# Stateczność pręta prostego

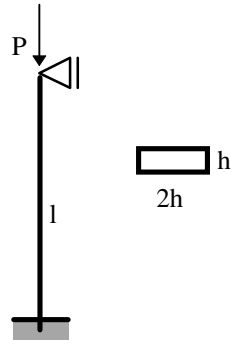
## Przykład 1

Określić nośność słupa wolno stojącego o przekroju kwadratowym 0.085 × 0.085 m, jeśli $Re = 240$ MPa, $R_H$ = 180 MPa, $E$ = 210 GPa, $P$ = 1 MN, $l$ = 1 m, współczynnik bezpieczeństwa $n$ = 2.

**Rozwiązanie:**

długość wyboczeniowa $l_w = \alpha\, l = 2 \times 1 = 2$ m
promień bezwładności $i_{min} = a / 12^{0.5} = 0.2887\ a = 0.02454$ m
smukłość graniczna $\lambda_{gr} = \pi\, (E / R_H)^{0.5} = 107.3$ [bezwymiarowa]
smukłość $\lambda = 2 / 0.02454 = 81.5 < \lambda_{gr}$ (zakres poza liniowo sprężysty, wzór TJ)
$P_{dop} = P_{TJ} / 2 = \sigma_{TJ}\, F / 2 = (240 \times 10^6 - 0.559 \times 10^6 \times 81.5) \times 0.085^2 / 2 = 368$ kN.

## Przykład 2




Zwymiarować przekrój ściskanego pręta jak na rysunku:

Dane:
współczynnik bezpieczeństwa, $n$ = 2.15
$P$ = 120 [kN], $l$ = 2 [m], $E$ = 210 [GPa], $R_H$ = 180 [MPa], $R_e$ = 250 [MPa].

**Rozwiązanie:**

długość wyboczeniowa: $l_w = 0.7l = 1.4$ m

minimalny moment i promień bezwładności: $J_{\min} = \dfrac{h^4}{6}$, $i_{\min} = \dfrac{h}{\sqrt{12}}$

smukłość pręta: $\lambda = \dfrac{l_w}{i_{\min}} = \dfrac{4.85}{h}$

smukłość graniczna: $\lambda_{gr} = \pi\sqrt{\dfrac{E}{R_H}} = 107.3$

zakładamy zakres sprężysty:

$$P = \frac{P_E}{n} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{n l_w^2}, \text{ skąd } J_{\min} = \frac{P n l_w^2}{\pi^2 E} = 2.43\times10^{-7}, \text{ h} > 0.03478 \text{ m}$$

przyjmujemy h = 0.035 m i sprawdzamy zakres:

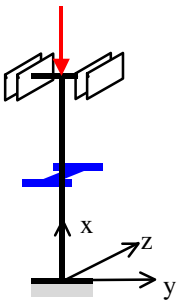
$$\lambda = \frac{4.85}{0.035} = 138 > \lambda_{gr} \text{ (zakres zgadza się)}$$

Jeśli zakres nie zgodziłby się, to obliczenia prowadzimy w zakresie sprężysto-plastycznym:

$$P = \frac{P_{TJ}}{n} = \frac{F\sigma_{TJ}}{n}, \text{ skąd } F\sigma_{TJ} = nP, \text{ czyli } F\left(R_e - \frac{R_e - R_H}{\lambda_{gr}}\lambda\right) = nP$$

skąd wyliczamy niezbędne $h$ (występujące w przekroju $F$ i smukłości $\lambda$).

**Przykład 3**




Dobrać profil pręta jak na rysunku spośród dwuteowników, jeśli $P$ = 1.2 MN, $l$ = 5.5 m, $E$ = 210 GPa, $R_H$ = 180 MPa, $R_e$ = 240 Mpa, $\lambda_{gr}$ = 107, $n$ = 2.15.

**Rozwiązanie:**

$P_{kr} = n \times P_{dop} = 2.15 \times 1.2 = 2.58$ MN.

Z uwagi na różne schematy podparcia w różnych kierunkach, należy sprawdzić możliwość utraty stateczności w każdej z dwu płaszczyzn: *x–y* oraz *x-z*.

Obliczamy jaki przekrój jest potrzebny z uwagi na naprężenia ściskania: $F = P_{kr} / R_e = 0.01075$ m$^2$.

Najbliższym temu wynikowi profilem jest I400: $F$ = 118 cm$^2$, $i_y$ = 15.7 cm, $i_z$ = 3.13 cm.

<u>kierunek płaszczyzny *x-z*</u>:

$\alpha = 2$, $l_w$ = 11 m, $\lambda = 70.06 < \lambda_{gr}$ (zakres poza liniowo-sprężysty),

$P_{kr} = P_{TJ} = F(a - b\lambda) = 118 \times 10^{-4} \times (240 - 0.559 \times 70.06) \times 10^6 = 2.37$ MN < 2.58 (za mało)

sprawdzamy następny profil I450: $F$ = 147 cm$^2$, $i_y$ = 17.7 cm, $i_z$ = 3.43 cm.

$\lambda = 62.15 < \lambda_{gr}$ (zakres poza liniowo-sprężysty),

$P_{kr} = P_{TJ} = F(a - b\lambda) = 147 \times 10^{-4} \times (240 - 0.559 \times 62.15) \times 10^6 = 3.02$ MN > 2.58 (OK)

<u>kierunek płaszczyzny *x-y*</u>:

$\alpha = 0.5$, $l_w$ = 2.75 m, $\lambda = 80.17 < \lambda_{gr}$ (zakres poza liniowo-sprężysty),

$P_{kr} = P_{TJ} = F(a - b\lambda) = 147 \times 10^{-4} \times (240 - 0.559 \times 80.17) \times 10^6 = 2.87$ MN > 2.58 (OK)

Ostatecznie przyjmujemy I450.