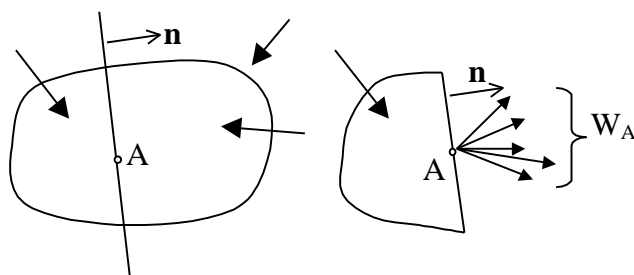


Siły przekrojowe

siła wewnętrzna, twierdzenie o równoważności układów sił, układ własny przekroju, siły przekrojowe

Siła wewnętrzna

Wybermy wewnątrz obciążonej bryły materialnej dowolny punkt A o wektorze wodzącym \mathbf{r} . Rozetnijmy myślowo bryłę na dwie rozłączne części płaszczyzną przechodzącą przez ten punkt o normalnej zewnętrznej \mathbf{n} . Jeśli, podobnie jak to czyniliśmy z więzami, odrzucimy myślowo jedną z części bryły, to oddziaływanie tej odrzuconej części na punkt materialny A , należący do pozostałej części, sprowadzi się do pewnego układu sił.

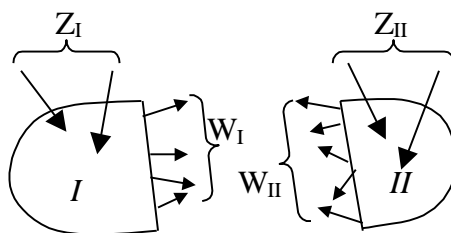


Będziemy zakładać, że jest to układ sił zbieżnych, tzn. że oddziaływania między cząsteczkowe sprowadzają się jedynie do sił bez momentów. Jest to powszechnie przyjmowane założenie, znacznie upraszczające dalsze rozważania.¹

Wypadkowa zbieżnego układu sił między cząsteczkowych będzie zależna od wyboru płaszczyzny cięcia, a w szczególności od promienia wodzącego \mathbf{r} punktu i normalnej zewnętrznej \mathbf{n} płaszczyzny.

Siłą wewnętrzną nazywamy funkcję wektorową $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{r}, \mathbf{n})$ dwóch wektorów \mathbf{r} i \mathbf{n} , która określa wypadkową sił między cząsteczkowych, z jakimi wszystkie punkty materialne odrzuconej części układu (wyznaczonej płaszczyzną cięcia o normalnej \mathbf{n} , przechodzącą przez punkt o promieniu wodzącym \mathbf{r}) działają na punkt materialny o wektorze wodzącym \mathbf{r} , leżący na płaszczyźnie cięcia a przyporządkowany pierwszej części.

Twierdzenie o równoważności układów sił zewnętrznych i wewnętrznych



¹ Tzw. oddziaływania momentowe ujmuje teoria Cosseratów, skomplikowana od strony zarówno czysto matematycznej jak i obliczeniowej.

Rozważmy bryłę materialną, pozostającą w równowadze statycznej i obciążoną zrównoważonym układem sił zewnętrznych $\{Z\} \equiv \{0\}$. Po rozcięciu bryły na dwie rozłączne² części *I* i *II*, suma sił zewnętrznych nadal jest równoważna układowi zerowemu:

$$\{Z_I\} + \{Z_{II}\} \equiv \{0\}.$$

Oznaczmy przez $\{W_I\}$ i $\{W_{II}\}$ układ sił wewnętrznych działających odpowiednio na część *I* i *II*. Z zasady akcji i reakcji wynika, że $\{W_I\} = -\{W_{II}\}$. Ponadto, jeśli układ znajduje się w równowadze, to są w równowadze także i jego części, czyli że musi być: $\{Z_I\} + \{W_I\} \equiv \{0\}$ oraz $\{Z_{II}\} + \{W_{II}\} \equiv \{0\}$.

Stąd natychmiast wynika ważne twierdzenie:

$$\begin{cases} \{W_I\} \equiv \{Z_{II}\} \\ \{W_{II}\} \equiv \{Z_I\} \end{cases}$$

Układ sił wewnętrznych przyłożonych do jednej części układu jest równoważny układowi sił zewnętrznych działających na pozostałą część układu.

Z powyższych rozważań wnioskujemy, że układ sił wewnętrznych możemy określić na jeden z dwóch sposobów:

- z równań równowagi dla podukładów, $\{Z_I\} = -\{W_I\}$
- z twierdzenia o równoważności układów sił zewnętrznych i wewnętrznych, $\{Z_I\} = \{W_{II}\}$.

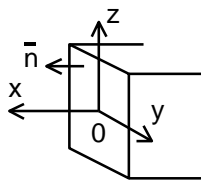
Należy zwrócić uwagę na kilka spraw:

- podział konstrukcji na podukłady musi być rozłączny (jest to najczęstsza przyczyna błędów),
- istnieje nieskończenie wiele układów statycznie równoważnych układowi sił wewnętrznych, a więc niewiele wiemy o rzeczywistym rozkładzie sił wewnętrznych a znamy jedynie ich sumę i moment względem dowolnego punktu (skrętnik układu),
- sumę główną i wypadkowy moment sił wewnętrznych określamy redukując obciążenie działające na odrzuconą część układu do pewnego punktu należącego do pozostawionej części a leżącego na płaszczyźnie cięcia.

Układ własny przekroju

Oś pręta nazywamy m.g.p.³ środków ciężkości przekrojów pręta płaszczyznami przecinającymi tworzące pręta.

Przekrojem poprzecznym nazywamy przekrój (przecięcie) płaszczyzną prostopadłą do osi pręta.



Zredukowanego układu sił wewnętrznych poszukujemy w przekroju poprzecznym pręta a biegunem redukcji jest jego środek ciężkości (oś pręta). Płaszczyzna przekroju poprzecznego

² Jest istotne, aby obie części były jednoznacznie zdefiniowane, tzn. że cięcie musi być „całkowite”, na wskroś (rozcięcie); nie może to być jedynie „nacięcie”.

³ miejsce geometryczne punktów

pręta jest jednoznacznie określona przez jego normalną zewnętrzną oraz współrzędną związaną z osią pręta.

Ze środkiem ciężkości przekroju poprzecznego zwiążemy ortogonalny kartezjański układ współrzędnych, zwany *układem własnym przekroju poprzecznego*. Normalna zewnętrzna do przekroju poprzecznego wyznacza kierunek pierwszej osi układu a pozostałe osie wyznaczone są przez *główne centralne osie bezwładności* przekroju poprzecznego.

Sily przekrojowe

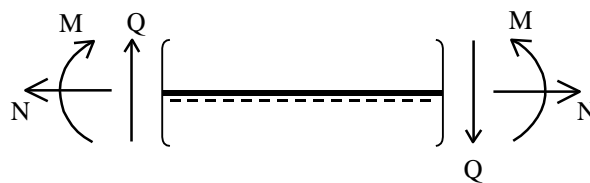
Układ sił wewnętrznych redukuje się do wektora głównego i wypadkowego momentu. Rozkładając wektory na składowe w układzie własnym przekroju poprzecznego pręta, otrzymujemy:

- rzut sił na oś x nazywamy *siłą podłużną*, N , (dodatnią rozciągającą i ujemną ściskającą), równoległą do normalnej zewnętrznej przekroju poprzecznego,
- rzuty sił na osie y i z nazywamy *siłami poprzecznymi* (tnącymi, ścinającymi), Q_y, Q_z , o znaku zdefiniowanym poniżej; leżą one w płaszczyźnie przekroju poprzecznego,
- rzut momentu wypadkowego na oś x nazywamy *momentem skręcającym*, M_x ; jest on równoległy do normalnej zewnętrznej,
- rzuty momentu wypadkowego na osie y i z nazywamy *momentami zginającymi*, M_y, M_z ; ich wektory leżą w płaszczyźnie przekroju poprzecznego.

Dla płaskiego układu sił, siły przekrojowe redukuje się do:

- jednej siły podłużnej N ,
- jednej siły poprzecznej Q ,
- jednego momentu zginającego M , prostopadłego do płaszczyzny działania sił.

Konwencję znakowania sił przekrojowych w płaszczyznach (x, z) i (x, y) przedstawia sumarycznie poniższy rysunek:



Kwestię znakowania momentów zginających rozstrzygniemy wyróżniając pewne włókna, zwyczajowo zwane *spodami*.⁴

Siła podłużna jest dodatnia, jeśli jej zwrot jest zgodny ze zwrotem normalnej zewnętrznej do przekroju poprzecznego (ujemna - w przeciwnym przypadku).

Siła poprzeczna jest dodatnia, jeśli dwójka (Q, N) jest prawoskrętna, czyli zgodna z prawoskrętnym układem kartezjańskim (ujemna - w przeciwnym wypadku).

Odpowiednio do sił przekrojowych mówimy o *podstawowych przypadkach wytrzymałościowych*: *rozciąganiu, ściskaniu, ścinaniu, zginaniu i skręcaniu*.

⁴ Jest to tzw. konwencja o spodach, stosowana w budownictwie. Wśród mechaników znakowanie momentów jest odwrotne.

Wykresy sił przekrojowych $M(x)$, $Q(x)$, $N(x)$ rysować będziemy odkładając wartości tych sił prostopadle do osi pręta⁵. Znaki sił poprzecznych i podłużnych powinny być uwidocznione na wykresie, a kierunek odkładania ich wartości jest w zasadzie dowolny. Natomiast moment zginający rysujemy zawsze po stronie włókien rozciąganych (miejsce ew. zbrojenia betonu stałą zbrojenową!) a jego „znak” jest w zasadzie dowolny⁶.

⁵ ta uwaga dotyczy także łuków i belek ukośnych

⁶ jak wspomniano. mechanicy rysują momenty „odwrotnie”