Układy złożone

algorytm rozwiązania, układy wewnętrznie geometrycznie niezmienne, 3-przegubowe i analogiczne do 3-przegubowych

Algorytm rozwiązania

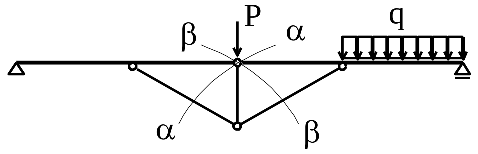
1. Określamy geometryczną niezmienność wewnętrzną i zewnętrzną. Analiza taka często jest kluczowa, gdyż umożliwia zrozumienie sposobu pracy układu i daje wskazówki dotyczące wyboru drogi rozwiązania. W układach wewnętrznie geometrycznie zmiennych obliczenie reakcji wymaga zastosowania równań przegubów lub wstępnych cięć.
2. Odróżniamy pręty belkowe (zginane) od prętów kratowych (jedynie ze stałą siłą podłużną) pogrubiając pręty belkowe. Ten krok jest ważny, gdyż zabezpiecza nas przed nieopłacalnym (i najczęściej omyłkowym) cięciem przez elementy belkowe w których występują 3 funkcje sił przekrojowych. Ponadto, od razu możemy wskazać przeguby "czysto kratowe" (w których występuje jedynie zbieżny układ sił podłużnych i ew. obciążenie skupione) w odróżnieniu od przegubów łączących pręty zginane, gdzie obok sił podłużnych występują także siły poprzeczne.
3. Dokonując odpowiednich przekrojów określamy najpierw siły w prętach kratownicowych.
4. Na końcu wycinamy pojedyncze pręty zginane i rozwiązujemy je.

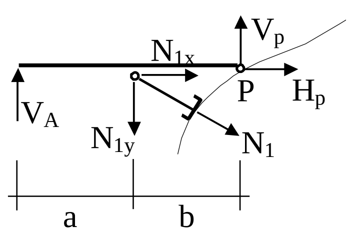
Wstępnych przekrojów cięcia dokonujemy przez przeguby i pręty kratowe.

Przekroje przez belki są nieopłacalne i praktycznie wykonywane dopiero dla pojedynczych elementów, wyciętych z całości. Jest tak, gdyż krojąc przez element belkowy wprowadzamy dla jednego przekroju cięcia 3 niewiadome (M, Q, N). W odróżnieniu od elementów kratowych siły przekrojowe w elementach zginanych nie są stałe: są funkcjami położenia przekroju. Wynika stąd, że takie cięcie jest nieopłacalne i może być dokonane jedynie na końcu obliczeń — dla pozostających jedynie do określenia elementów belkowych. Niczego więcej nie da się wyliczyć z układu 3 równań równowagi (lub równoważności), poza siłami przekrojowymi belki w takim przekroju.

Układy wewnętrznie niezmienne

Jeśli układ jest geometrycznie wewnętrznie niezmienny, to najczęściej nie ma problemu z wyborem przekrojów cięcia. Najczęściej dokonujemy przecięcia przez przegub (w którym występują 2 niewiadome składowe siły) i jeden z prętów kratowych (o nieznanej sile podłużnej), por. rysunek zamieszczony poniżej. Z sumy momentów względem przegubu, obliczamy siłę w pręcie kratowym.

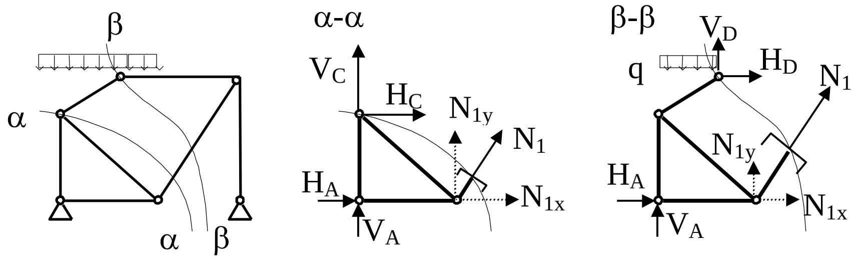




$$\sum M_P = 0:$$
$$V_A(a+b) - N_{1y} b = 0$$

Układy wewnętrznie zmienne

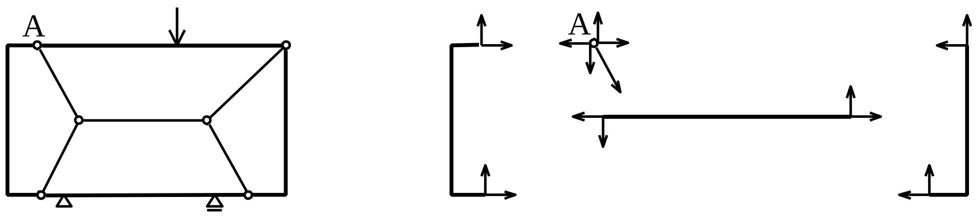
Jeśli układ jest wewnętrznie geometrycznie zmienny i nie jest wprost układem 3-przegubowym, podczas obliczania reakcji dokonujemy dodatkowych przekrojów „przez przegub", por. rysunek poniżej:



Układ jest analogiczny do układu trójprzegubowego, co wnioskujemy z analizy geometrycznej zmienności wewnętrznej. Z 2 równań równowagi względem przegubów dla przekrojów cięcia α—α i β—β rugujemy siłę pręta kratownicowego, otrzymując w rezultacie dodatkowe równanie, które zastępuje równanie przegubu. Równanie to wraz z 3 równaniami równowagi umożliwia wyznaczenie reakcji. Jak więc widać, nie zawsze reakcje można określić bez wykonania pomocniczych przekrojów.

Równowaga pojedynczych elementów

W skrajnie trudnych przypadkach konieczne może być rozbicie układu na podukłady. Metoda ta, daleka od optymalnej, jest jednak zawsze skuteczna, jeśli tylko układ jest statycznie wyznaczalny. Prowadzi jednak do układu niepomiernie dużej liczby równań równowagi (tyle równań ile niewiadomych), z reguły przynajmniej częściowo sprzężonych. Np. dla zadania:



$4T+5p+3R=4\times4+5+3=24$ niewiadome
$4T+6p=4\times3+6\times2=24$ równania

stwierdzamy, że mamy 24 niewiadome. Dla każdej tarczy są 4 niewiadome (zwróćmy uwagę, że siły dla cięcia z lewej strony przegubów są na ogół różne od sił dla cięcia z prawej jego strony gdyż do przegubu dochodzi jeszcze siła w pręcie kratownicowym). Dla każdego pręta mamy po jednej niewiadomej (siła podłużna w pręcie). Ponadto są do obliczenia 3 reakcje więzów.

Do znalezienia rozwiązania dysponujemy 24 równaniami: po 3 równania równowagi dla każdej z tarcz, po dwa równania równowagi dla każdego przegubu.