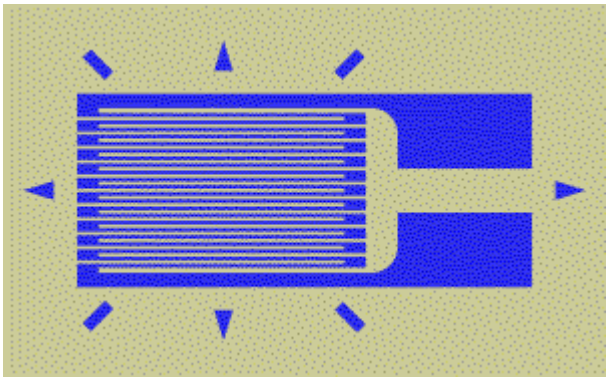
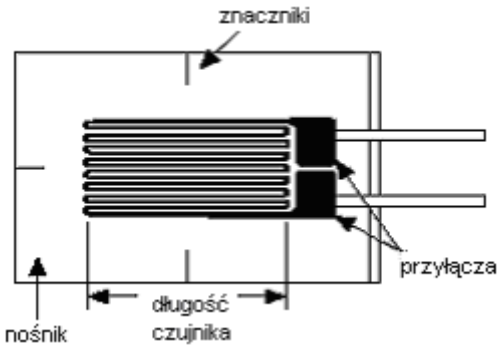
TENSOMETRIA ELEKTROOPOROWA

Czujniki elektrooporowy to czujnik którego oporność zmienia się pod wpływem działającej siły. Są najczęściej używanym przyrządem pomiarowym do pomiaru wielkości mechanicznych. Przetwarza siłę, ciśnienie, odkształcenie itp. na zmianę oporności którą można zmierzyć.

Tensometry elektrooporowe, jak sama nazwa wskazuje[1], mierzą odkształcenia, zarówno wydłużenia jak i skrócenia. Odkształcenia, wywołane zarówno przez czynniki zewnętrzne jak i wewnętrzne zmiany strukturalne (np. skurcz), przy zachowaniu pewnych warunków, mogą służyć do wyznaczenia wartości tych oddziaływań. Przykładowo, mierząc odkształcenia rozciąganego trzpienia stalowego o znanych właściwościach mechanicznych i geometrii, możemy określić działającą na niego siłę, otrzymując w ten sposób siłomierz.

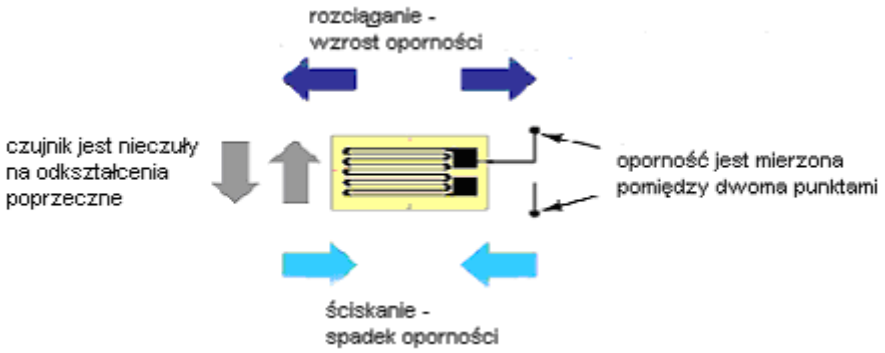




Pierwsze elektrooporowe czujniki tensometryczne powstały w 1938 r. Czujniki foliowe są zbudowane z rusztu z cienkiego drutu o średnicy ok. 25 mikrometrów, przyklejanego cienką warstwą kleju epoksydowego bezpośrednio do powierzchni obiektu pomiaru. Kiedy obiekt zostaje poddany obciążeniu,

[1] *tensio* (łac.) naprężenie; nazwa powstała w czasach, kiedy naprężenie utożsamiano ze skutkiem, tj. odkształceniem i – choć nieco myląca – jest używana nadal

wywołane wydłużenia/skrócenia powierzchni są przekazywane na czujnik, zmieniając jego oporność elektryczną. Ta z kolei jest proporcjonalna do odkształceń liniowych przewodu.



Czujnik elektrooporowy

Zarówno folia jak i powłoka kleju muszą powodować przeniesienie odkształceń z powierzchni obiektu na przewód czujnika, przy czym powłoka kleju powinna izolować przewód od powierzchni.Dobierając czujnik należy pamiętać nie tylko o jego charakterystyce odkształceniowej ale także i o jego czułości stailności na zmiany temperatury. Niestety, materiały najbardziej pożądane na czujniki są także czułe na zmiany temperatury i zmieniają swoją oporność wraz ze starzeniem się. Dla testów krótkotrwałych nie jest to żaden problem, ale dla ciągłych pomiarów przemysłowych niezbędna jest kompensacja tych zjawisk.

Odkształcenie materiału przenosi się poprzez klej i podkładkę na drucik elektrooporowy, wykonany z nichromu, kopalu, konstantanu, chromelu itp. materiałów nie wykazujących zmian oporności właściwej ρ od odkształcenia:

opór przewodu: $R = \frac{\rho l}{F}, R_1 = \frac{\rho l_1}{F_1} \Delta R = R_1 - R, l_1 = l(1+\varepsilon_x), F_1 = F(1-\nu\varepsilon_x)^2$

względna zmiana oporności:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_1 - R}{R} = \frac{R_1}{R} - 1 = \frac{l_1}{l}\frac{F}{F_1} - 1 = \frac{1+\varepsilon_x}{(1-\nu\varepsilon_x)^2} - 1 = \frac{\varepsilon_x + 2\nu\varepsilon_x - \nu^2\varepsilon_x^{\ 2}}{1 - 2\nu\varepsilon_x + \nu^2\varepsilon_x^{\ 2}} \approx \frac{\varepsilon_x + 2\nu\varepsilon_x}{1} = k\varepsilon_x$$

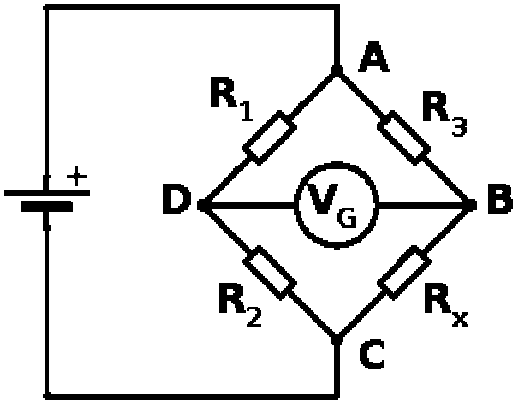
jest więc proporcjonalna do odkształcenia:

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon}$$

gdzie *k* jest stałą tensometryczną, podawaną przez wytwórcę, podstawowym parametrem czujnika elektrooporowego, którego typowa wartość jest w okolicach 2.

Obwody pomiarowe

Niewielkie zmiany oporności związane ze zmianą odkształceń mierzone są z zastosowaniem specjalnych obwodów elektrycznych. Zazwyczaj cztery czujniki tensometryczne są wpięte w w tzw. mostek Wheatstone'a.

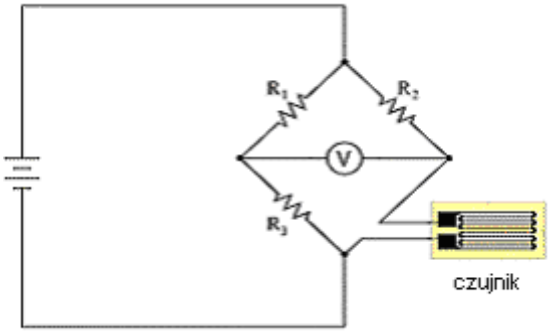


Mostek Wheatstone'a

Mostek Wheatstone'a jest zmostkowanym obwodem do pomiarów staticznej i dynamicznej oporności elektrycznej. Wyjście na mostku Wheatstone'a zwykle wyraża się w miliwoltach przy woltach na wejściu. Mostek Wheatstone'a nadaje się do kompensacji zmian temperatury. Liczba czujników wpiętych do układu zależy od zastosowania. Na przykład, może być użyteczne wpęcie czujników znajdujących się po przeciwnych stronach belki zginanej: wówczas jak wiadomo, jedne skrajne włókna są rozciągane a przeciwległe – ściskane. W ten sposób sygnał wyjściowy jest podwajany przy tych samych odkształceniach. W układach gdzie wszystkie gałęzie mostka zawierają czujniki, kompensacja temperatury następuje samoczynnie.

Przewód czujnika tensometrycznego ma bardzo mały przekrój: jeśli jest wykonany z okrągłego drutu, jego średnica wynosi zwykle kilka mikronów. Alternatywnie zamiast przewodu mogą to być pasma cienkiego filmu metalicznego na nieprzewodzącym materiale zwanym nośnikiem. Czujnik jest naklejany na powierzchnię badanego obiektu. Zadanie przyklejania tensometru do powierzchni wydaje się być bardzo proste, ale tak nie jest. Umieszczanie czujników jest sztuką samą w sobie, absolutnie podstawową dla uzyskania dokładnych i stabilnych pomiarów odkształceń.

Typowy opór czujnika zawiera się w granicach od 30 Omów do 3 kOmów (nieobciążonego). Ten opór może się zmienia jedynie w ułamku procenta dla pełnego zakresu czujnika (z reguły poniżej 0.2%), zważywszy na ograniczenia wynikające z zakresu sprężystej pracy materiału czujnika jak i badanego obiektu. Siły powodujące większe odkształcenia mogłyby na stałe zdeformować zarówno badany obiekt jak i sam czujnik, uniemożliwiając jego użycie do dalszych pomiarów. Tak więc praktycznie niezbędne jest mierzenie niewielkich zmian oporności z dużą dokładnością.

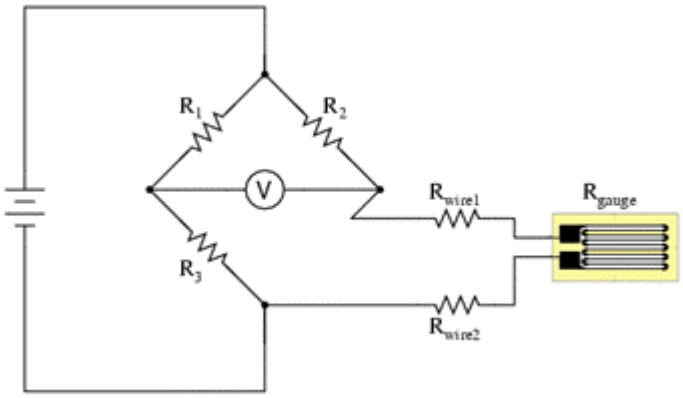


Ćwierć-mostek

Zazwyczaj opór R2 w gałęzi mostka ma wartość równą oporowi czujnika tensometrycznego nieobciążonego. Pozostałe opory są również sobie równe. Tak więc, jeśli tensometr jest nioebciążony, mostek jest zbalansowany (jest w równowadze), co oznacza zerowe napięcie na woltomierzu. Gdy czujnik jest obciążany, jego opór zmie-

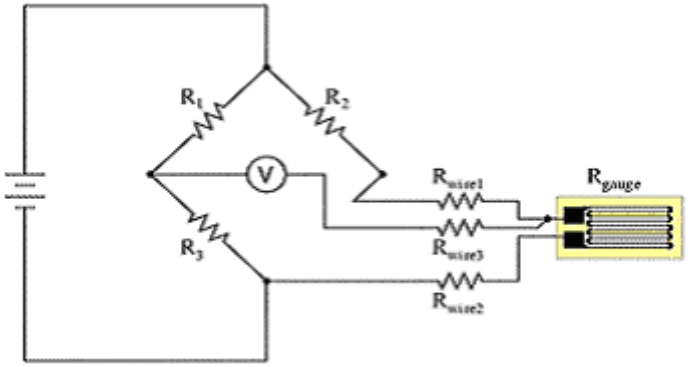
nia się powodując nierównowagę mostka i niezerowe wskazania woltomierza. Taki układ z jednym czynnym elementem jest znany pod nazwą ćwierć mostka.

Ponieważ odległość pomiędzy czujnikiem a resztą mostka może być pokaźna, oporność przewodów łączących ma istotny wpływ na cały układ. Dla zobrazowania efektu oporu kabli na rysunku ich oporność przedstawiono w postaci dwu oporników wpiętych szeregowo w gałąź z czujnikiem.



Ćwierć-mostek – opory kabli łączących

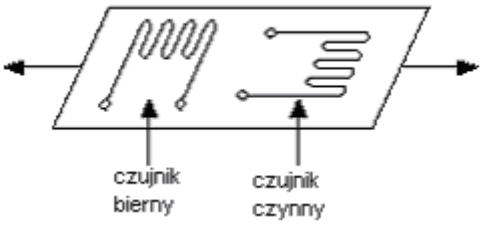
Tak więc mierzony jest opór czujnika łącznie z oporów kabli łączących, co mogłoby być fałszywie interpretowane jako odkształcenie czujnika. Aby wyrugować ten efekt, wprowadza się trzeci przewód łączący woltomierz wprost z górnym kablem czujnika.



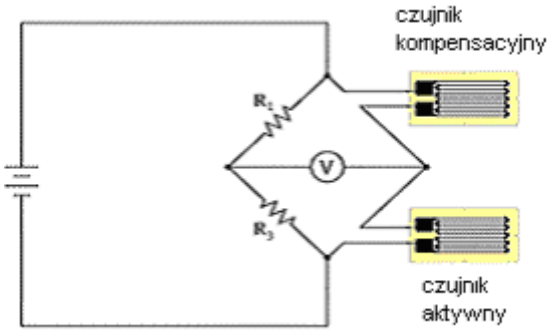
Ćwierć mostek – połączenie na 3 kable

Z uwagi na dużą oporność woltomierza, przez trzeci kabel praktycznie nie płynie prąd, jego oporność nie będzie wpływać istotnie na zmianę napięcia. Zmiany oporów skrajnych kabli (górnego i dolnego) w takim układzie równoważą się. Dodatkowy opór włączony szeregowo do woltomierza – z uwagi na bardzo dużą oporność woltomierza – niewiele zmienia pomiar zważywszy na niewielki (jeśli wogóle) prąd płynący tą gałęzią. Nie jest to idealne rozwiązanie, ale znacznie lepsze od poprzedniego.

Jest jednak inny sposób na wielokrotne zredukowanie wpływu oporów kabli jak również temperatury na wynik pomiaru. Jedną z niekorzystnych cech czujników elektrooporowych jest zmiana ich oporności wraz ze zmianą temperatury. Jest to cecha wspólna dla wszystkich przewodników, w miniejszym lub większym stopniu. Tak więc, nasz układ ćwierć-mostka (także w układzie z trzema kablami) pracuje jako w rownym stopniu jako termometr jak czujnik odkształcenia. Nie jest to szczęśliwe rozwiązanie, ponieważ naszym celem jest pomiar jedynie odkształceń. Możemy jednak rozwiązać ten problem przez użycie tzw. czujnika kompensacyjnego: biernego („ślepego”) czujnika w gałęzi sąsiedniej do gałęzi czujnika aktywnego. Wówczas wraz ze zmianą temperatury opory sąsiednich gałęzi zmieniają się w tych samych proporcjach, utrzymując niezaburzoną równowagę mostka i kasując wpływ temperatury na stan układu. Jedynie zmiana odkształceń i spowodowana nią zmiana oporności zmieniają równowagę mostka.

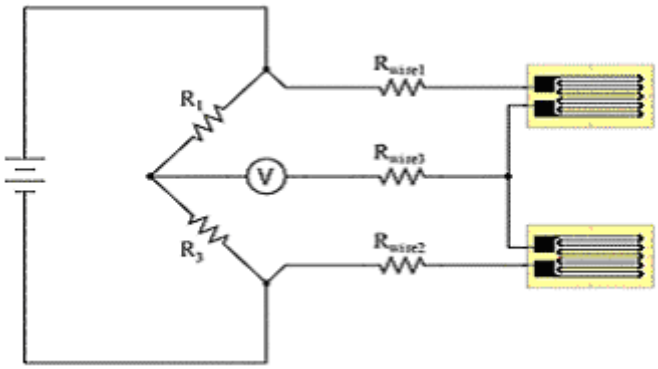


Czujnik czynny i bierny (kompensacyjny



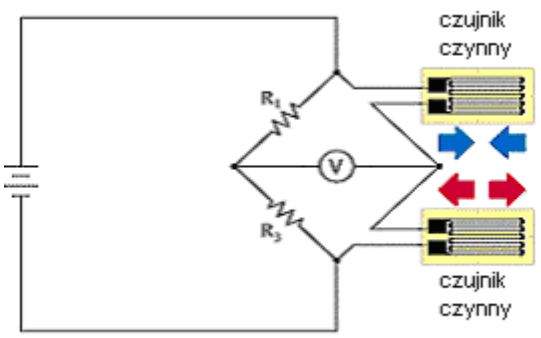
Ćwierć-mostek z kompensacją temperatury

Opory czujnika czynnego i kompensacyjnego są takie same a i same czujniki są identyczne. Oba są umieszczone na tym samym obiekcie, znajdują się w tych samych warunkach temperaturowych a jedynie czujnik aktywny jest tak umieszczony aby był wystawiony na zmieniające się odkształcenia. Czujnik kompensacyjny jest izolowany od mechanicznych wpływów, służąc jedynie do kompensacji temperatury. W takim wypadku opór kabli nie ma istotnego wpływu na pomiar gdyż kable łączące oba czujniki z mostkem są podobnej długości.



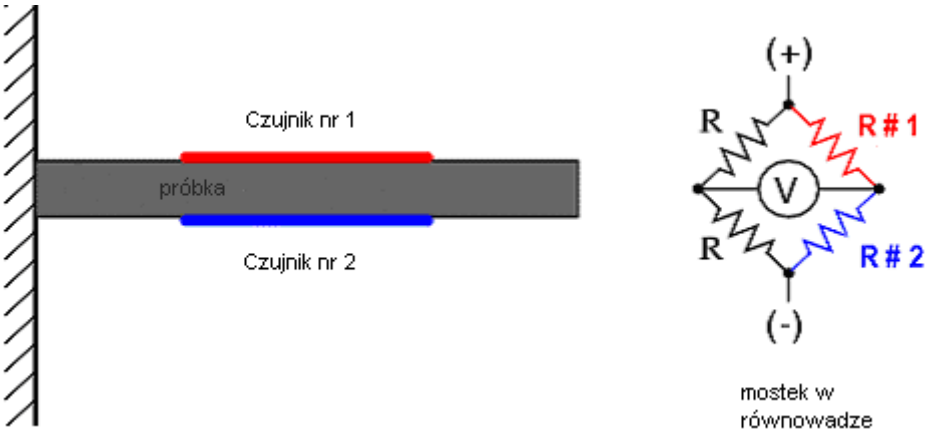
Półmostek z kompensacją teperatury i oporu kabli

Ponieważ tylko jeden z czujników jest aktywny i odpowiada na mechaniczne odkształcenia, układ taki nadal jest określany mianem ćwierć-mostka. Jeśli jednak czujnik kompensacyjny wystawiony zostanie na przeciwne od-działywania (jak np. w belce zginanej), mamy układ w którym oba czujniki są czynne i taki układ nazywany jest pół-mostkiem. Ponieważ oba czujniki są wystowione na takie same zminy temperatury, zmiana ich oporności pod jej wpływem nadal jest kompensowana, podobnie jak poprzednio.

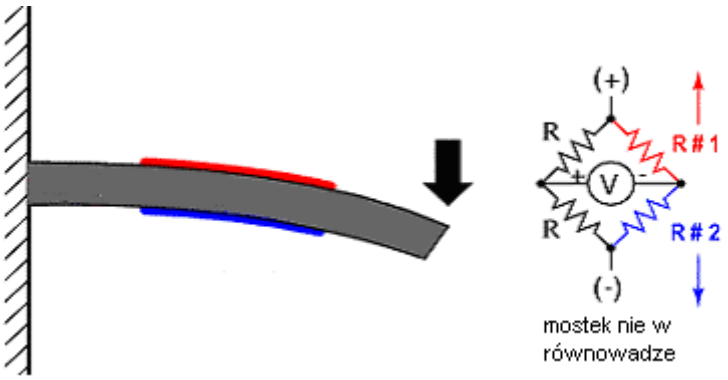


Półmostek (kompensacja temperatury)

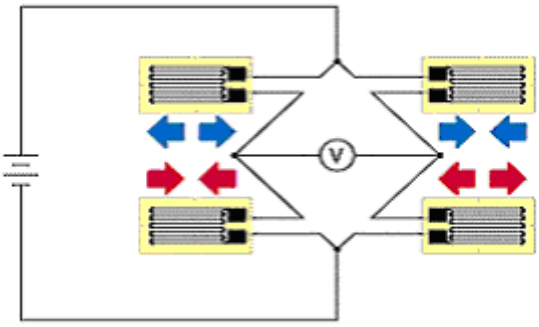
Przykład zastosowania pół-mostka przedstawia poniższy obrazek.



Kiedy belka jest nieobciążona, oba czujniki mają równą oporność i mostek jest w równowadze. Jeśli belkę obciążymy, w wyniku jej zginania górne włókna będą rozciągane a dolne ściskane. Jak wiemy z kursu wytrzymałości materiałów różnica jest jedynie w znaku odkształcenia. W rezultacie sygnał na wyjściu będzie dwukrotnie większy, co oznacza dwukrotne zwiększenie czułości pomaru.



Można zastosować także dodatkowe pary takich czujników ponownie dwukrotnie zwiększając czułość pomiaru. Taki układ nazywany jest pełnym mostkiem.



Pełny mostek – wszystkie czujniki aktywne

Często jednak nie jest możliwe przyklejenie tylu czujników i zwykle to ćwierć-mostek jest stosowany do pomiaru odkształceń.

Tam gdzie to jednak jest możliwe, pełny mostek jest najlepszym rozwiązaniem. Nie tylko dlatego że zapewnia największą czułość ale także i dlatego że jego charakterystyka jest liniowa, podczas gdy pozostałych układów – nie. Sygnał powstający na wyjściu ćwierć-mostka i pół-mostka jest jedynie w przybliżeniu proporcjonalny do zmian odkształcenia. Układy te zachowują liniowość jedynie dla bardzo małych zmian oporności, w porównaniu do pełnego zakresu. Dla pełnego mostka liniową proporcjonalność można wykazać przy założeniu że zmiany oporności wskutek odkształceń są identyczne we wszystkich czujnikach.

Zasada autokompensacji temperatury czujników tensometrycznych

Załóżmy, że współczynnik rozszerzalności cieplnej obiektu pomiarowego jest β a czujnika β_{cz}. Gdy czujnik jest przyklejony do powierzchni badanego obiektu, poddany jest indukowanemu termicznie pozornemu odkształceniu na 1 stopień różnicy temperatur:

$$\varepsilon_T = \frac{\alpha}{k} + (\beta - \beta_{cz})$$

gdzie α - zmiana oporu czujnika wskutek zmiany temperatury, k – stała tesometru.

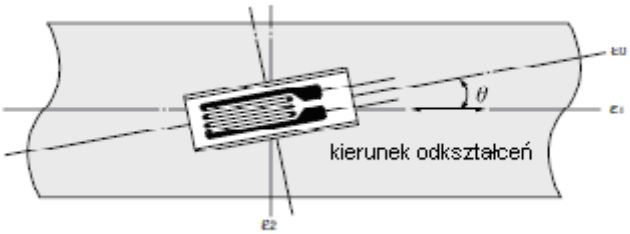
Stała tensometru zależy od materiały czujnika a współczynniki rozszerzalności cieplnej od materiałów czujnika i badanego obiektu. Tak więc, kontrolując wartość współczynnika oporu α czujnika, można wartość pozornego odkształcenia ε_T :

$$\alpha = k(\beta - \beta_{cz})$$

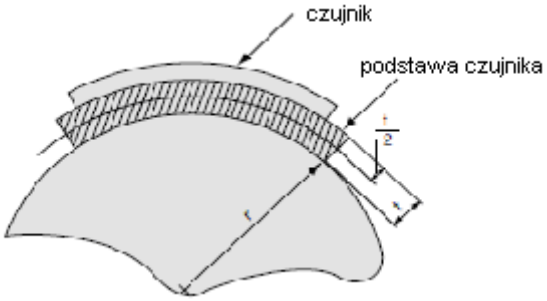
Współczynnik α może być zmieniany poprzez obróbkę cieplną na etapie procesu produkcji czujnika. Oczywiście tak adaptowany czujnik powinien być zastosowany do z góry określonego materiału o wcześniej założonej wartości współczynnika rozszerzalności β. Zastosowanie do innego materiału spowoduje nie tylko brak kompensacji temperaturowej ale także duże błędy pomiaru.

Inne niepożądane efekty

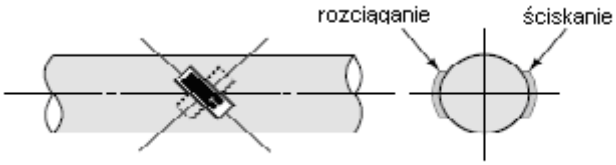
Do innych niepożądanych efektów należy zaliczyćnieosiowość umieszczenia czujnika:



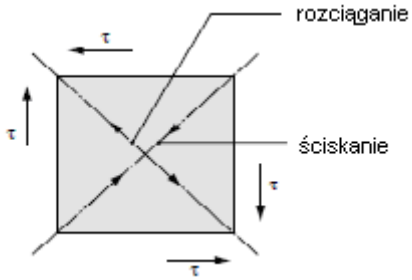
czy zmianę oporu wskutek naklejenia czujnika na powierzchnię zakrzywioną:



czy też niepewność co do istniejącego stanu odkształcenia, zwłaszcza w przypadkukiedy stan odkształcenia nie jest znany. W przypadku skręcania:

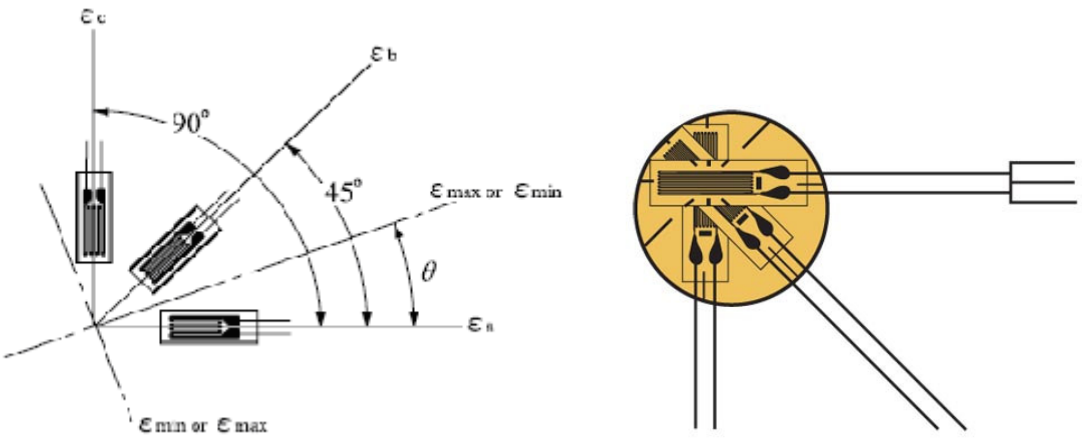


czy w przypadku ścinania, stosuje się odmienne układy pomiarowe.

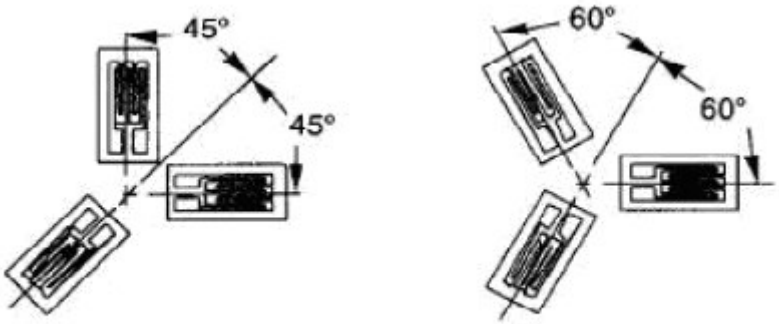


Kiedy stan odkształcenia jest kompletnie nieznany, powstaje problem określenia kierunkw i wwartości odkształceń głównych.

Rozety tensometryczne



Istnieją dwa podstawowe typy rozet: prostokątna i typu “delta”:



rozeta prostokątna rozeta typu "delta"

Zamiest pomiaru w kierunkach głównych (gdzie mamy trzy niewiadome: odkształcenia główne i kąt kierunków głównych) mierzymy odkształcenia w trzech ustalonych kierunkach: *a, b* i *c*. Czy na tej podstawie możemy określić wartości i kierunki główne? Odpowiedź jest twierdząca!

Transformacja odkształcenia

Mamy dwa układy współrzędnych : wyjściowy (jakikolwiek) (x, y) i drugi główny (1, 2). Do obliczenia odkształcenia w dowolnym kierunku używamy wzoru transformacyjnego:

$$\varepsilon_{ij} = a_{ik} a_{jl} \varepsilon_{kl}, \quad i, j = xy, k, l = 1,2$$

gdzie a_{ij} są kosinusami pomiędzy osiami starego i nowego układu współrzędnych. Dla dowolnego kierunku (i kąta obrotu) a, otrzymujemy wzór:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{aa} &= \cos(a,x)\cos(a,x)\varepsilon_{xx} + \cos(a,x)\cos(a,y)\varepsilon_{xy} + \cos(a,y)\cos(a,x)\varepsilon_{yx} + \cos(a,y)\cos(a,y)\varepsilon_{yy} = \\ &= \cos^2(a,x)\varepsilon_{xx} + 2\cos(a,x)\cos(a,y)\varepsilon_{xy} + \cos^2(a,y)\varepsilon_{yy}\end{aligned}$$

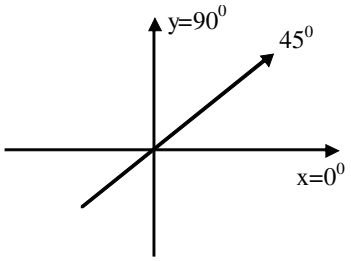
i podobnie dla kierunków b i c. Otrzymujemy w ten sposób 3 równania z trzema niewiadomymi. Podobnie możemy zapisać przejście z wyjściowego układu do układu głównego:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{aa} &= \cos(a,1)\cos(a,1)\varepsilon_{11} + \cos(a,1)\cos(a,2)\varepsilon_{12} + \cos(a,2)\cos(a,1)\varepsilon_{21} + \cos(a,2)\cos(a,2)\varepsilon_{22} = \\ &= \cos^2(a,1)\varepsilon_{11} + \cos^2(a,2)\varepsilon_{22}\end{aligned}$$

Tak więc do określenia wartości własnych i kierunków głównych odkształceń wystarcza pomiar odkształcenia w trzech kierunkach.

Końcowe wzory dla rozety tensometrycznej

Dla rozety prostokątnej mamy:

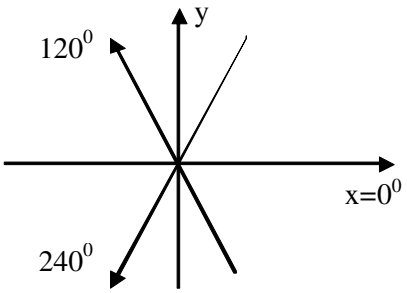


$$\cos(0°, x) = 1, \quad \cos(45°, x) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos(90°, x) = 0,$$
$$\cos(0°, y) = 0, \quad \cos(45°, y) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos(90°, y) = 1$$

i w konsekwencji:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{90}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{45} - \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})$$

Dla rozety “delta” mamy:



$$\cos(0°, x) = 1, \quad \cos(120°, x) = -\frac{1}{2}, \quad \cos(240°, x) = -\frac{1}{2},$$
$$\cos(0°, y) = 0, \quad \cos(120°, y) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(240°, x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

więc:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_y = \frac{1}{2}\left[2(\varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}) - \varepsilon_0\right], \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}\right]$$

Ostatecznie, obliczamy wartości wartości własne i kierunki główne ze znanych wzorów dla p.s.o.:

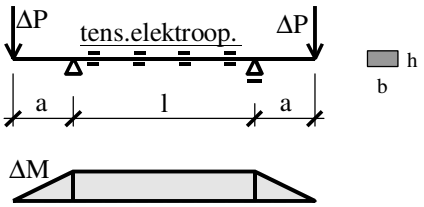
$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}.$$

$$\tan\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_x}{\varepsilon_{xy}}$$

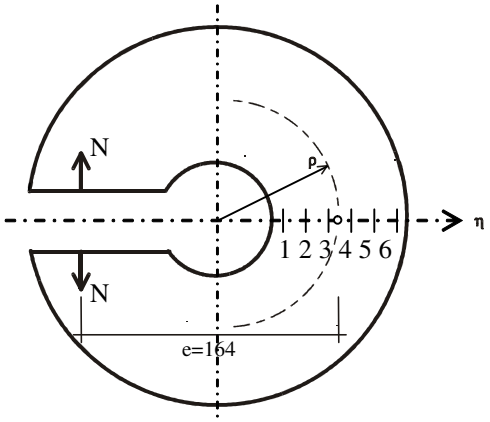
Pomiar modułu Younga belki czujnikami elektrooporowymi

Pomiar jest analogiczny do pomiaru tensometrem Huggenbergera. Czujniki umieszczone są na belce w tzw. układzie PP2 - oba czujniki (górny i dolny) są czynne i jednocześnie spełniają rolę czujników kompensacyjnych. Ponieważ ich wskazania się sumują (jeden czujnik ściskany, drugi rozciągany), wskazania mostka należy dzielić przez 2.



Sprawozdanie z ćwiczenia powinno zawierać opracowanie statystyczne wyników pomiarów i wynik końcowy.

Pręt silnie zakrzywiony



Rozkład naprężeń normalnych (obwodowych) jest hiperboliczny:

$$\sigma_x = \frac{N}{F} + \frac{M}{F\rho} + \frac{M\rho}{J^*}\frac{\eta}{\rho+\eta} = N\left(\frac{1}{F} - \frac{e}{F\rho} - \frac{e\rho}{J^*}\frac{\eta}{\rho+\eta}\right)$$

gdzie sprowadzony moment bezwładności dla przekroju prostokątnego wyraża się wzorem:

$$J^* = b\rho^3\left(\ln\frac{\rho+\frac{h}{2}}{\rho-\frac{h}{2}} - \frac{h}{\rho}\right).$$

Dane do obliczeń:

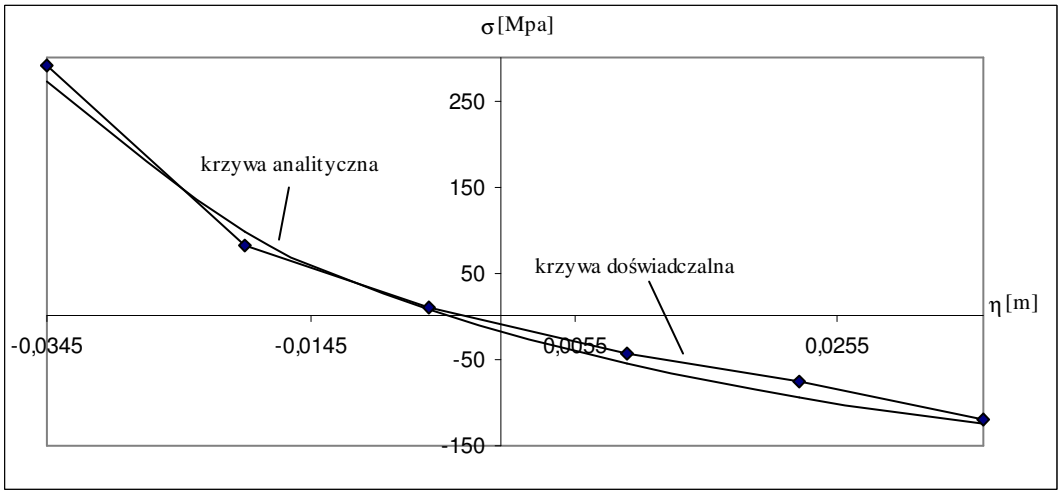
F = b × h = 9.6 × 75 mm, mimośród siły e = 164 mm, ρ = 72.5 mm, η = -34.5, -21.5, -7.5, 7.5, 20.5, 34.5 mm., M = -N e.

Opracowanie wyników:

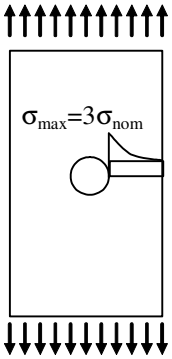
- przyjmujemy moduł Younga E = 210 GPa
- siłę N określamy metodą aproksymacji Gaussa minimum kwadratów: żądamy, aby funkcja celu δ osiągała minimum: $\delta = \sum_i \left[E\varepsilon_i - Nf(\eta_i)\right]^2$, $\frac{\partial \delta}{\partial N} = 0$, skąd po wykonaniu elementarnych rachunków dostajemy:

$$N = \frac{E\sum_i \varepsilon_i f(\eta_i)}{\sum_i f^2(\eta_i)}.$$

W rezultacie otrzymujemy wartość siły *N* najlepiej aproksymującą otrzymane wyniki. Umieszczenie wykresu przedstawiającego obie krzywe kończy sprawozdanie.



Zagadnienie Kirscha - rozciąganie tarczy z otworem



W wyniku koncentracji naprężeń, maksymalne naprężenia normalne są ok. 3-krotnie większe aniżeli naprężenia nominalne.

Siłę przyłożoną do tarczy określamy ze wzoru cechowania czujnika tensometrycznego, umieszczonego z dala od otworu (w obszarze jednorodnego i jednoosiowego stanu naprężenia):

F = 25 * (odczyt tensometru) * 10^6 + 375 [N]

Moduł Younga dla plexiglasu: E = 4.45 Gpa, liczba Poissona ν = 0.333.

Wymiary: tarcza $b \times h = 19 \times 1$ cm, średnica otworu $d = 5$ cm,

położenie czujników (mierzone od otworu):

6.7, 5.5, 4.2, 2.9, 1.6, 0.4 cm.

Stała tensometrów: $k = 2.81$.

Sprawozdanie: rozkład naprężeń rzeczywistych (pomierzonych) i nominalnych.