemieszczenie liniowe ze wzorem wyprowadzonym wcześniej, otrzymujemy tzw. równanie izochrom:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = km,$$

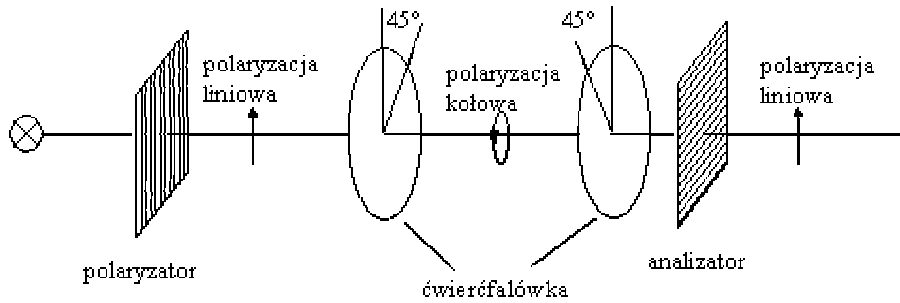
gdzie k jest elastoptyczną naprężeniową stałą modelową a m jest rzędem izochromy.

Izochroma jest m.g.p. modelu, w których różnica naprężeń głównych ma wartość stałą.

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne

Jak wiadomo z kursu wytrzymałości, jest więc zarazem warstwicą ekstremalnych naprężeń stycznych, które nie zmieniają położenia wskutek obrotu polaryzatora i analizatora, skrzyżowanych ze sobą.

Polaryskop kołowy



Rys.4. Polaryskop kołowy

W polaryskopie liniowym obserwowane są jednocześnie zarówno izokliny jak i izochromy, co jest pewną niedogodnością. Obraz izoklin jest usunięty w polaryskopie kołowym, pracującym w świetle kołowo spolaryzowanym, w którym drgania składowe o równych amplitudach są przesunięte w fazie względem siebie o ćwierć długości fali a koniec wektora świetlnego zatacza okrąg.

światło kołowo spolaryzowane otrzymuje się za pomocą tzw. ćwierćfalówek. Są to filtry o dwójłomności dobranej odpowiednio do długości fali świetlnej w taki sposób, aby składowe drgań w kierunku tzw. osi szybkiej i wolnej były przesunięte względem siebie o ćwierć długości fali. Jeżeli oś ćwierćfalówki, ustawionej za polaryzatorem, tworzy z osią polaryzatora kąt 45° , to w efekcie otrzymamy światło spolaryzowane kołowo, w którym żaden z kierunków nie jest wyróżniony.

Kolejna ćwierćfalówka, skrzyżowana z pierwszą, znosi jej działanie. W rezultacie amplituda drgań przepuszczanych przez analizator zależy jedynie od względnego przesunięcia fazowego i widoczny jest jedynie obraz izochrom.

Pełno-polowa analiza obrazu

Określenie wielkości naprężeń nominalnych, gradientów naprężeń i pełnego rozkładu naprężenia w modelu stanowi tzw. pełno-polową analizę obrazu. Analiza taka wymaga gruntownej znajomości właściwości obrazu powstającego na ekranie i zdolności jego interpretacji. Aby ułatwić to zadanie, poniżej zamieszczone są sposoby całościowej interpretacji obrazu elastooptycznego.

Izokliny

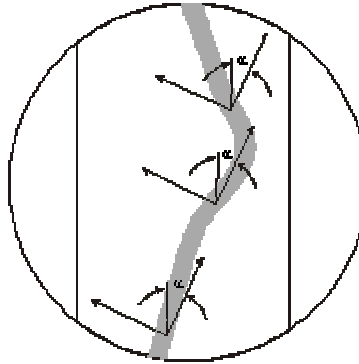
Izokliny obserwowane są w świetle liniowo spolaryzowanym. Określają miejsca o stałych kierunkach głównych naprężeń które, generalnie, zmieniają się od punktu do punktu. Kierunki naprężeń głównych pokrywają się dokładnie z kierunkami osi polaryzatora i analizatora. Prążki izoklin nakładają się na wzorec izochrom w postaci czarnych linii, pasm lub stref.

Aby je prawidłowo zidentyfikować i odróżnić od, również czarnej, izochromy zerowej (patrz dalej: izochromy), należy zwrócić uwagę na następujące właściwości:

- izokliny zmieniają swoje położenie wraz z obrotem analizatora sprzęgniętego z polaryzatorem,
- w trakcie obciążania (przy proporcjonalnych przyrostach naprężeń) izokliny nie zmieniają swojego położenia,
- kierunki naprężeń głównych w punkcie pokrywają się z osiami polaryzatora i analizatora: ich kąt obrotu określa kąt jaki tworzą kierunki główne względem przyjętego układu odniesienia, np. wzdłuż osi podłużnej modelu, rys.5,

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne

- położenie izoklin w badanym obszarze można określić kreśląc ich obraz dla obrotów co - powiedzmy - 15° ,
- przez punkty izotropowe, gdzie oba naprężenia główne są takie same i rząd izochromy jest zerowy, przechodzą wszystkie izokliny,
- rysunek izoklin powinien odpowiadać najciemniejszej części prążka a linie powinny być poprawione i wygładzone,
- na podstawie rysunku izoklin (i ich definicji) można skonstruować trajektorie naprężeń głównych.



Rys.5 Izoklina o parametrze α

Izochromy

Układ izochrom pojawiający się na powierzchni modelu obserwowanego w świetle spolaryzowanym kołowo, może być traktowany i przedstawiany jako mapa konturowa różnicy naprężeń głównych (bez uwzględnienia znaku) albo - zamiennie - maksymalnych naprężeń stycznych. Właściwości izochrom są identyczne z warstwicami na kolorowych mapach topograficznych. Wzór izochrom tworzy szczyty i doliny, mielizny i głębie, równiny i wzgórza - z "poziomem morza" w postaci izochromy zerowego rzędu w punktach izotropowych (o dowolnych kierunkach głównych).

Pojawiające się, wskutek dwójłomności wymuszonej w modelu, przesunięcie fazowe składowych promienia świetlnego (ich względne opóźnienie) powoduje, wskutek interferencji wzmocnienie albo osłabienie wychodzącej wiązki światła. Jeśli w doświadczeniu używane jest światło białe, złożone ze wszystkich długości fal widzialnego spektrum, dla określonej wartości opóźnienia następuje zanikanie fali jednej tylko długości (koloru) i nie wygaszanie innych. Obserwator widzi kolor będący dopełnieniem wygaszonego koloru. Purpurowy prążek jest łatwy do odróżnienia od czerwonego i niebieskiego, sąsiadujących z nim. Jest ponadto bardzo wrażliwy na zmianę poziomu naprężenia (wąskie pasmo długości fali). Z tych powodów określany jest jako *odcień przejścia* i został wybrany jako kolor odpowiadający całkowitemu rządowi izochromy ($n = 1$).

Przy dalszym wzroście dwójłomności wymuszonej w modelu, rosnące opóźnienie jest wielokrotnością stopniowo coraz większej liczby fal określonej długości. Cykl kolorów prążków powtarza się, ale kolory nie są identyczne z powodu równoczesnego wygaszania większej ilości kolorów. W wyniku tego izochromy stają się coraz bardziej blade i mniej wyraźne. Izochromy rzędu większego od 4-5 nie są identyfikowalne w świetle białym. Chociaż izochromy rzędu większego od 3 są rzadko spotykane, mogą być zawsze wykryte w świetle monochromatycznym, jeśli jest taka potrzeba, albo za pomocą specjalnych filtrów optycznych, tzw. monochromatorów.

Poniższa tabela podaje charakterystyki prążków izochromatycznych dla materiału elastooptycznego próbek demonstracyjnych firmy Vishay, typu PSM-1 o grubości 3.2 mm i stałej modelowej $k = 2.21$ MPa/rząd. Tłustym drukiem zaznaczono odcienie przejścia.

Tablica charakterystyk prążków izochromatycznych

Kolor	Rząd n	\sim	Kolor	Rząd n	\sim
--------------	----------------------------	--------------------------	--------------	----------------------------	--------------------------

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne

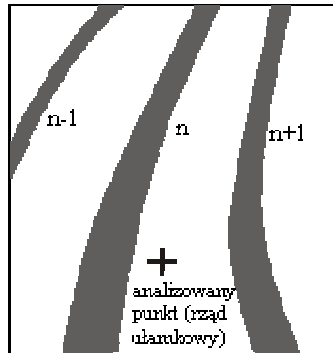
		[MPa]			[MPa]
Czarny	0.00	0.00	Różowo-czerwony	1.82	4.02
Szary	0.28	0.62	Purpurowy	2.00	4.41
Biały	0.45	0.99	Zielony	2.35	5.19
Blado żółty	0.60	1.32	Zielono-żółty	2.50	5.52
Pomarańczowy	0.80	1.76	Czerwony	2.65	5.85
Matowo czerwony	0.90	1.99	Czerwony/Zielony	3.00	6.62
Purpurowy	1.00	2.21	Zielony	3.10	6.84
Ciemno niebieski	1.08	2.38	Różowy	3.65	8.05
Niebiesko-zielony	1.22	2.69	Różowy/Zielony	4.00	8.86
Zielono-żółty	1.39	3.07	Zielony	4.15	9.16
Pomarańczowy	1.63	3.60	$\Delta = 575\text{nm}$ dla $n = 1$		

W szczególności, analizując obraz na ekranie, należy zwrócić uwagę na następujące właściwości:

- w trakcie obciążania izochromy pojawiają się najpierw w punktach o największych naprężeniach, najczęściej na brzegu ciała,
- przy rosnącym obciążeniu powstają izochromy wyższego rzędu a te wcześniej powstałe przesuwały się w kierunku obszarów o mniejszych naprężeniach,
- nie przecinają się ani nie łączą z innymi,
- nie zmieniają się przy obrocie polaryzatora sprzężonego z analizatorem,
- zachowują stale swoją pozycję w uszeregowanej sekwencji: izochroma rzędu n jest zawsze pomiędzy izochromą rzędu $n-1$ i $n+1$, rys. 6,
- izochroma rzędu zerowego jest zawsze czarna, w postaci izolowanej plamy, linii lub strefy otoczonej przylegającymi kolorowymi izochromami pierwszego rzędu (i jest miejscem, gdzie każdy z kierunków jest główny),
- procedura identyfikacji rzędu izochromy jest analogiczna do użycia mapy: najpierw odnajdujemy łatwo rozpoznawalny obiekt geograficzny, jak np. miasto czy szczyt, i używamy go jako punktu wyjścia do analizy innych (przyległych) obszarów; takim obiektem obrazu jest izochroma zerowego rzędu, rozpoznawana po czarnym kolorze, otoczona przez jasne przyległe kolory, pojawiająca się w na początku procesu obciążania, zwykle w narożach, i malejąca wraz ze wzrostem obciążenia,
- po kolorach występujących w jakimkolwiek kierunku można - na podstawie znajomości kolorów i ich sekwencji - określić czy rząd izochrom (różnica naprężeń głównych) rośnie czy maleje,
- lokalnie ograniczony obszar ciasno zgrupowanych pętli oznacza występowanie koncentracji naprężeń (duże gradienty naprężenia),
- pojedynczy, jednorodny kolor na dużej powierzchni wskazuje na stały poziom naprężenia,
- dla stanu jednoosiowego, czyli gdy jedno z naprężeń głównych jest równe zero, wartość niezerowego naprężenia może być określona wprost z równania izochromy na podstawie jej rzędu; taka sytuacja ma miejsce dla rozciągania, ściskania, prostego zginania ale także - co wynika ze statycznych warunków brzegowych - w każdym punkcie nieobciążonego brzegu,

A. Zaborski, Elastooptyka – podstawy fizyczne

- znak naprężenia na swobodnym brzegu może być łatwo określony poprzez delikatne naciśnięcie ostrym przedmiotem (np. końcówką długopisu) na brzeg: jeśli najbliższa izochroma wybrzuszy się w kierunku izochrom wyższych rzędów, naprężenie na brzegu jest ściskające,
- ułamkowe (nie całkowite) rzędy izochrom określa się metodami kompensacji,
- jeszcze raz należy podkreślić, że w świetle spolaryzowanym kołowo, przy jednoczesnym obrocie polaryzatora sprzęgniętego z analizatorem, obraz izochrom nie zmienia się.



Rys.6. Układ izochrom

Metoda kompensacji goniometrycznej (Tardy)

Metoda ta umożliwia wyznaczenie ułamkowych rzędów izochrom z zastosowaniem standardowych elementów polaryskopu, bez dodatkowego wyposażenia. Podstawą tej metody jest wykorzystanie faktu, że przy niezależnym obrocie osi analizatora w zakresie 0-180° obserwowane są ułamkowe rzędy izochrom, przy czym zależność między kątem obrotu a ułamkiem jest liniowa. Można więc sformułować następujące twierdzenie:

Kiedy polaryskop jest ustawiony w kierunku naprężeń głównych i światło jest spolaryzowane kołowo, niezależny obrót analizatora o kąt α , mierzony w stopniach, spowoduje przesunięcie izochromy do położenia, gdzie ułamkowy rząd wynosi $\alpha / 180$.