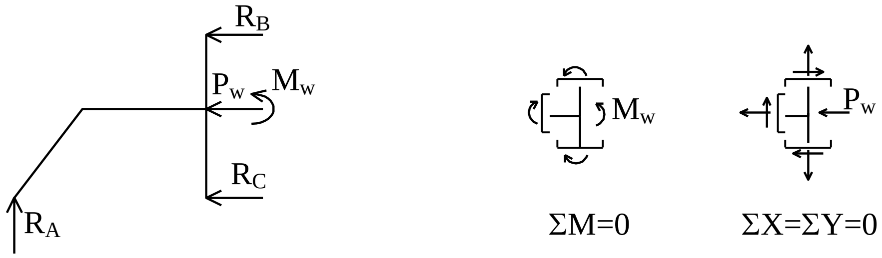
Ramy, łuki i kratownice

Ramy

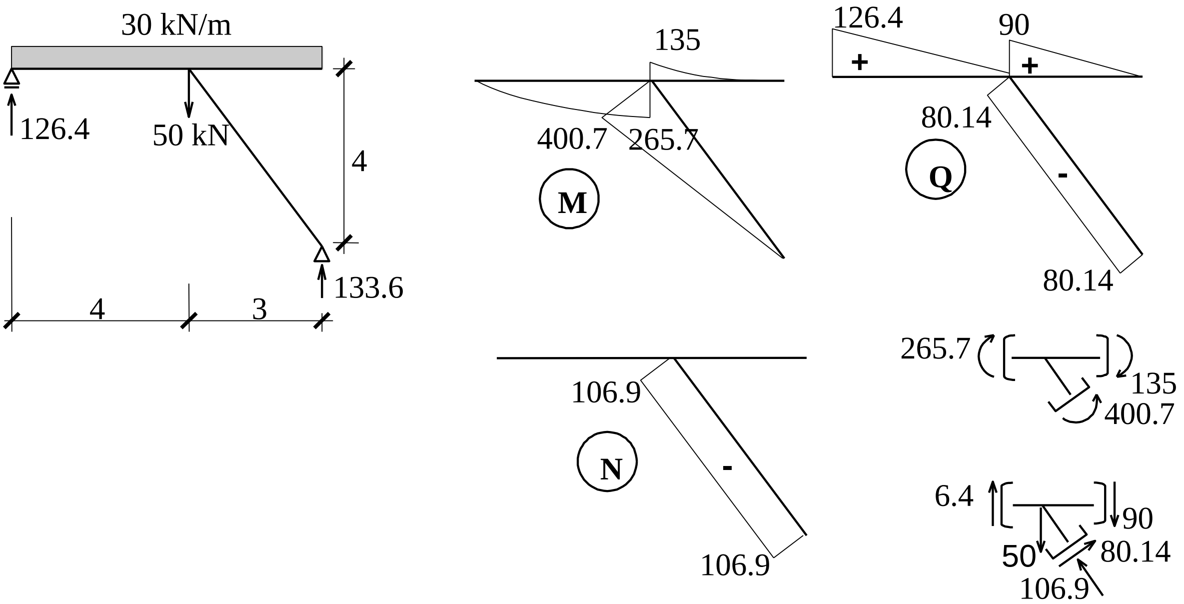
Ramę, jako układ belek prostych, połączonych sztywno w przekrojach zwanych węzłami, rozwiązuje się podobnie jak belki proste.

Węzły będące punktami połączenia belek muszą, podobnie jak cały układ, znajdować się w równowadze statycznej. Jeśli wytniemy węzeł i przyłożymy w przekrojach cięcia siły przekrojowe oraz obciążenia skupione przyłożone bezpośrednio do węzła, to cały układ sił działających na węzeł musi znajdować się w równowadze:



Zwykle równowagę sprawdzamy na dwu osobnych rysunkach: oddzielnie dla sumy momentów (ponieważ siły Q, N działają na zerowym ramieniu i nie dają momentów względem węzła) i dla sumy rzutów sił (gdzie z kolei możemy pominąć momenty zginające).

Przykład



Równowagę węzła sprawdzamy na podstawie danych z wykresów, będących „odpowiedzią” końcową.

$\Sigma M = 265.7+135-400.7 = 0$,

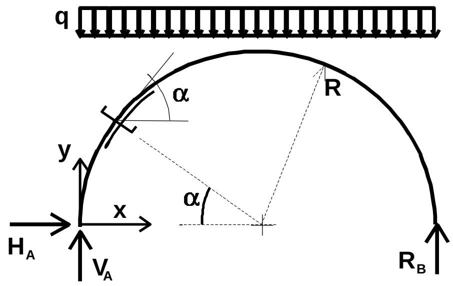
$\Sigma X = 80.14\times0.8-106.9\times0.6=-0.03$,

$\Sigma Y = 6.4-90+80.14\times0.6+106.9\times0.8-50=0$

Łuki

Równania sił przekrojowych dla łuków zapisujemy w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych:

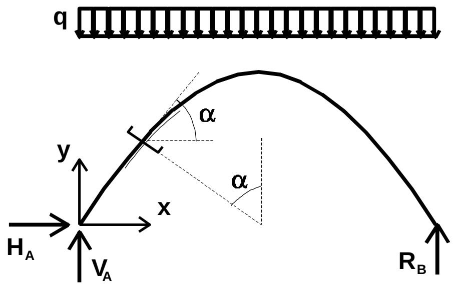
a) przykład łuku kołowego



$$M(x) = V_A x - H_A y - \frac{qx^2}{2}$$
$$Q(x) = (V_A - qx)\sin\alpha - H_A\cos\alpha$$
$$N(x) = (-V_A + qx)\cos\alpha - H_A\sin\alpha$$
$$x = R(1-\cos\alpha)$$
$$y = R\sin\alpha$$

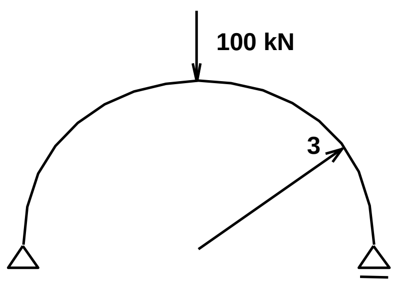
b) przykład łuku niekołowego (tutaj: parabolicznego)

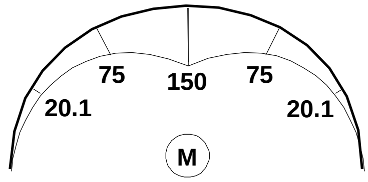
$$M(x) = V_A x - H_A y - \frac{qx^2}{2}$$
$$Q(x) = V_A\cos\alpha - H_A\sin\alpha - qx\cos\alpha$$
$$N(x) = -V_A\sin\alpha - H_A\cos\alpha + qx\sin\alpha$$
$$y = y(x), \quad tg\alpha = \frac{dy}{dx},$$
$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}, \quad \sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$$



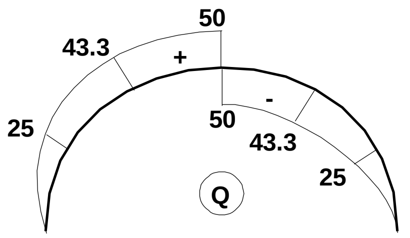
Najlepiej jest uwzględniać kąty α z pierwszej ćwiartki (bezwzględne wartości funkcji trygonometrycznych). Wykresy sił przekrojowych rysujemy odkładając wartości prostopadle do osi pręta. Należy tak dobierać skalę wykresów, aby rysunek przedstawiał charakter zmienności funkcji: odkładane wartości nie powinny być zbyt duże aby nie deformować wykresu. Zerowanie się siły poprzecznej wskazuje na ekstremum momentów, zgodnie z wyprowadzonymi wcześniej wzorami. W przypadku łuków jednak, rezygnujemy z analitycznego wyznaczania położenia ekstremum momentów zginających, zadowalając się jego przybliżonymi wartościami[1]. Ze względu na krzywoliniową postać osi pręta, nawet przy braku obciążenia ciągłego wykresy momentów i sił poprzecznych są krzywoliniowe.

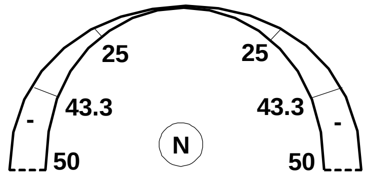
Przykład łuku kołowego



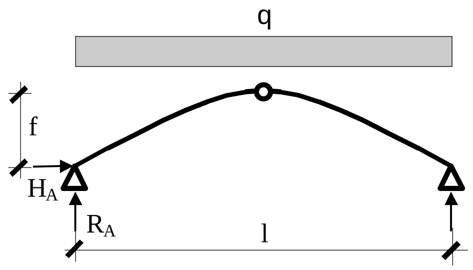


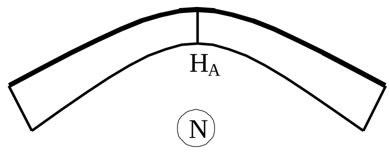
[1] ścisłe rozwiązanie prowadzi z reguły do równań przestępnych, zwykle rozwiązywanych numerycznie





Przykład osi racjonalnej łuku parabolicznego





Określamy równanie osi łuku w postaci paraboli 2. stopnia o strzałce równej f i rozpiętości l oraz obliczamy reakcje jak dla układu 3-przegubowego:

$$y = -\frac{4f}{l^2}\left(x^2 - lx\right), \quad R_A = \frac{ql}{2}, \quad H_A = \frac{ql^2}{8f} .$$

Równanie momentów zginających ma postać:

$$M(x) = R_A x - H_A y - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2}x - \frac{ql^2}{8f}\left[-\frac{4f}{l^2}\left(x^2 - lx\right)\right] - \frac{qx^2}{2} = \ldots = 0 .$$

Jeśli moment zginający jest tożsamościowo równy zero, to i siła poprzeczna musi być tożsamościowo równa zero i łuk pracuje jedynie na ściskanie. Łuk o takiej osi nazywamy łukiem o *osi racjonalnej*.