MODEL MATERIAŁÓW KOMÓRKOWYCH O UJEMNYM WSPÓŁCZYNNIKU POISSONA OPARTY O ROZWAŻANIA ENERGETYCZNE

Małgorzata Janus-Michalska

Katedra Wytrzymałości Materiałów
Instytut Mechaniki Budowli
Politechnika Krakowska

PLAN PREZENTACJI

1. Wprowadzenie

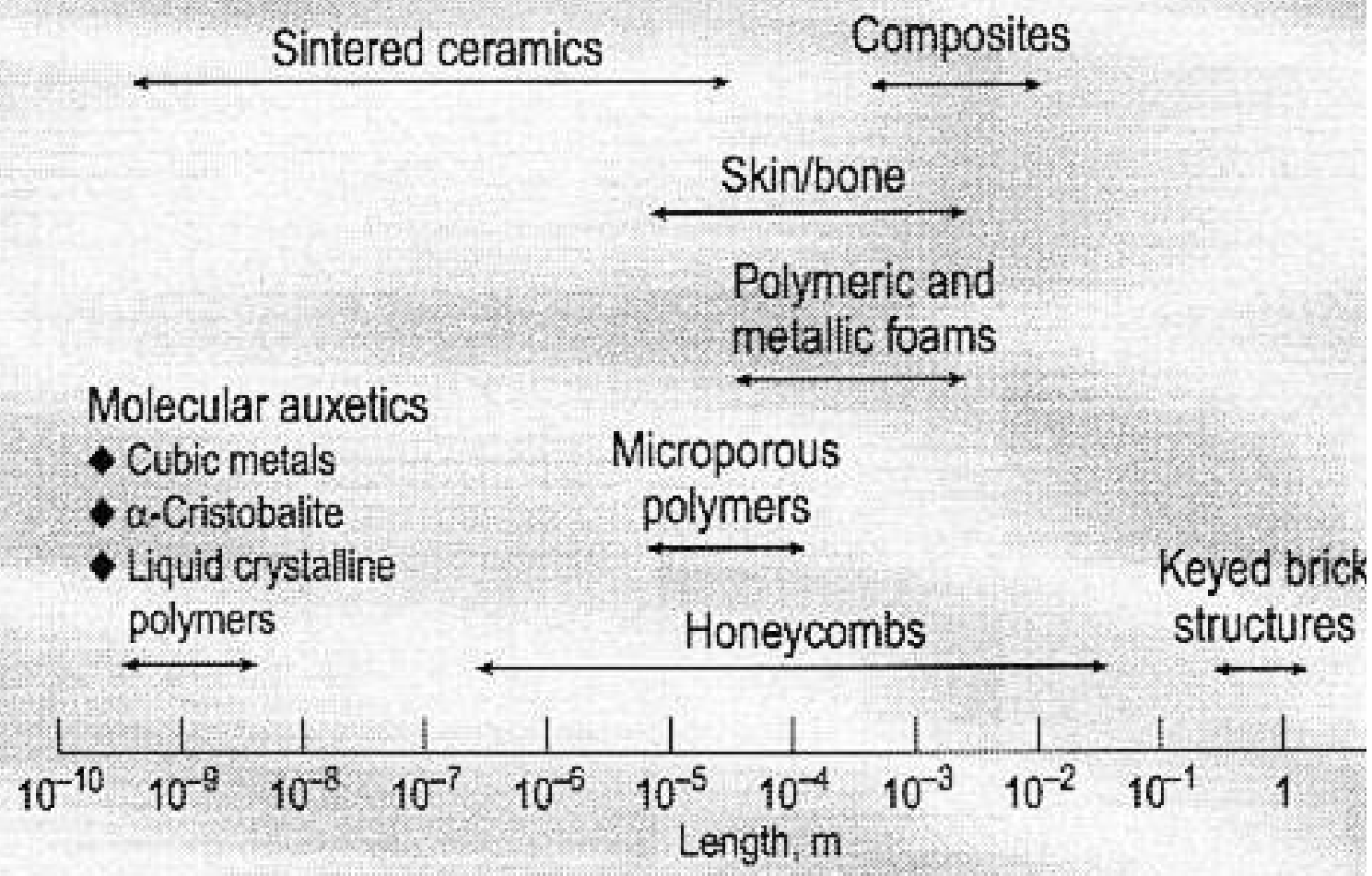
2. Analiza sprężysta oparta na modelu mikromechanicznym

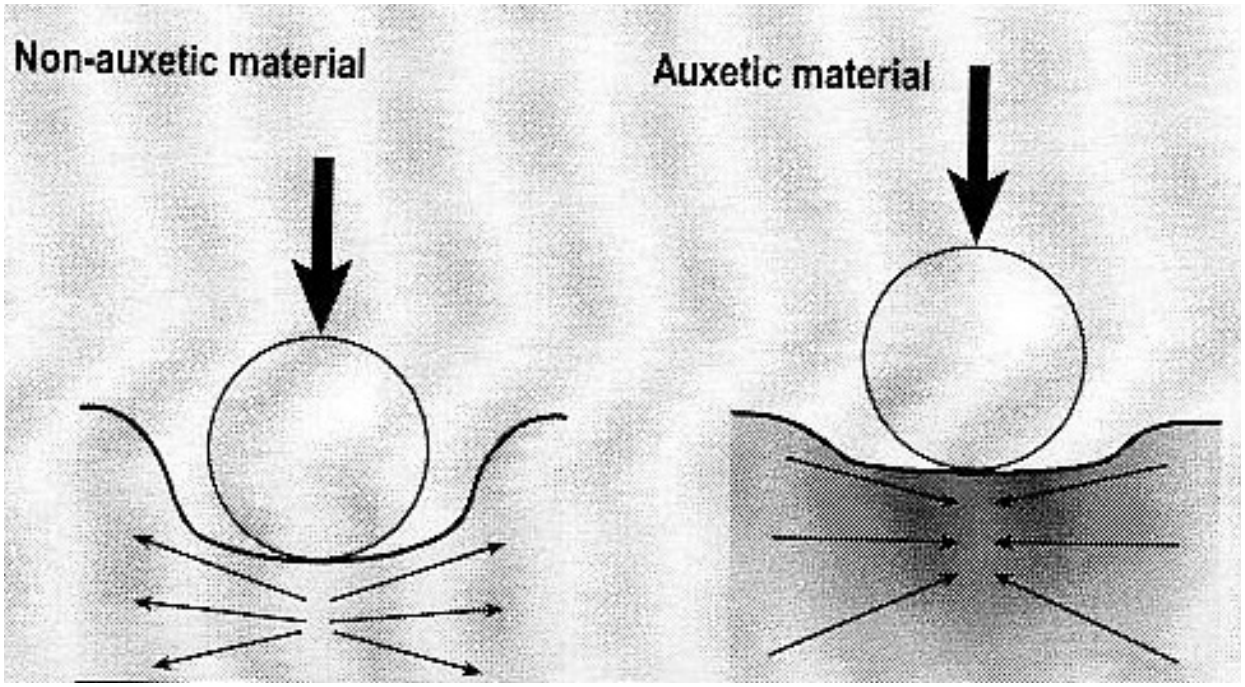
- istota modelowania wieloskalowego
- komórka reprezentatywna i jej symetria
- model belkowy struktury komórkowej o komórkach otwartych
- uśrednianie potencjału sprężystego
- efektywne continuum zastępcze - definicja naprężeń
- tensor sztywności materiału anizotropowego
- kryterium energetyczne wytężenia materiału

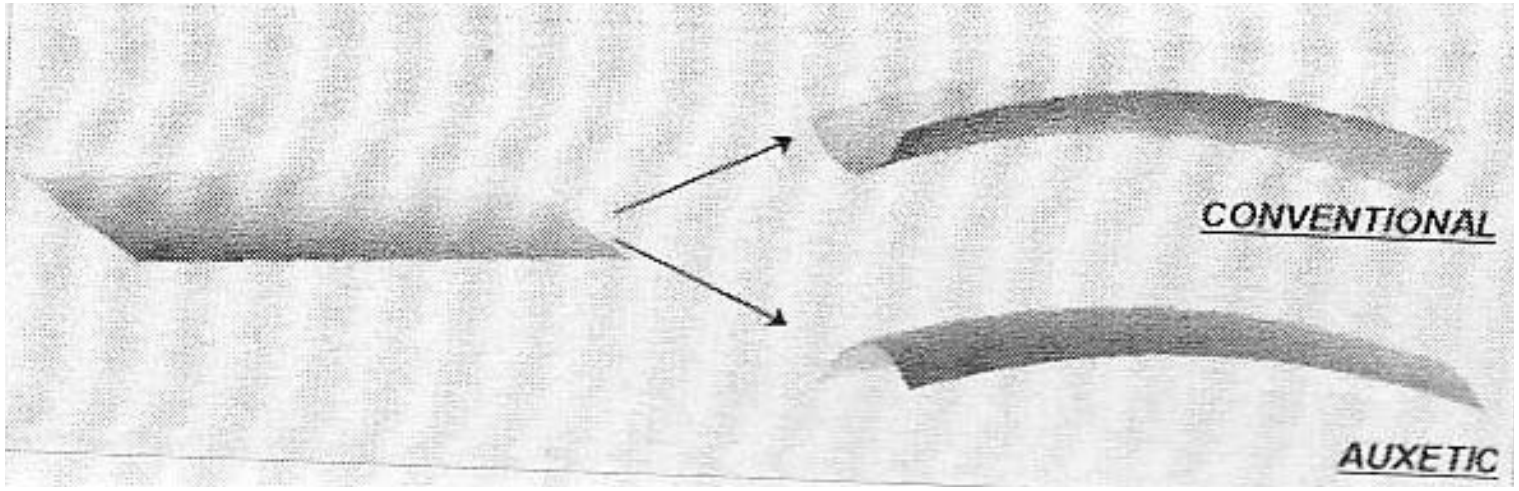
3. Graficzna reprezentacja stałych materiałowych
4. Modelowanie struktury
5. Dyskusja zastosowania metody do innych mikrostruktur
6. Wnioski i kierunki dalszych prac
7. Literatura

A question of scale

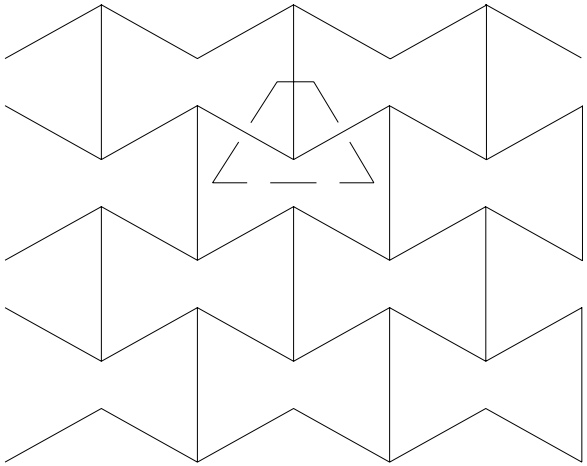
Auxetic materials and structures from the macroscopic down to the molecular level

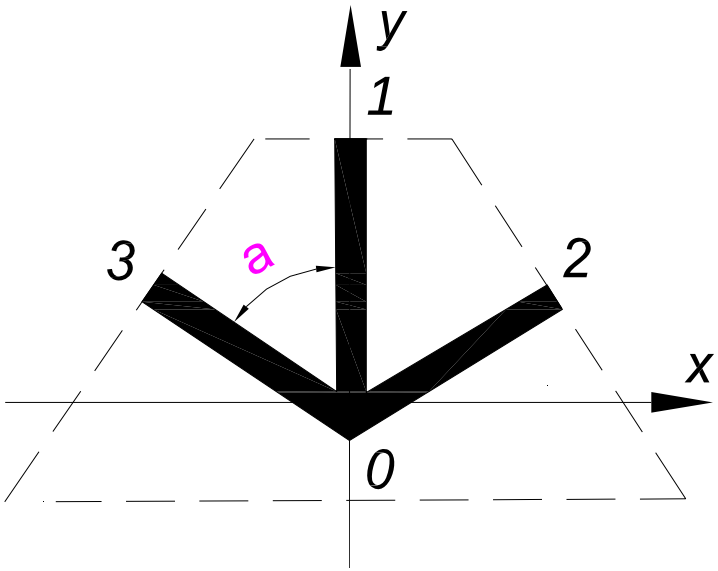



Non-auxetic material
Auxetic material


CONVENTIONAL
AUXETIC

Struktura materiału komórkowego o płaskim układzie regularnym oraz komórka reprezentatywna

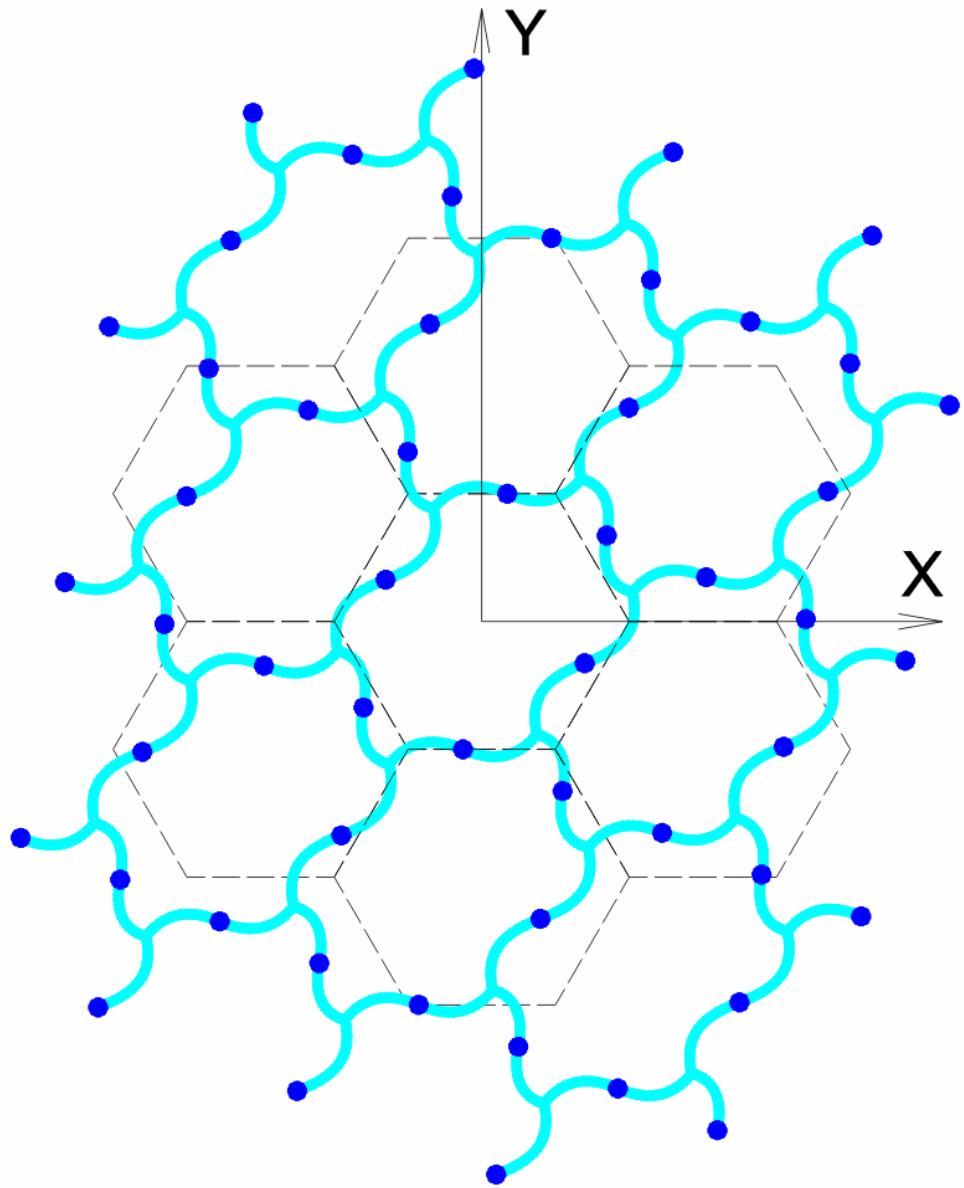




$$\mathbf{b}_1^0 = \left(0,\ \frac{h}{2}\right) \qquad \mathbf{b}_2^0 = \left(+L\sin\gamma,\ L\cos\gamma\right) \qquad \mathbf{b}_3^0 = \left(-L\sin\gamma,\ L\cos\gamma\right)$$

$\mathbf{b}_i^0$ wektory położenia punktów środkowych

Jednorodne stany odkształceń continuum zastępczego



podobieństwo przemieszczeń węzłów i punktów środkowych

Model mikromechaniczny
definicja odkształcenia

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}^s \right\rangle_V = \frac{1}{V} \sum_{A_i} sym\left(\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{u}_i \right) \, dS$$

Oznaczenia:

wektor odkszałceń

$$^1\varepsilon = \varepsilon_x \qquad ^1\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_x = 1$$

$$^2\varepsilon = \varepsilon_y \qquad ^2\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_y = 1$$

$$^3\varepsilon = \sqrt{2}\varepsilon_{xy} \qquad ^3\tilde{\varepsilon} = \sqrt{2}\varepsilon_{xy} = 1$$

opis Kelvina w przestrzeni 6-D

Kinematyka

1) osiowe rozciągnięcie ε_x w kierunku x.

$$\mathbf{\Delta}_i\left(\varepsilon_x\right)=\varepsilon_x\left(\mathbf{b}_i^0\cdot\mathbf{e}_x\right)\mathbf{e}_x$$

2) osiowe rozciągnięcie ε_y w kierunku y.

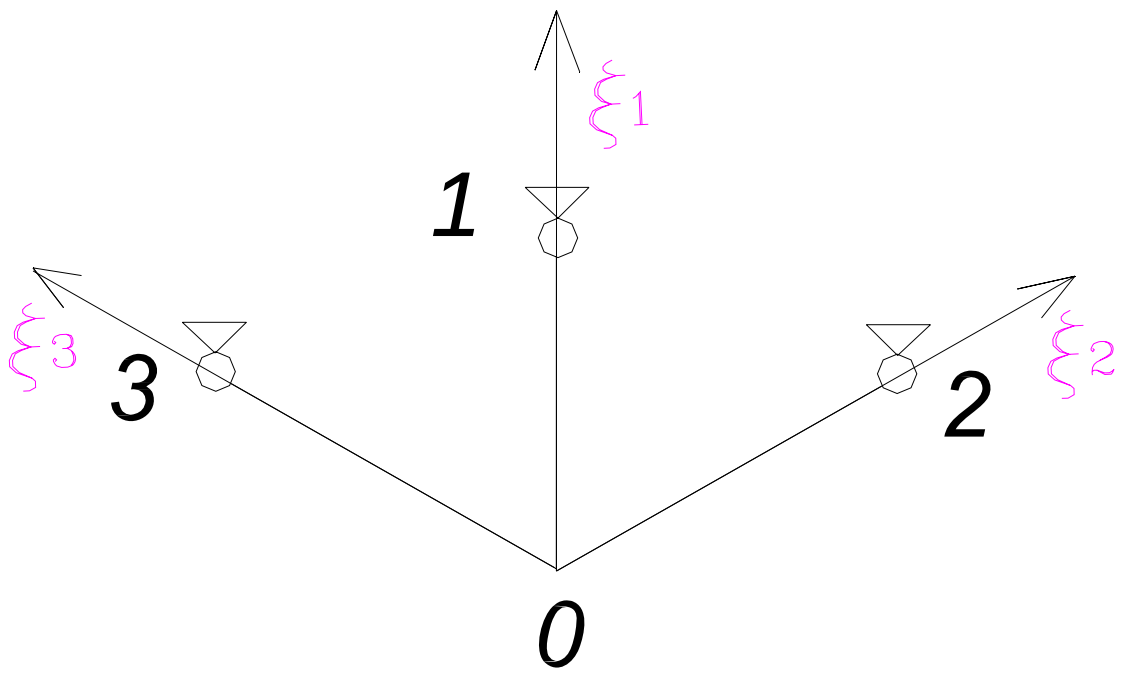
$$\mathbf{\Delta}_i\left(\varepsilon_y\right)=\varepsilon_y\left(\mathbf{b}_i^0\cdot\mathbf{e}_y\right)\mathbf{e}_y$$

3) ścięcie γ_{xy} w płaszczyźnie xy.

$$\mathbf{\Delta}_i\left(\varepsilon_{xy}\right)=\left(\gamma_{xy}/2\right)\left(\left(\mathbf{b}_i^0\cdot\mathbf{e}_x\right)\mathbf{e}_y+\left(\mathbf{b}_i^0\cdot\mathbf{e}_y\right)\mathbf{e}_x\right) \qquad i=1,2,3$$

Metoda analizy strukturalnej
(metoda przemieszczeń - MES)

model - belka Timoshenki



WYNIKI

rozwiązania numeryczne - program ANSYS

$${}^{K}\tilde{F}_{ix}\left(\xi_i\right) = {}^{K}\tilde{F}_{ix}\,, \qquad {}^{K}\tilde{F}_{iy}\left(\xi_i\right) = {}^{K}\tilde{F}_{iy}\,, \qquad {}^{K}\tilde{M}_{i}\left(\xi_i\right) = {}^{K}\tilde{F}_{i\tau}(l_i - \xi_i) \qquad K = 1,2,3$$

gdzie: ξ_i współrzędna układu lokalnego związanego z i-tym prętem $\xi_i\left(0\right) = 0$.

x, y globalny układ związany z węzłem 0 komórki.

stąd:

$${}^{K}\tilde{F}_{in} = {}^{K}\tilde{F}_{ix}\cos\beta_i + {}^{K}\tilde{F}_{ix}\sin\beta_i \qquad {}^{K}\tilde{F}_{i\tau} = -{}^{K}\tilde{F}_{ix}\sin\beta_i + {}^{K}\tilde{F}_{ix}\cos\beta_i \qquad K = 1,2,3$$

gdzie: β_i kąt mierzony od osi globalnej x do osi lokalnej i-tego pręta

Dla dowolnego stanu odkształceń:

$$F_{in}\left({}^{K}\varepsilon\right) = \sum_{K=1}^{3} {}^{K}\varepsilon \; {}^{K}\tilde{F}_{in} \qquad F_{i\tau}\left({}^{K}\varepsilon\right) = \sum_{K=1}^{3} {}^{K}\varepsilon \; {}^{K}\tilde{F}_{i\tau}$$

POTENCJAŁ SPRĘŻYSTY SZKIELETU BELKOWEGO

$$U = \int_{V_s} \left({}^{s}\Phi_E \right) dV_s = \sum_{i=1}^{3} \left(\int_0^{l_i} \frac{F_{in}^2 d\xi_i}{2E_s A} + \mu \int_0^{l_i} \frac{F_{i\tau}^2 d\xi_i}{2G_s A} + \int_0^{l_i} \frac{\left(F_{i\tau} \left(l_i - \xi_i \right) \right)^2 d\xi_i}{2E_s J} \right)$$

Model mikromechaniczny

continuum ekwiwalentne poprzez uśrednienie potencjału sprężystego

$$\Phi_E = \frac{1}{V} \int_{V_s} \left({}^{s}\Phi_E \right) dV_s$$

$$\Phi_E = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\varepsilon} \;\Rightarrow \qquad S_{IJ} = \frac{1}{V}\left(\frac{\int_{V_s}\partial^2\left({}^s\Phi_E\right)}{\partial\left({}^I\varepsilon\right)\;\partial\left({}^J\varepsilon\right)}\right)$$

$$S_{IJ} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{3}\left\{\frac{l_i}{E_s A}\,{}^I\tilde{F}_{in}\,{}^J\tilde{F}_{in} + \left(\frac{\mu\, l_i}{G_s A} + \frac{l_i^3}{3E_s J}\right){}^I\tilde{F}_{i\tau}\,{}^J\tilde{F}_{i\tau}\right\}$$

macierz w przestrzeni 6-D

stany I=1,2 J=1,2 powodują powstanie symetrycznego rozkładu sił w szkielecie
stan I=3, powoduje powstanie antysymetrycznego rozkładu sił

$$S_{13} = 0 \qquad S_{23} = 0$$

Prawo Hooke'a dla ciała anizotropowego

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} \circ \boldsymbol{\varepsilon}$$

$\mathbf{S}$, tensor sztywności, $\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1}$ tensor podatności

Macierz sztywności:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{1111} & s_{1122} & 0 \\ s_{1122} & s_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & 2s_{1212} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix},$$

Macierz podatności:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1111} & c_{1122} & 0 \\ c_{1122} & c_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & 2c_{1212} \end{bmatrix}$$

wybrane stałe materiałowe:

$$\mathrm{E}_1 = \frac{1}{c_{1111}} \qquad \mathrm{E}_2 = \frac{1}{c_{2222}} \qquad \nu_{12} = \frac{-c_{1122}}{c_{1111}} \qquad \nu_{21} = \frac{-c_{1122}}{c_{2222}}$$

$$\mathrm{G}_{12} = \frac{1}{c_{1212}} \qquad \mathrm{K}_1 = \frac{1}{3c_{1111}}$$

Przykłady - test zgodności z rozwiązaniami znanymi z literatury

Gibson & Ashby
*Overaker, Cuitino, Langrana
Smith, Grima, Evans

dane geometryczne:

L/2	*1,576 mm*	*h/2*	*1,576 mm*	*t*	*0,15 mm*	γ	*70* °

dane materiałowe:

E_s	*10 GPa*	v_s	*0.3*	ρ/ρ_s	*0.1155*

wyniki *[3]:

E1	*22.70 kPa*	*E2*	*1.549 kPa*	*v12*	*-3.849*	*v21*	*-0.2529*

wyniki :

E1	*22.69 kPa*	*E2*	*1.548 kPa*	*v12*	*-3.851*	*v21*	*-0.2527*

moduł Younga

$$\frac{1}{E(\mathbf{n})} = (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})$$

współczynnik Poissona

$$\frac{-\nu(\mathbf{n},\mathbf{m})}{E(\mathbf{n})} = (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{m} \otimes \mathbf{m})$$

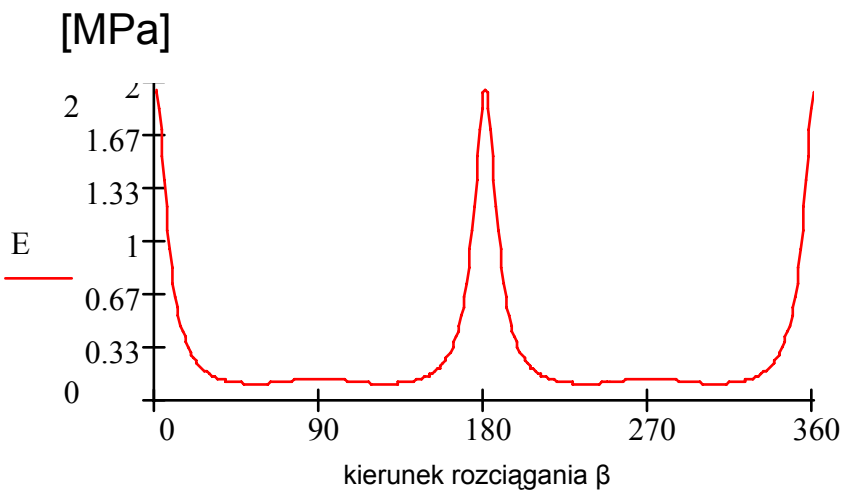
moduł ścinania

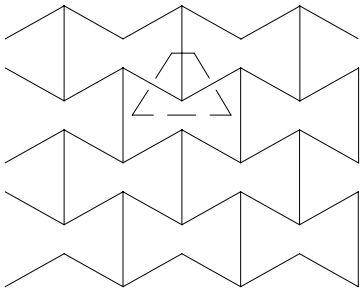
$$\frac{1}{2G(\mathbf{n},\mathbf{m})} = (\mathbf{n} \otimes \mathbf{m}) \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{n} \otimes \mathbf{m})$$

uogólniony moduł ściśliwości

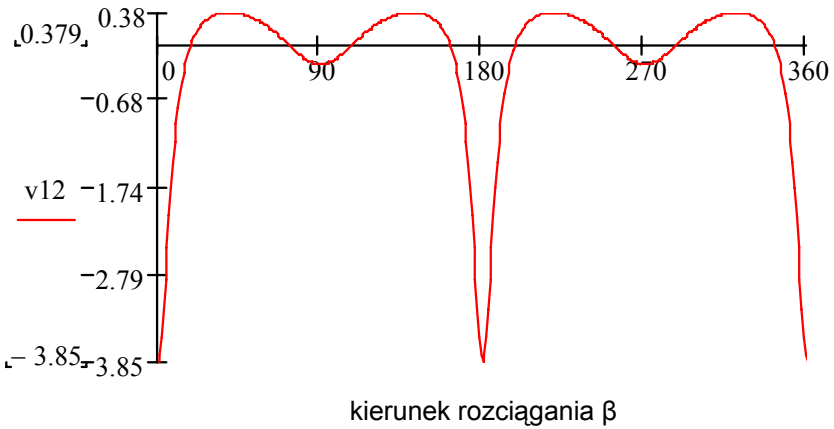
$$\frac{1}{3K(\mathbf{n})} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})$$

Rozkład kierunkowy modułu Younga





Rozkład kierunkowy współczynnika Poissona



Zakres sprężysty - oszacowanie

wartości własne i stany własne tensora sztywności

$$\lambda_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}\left(s_{1111} + s_{2222} - \sqrt{\left(s_{1111} - s_{2222}\right)^2 + 4s_{1122}^2}\right) , \qquad \lambda_{\mathrm{II}} = \frac{1}{2}\left(s_{1111} + s_{2222} + \sqrt{\left(s_{1111} - s_{2222}\right)^2 + 4s_{1122}^2}\right)$$

$$\lambda_{\mathrm{III}} = 2s_{1212}$$

$$^{\mathrm{I}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_x , {}^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_y , {}^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_{xy}\right) , \qquad ^{\mathrm{II}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_x , {}^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_y , {}^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_{xy}\right) , \qquad ^{\mathrm{III}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_x , {}^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_y , {}^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_{xy}\right)$$

$$^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_x = 1.0 , \qquad ^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_y = \frac{\left(s_{2222} - s_{1111} - \sqrt{\left(s_{1111} - s_{2222}\right)^2 + 4s_{1122}^2}\right)}{2s_{1122}} , \qquad ^{\mathrm{I}}\tilde{\varepsilon}_{xy} = 0 ,$$

$$^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_x = 1.0 , \qquad ^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_y = \frac{\left(s_{2222} - s_{1111} + \sqrt{\left(s_{1111} - s_{2222}\right)^2 + 4s_{1122}^2}\right)}{2s_{1122}} , \qquad ^{\mathrm{II}}\tilde{\varepsilon}_{xy} = 0 ,$$

$$^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_x = 0 , \qquad ^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_y = 0 , \qquad ^{\mathrm{III}}\tilde{\varepsilon}_{xy} = 1.0 .$$

Warunek sprężystej pracy szkieletu

$$\max_i \left({}^{\alpha}\sigma_x^s \right) = k_\alpha \, {}^{\alpha}\tilde{\sigma}_x^s = k_\alpha \max_i \left(\left| \frac{{}^{\alpha}\tilde{F}_{in}}{A} \right| + \left| \frac{{}^{\alpha}\tilde{F}_{i\tau} l_i}{J} \frac{t}{2} \right| \right) = R_e$$

$$\alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III} \qquad i = 1,2,3$$

$$k_{\mathrm{I}} := \frac{R_e}{{}^{\mathrm{I}}\tilde{\sigma}_x^s} \qquad k_{\mathrm{II}} := \frac{R_e}{{}^{\mathrm{II}}\tilde{\sigma}_x^s} \qquad k_{\mathrm{III}} := \frac{R_e}{{}^{\mathrm{III}}\tilde{\sigma}_x^s}$$

otrzymane numerycznie

stąd:

$${}^{\alpha}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{gr}} = k_\alpha \, {}^{\alpha}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad {}^{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{gr}} = \lambda_\alpha \, {}^{\alpha}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{gr}}$$

maksymalne odkształcenia i naprężenia w stanie sprężystym

$$\max \left| \varepsilon_x \right| = \sum_{\alpha=1}^{\mathrm{III}} \left| {}^{\alpha}\varepsilon_x^{\mathrm{gr}} \right| \qquad \max \left| \varepsilon_y \right| = \sum_{\alpha=1}^{\mathrm{III}} \left| {}^{\alpha}\varepsilon_y^{\mathrm{gr}} \right| \qquad \max \left| \varepsilon_{xy} \right| = \sum_{\alpha=1}^{\mathrm{III}} \left| {}^{\alpha}\varepsilon_{xy}^{\mathrm{gr}} \right|$$

Kryterium wytężenia anizotropowego materiału komórkowego

$$\sum_{\alpha=1}^{\mathrm{III}} \frac{{}^{\alpha}\Phi_{E}}{{}^{\alpha}\Phi_{E}^{\mathrm{gr}}} = 1$$

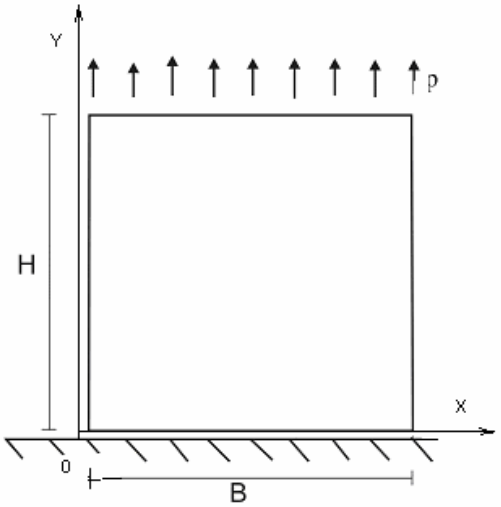
gdzie:

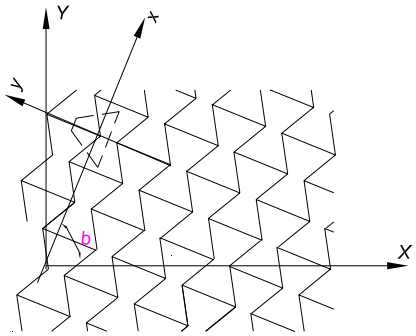
$${}^{\alpha}\Phi_{E}^{\mathrm{gr}} = \frac{1}{2}\,{}^{\alpha}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{gr}} \cdot {}^{\alpha}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{gr}} = \frac{1}{2}\lambda_{\alpha}\; k_{\alpha}^{2}\,{}^{\alpha}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{2}$$

test rozciągania –

resilience $$\Phi_{E} = \sum_{\alpha=1}^{\mathrm{III}} {}^{\alpha}\Phi_{E}^{\mathrm{gr}}$$

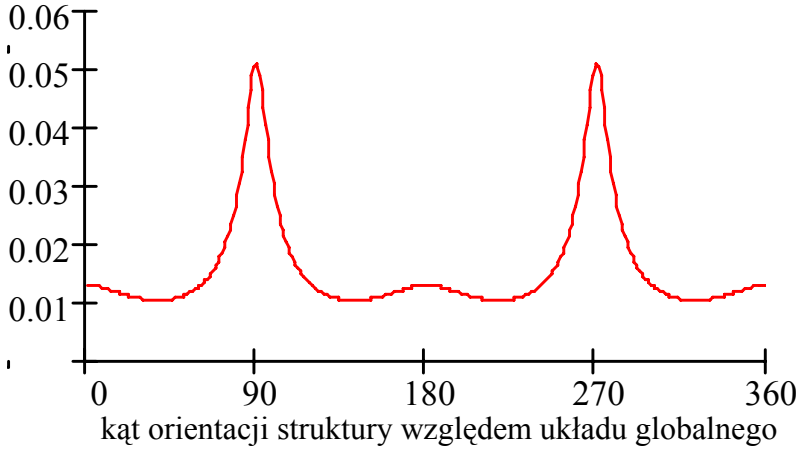
Interpretacja naprężeń i odkształceń granicznych

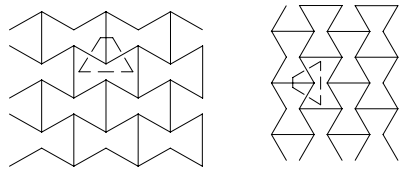




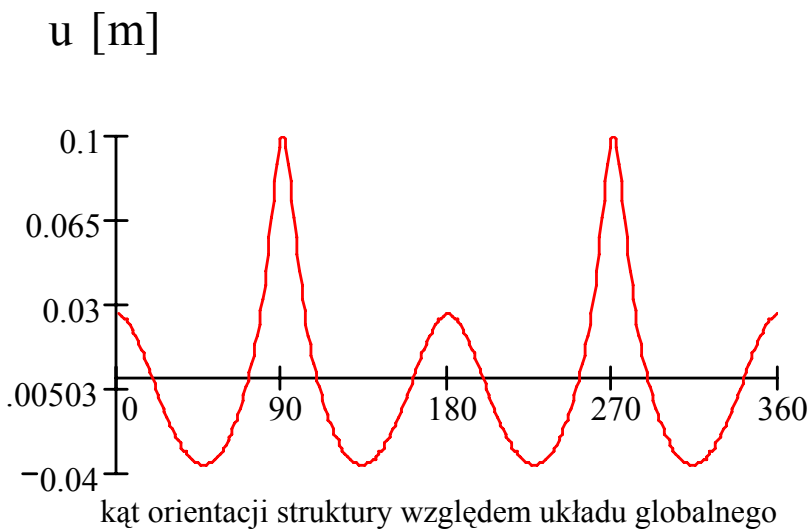
dane: B=H=1m

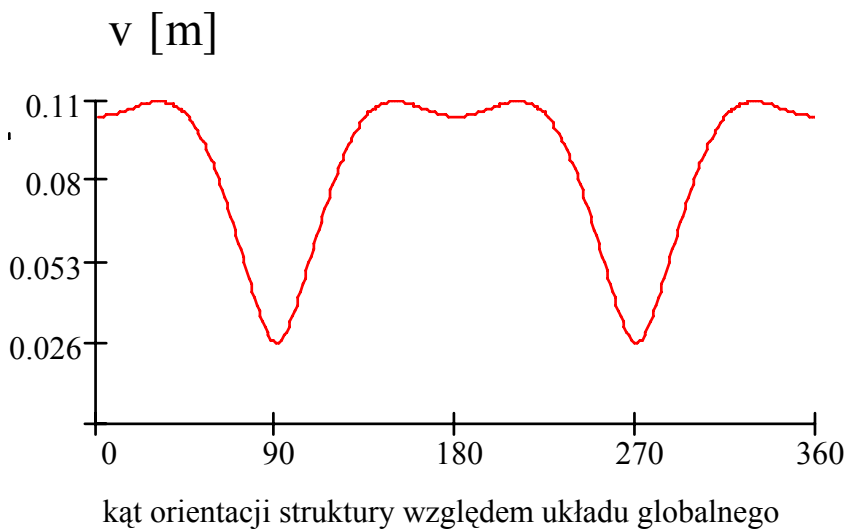
Maxymalne naprężenie rozciągające σ_y MPa]

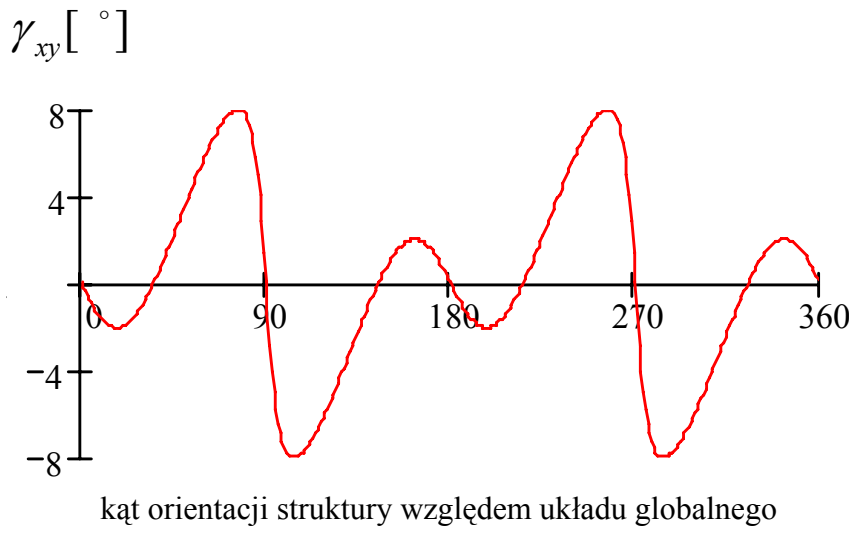


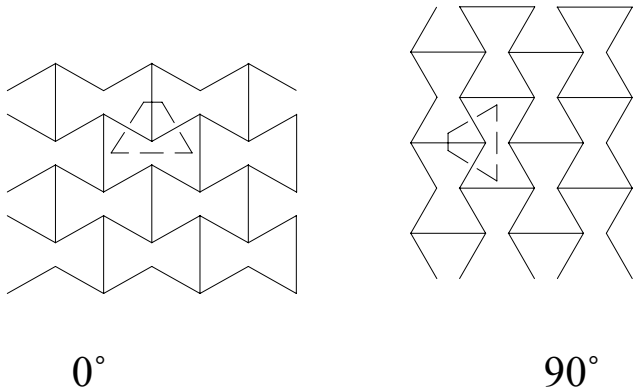


0° 90°


u [m]
0.1
0.065
0.03
.00503
−0.04
0
90
180
270
360
kąt orientacji struktury względem układu globalnego


v [m]
0.11
0.08
0.053
0.026
0
90
180
270
360
kąt orientacji struktury względem układu globalnego


γ_{xy} [°]
8
4
−4
−8
0
90
180
270
360
kąt orientacji struktury względem układu globalnego


0°
90°

Dyskusja: modelowanie struktury a otrzymane własności materiału

dane materiałowe:

E_s	$10\ GPa$	ν_s	0.3	R_s	$100\ MPa$

Przykład 1 Struktura średniosmukła dane geometryczne:

L	$3{,}00\ mm$	h	$2{,}72\ mm$	t	$0{,}15\ mm$	γ	$70\ ^\circ$	ρ	0.06823

Przykład 2 Struktura średniosmukła dane geometryczne:

L	$3{,}00\ mm$	h	$5{,}66\ mm$	t	$0{,}15\ mm$	γ	$45\ ^\circ$	ρ	0.05826

Przykład 3 Struktura bardzo smukła dane geometryczne:

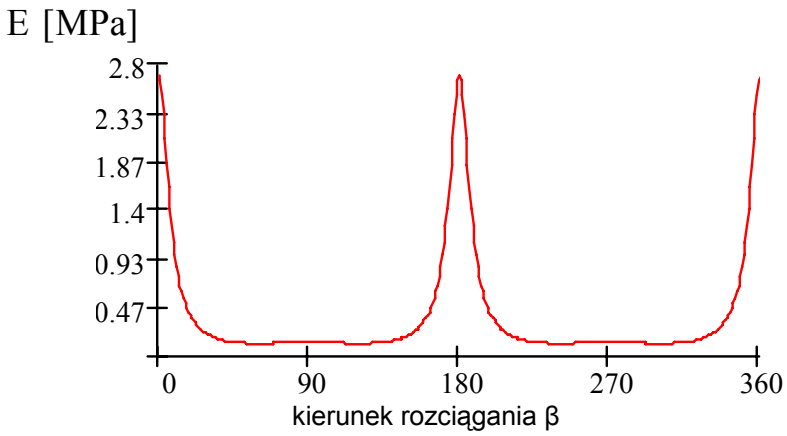
L	$6{,}00\ mm$	h	$11{,}30\ mm$	t	$0{,}15\ mm$	γ	$45\ ^\circ$	ρ	0.02913

Przykład 4 Struktura bardzo krępa dane geometryczne:

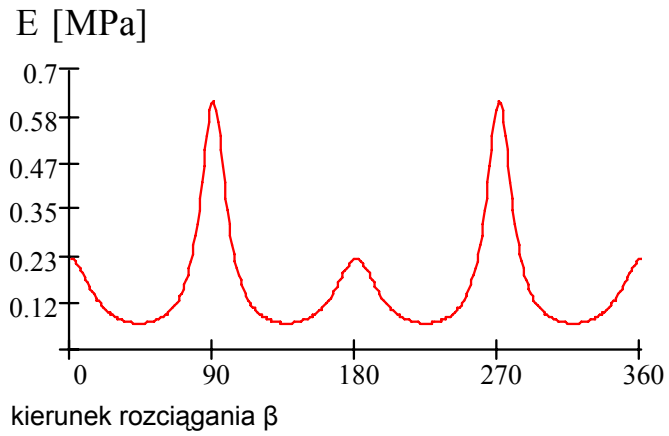
L	$1.5\ mm$	h	$3.75\ mm$	t	$0{,}15\ mm$	γ	$70\ ^\circ$	ρ	0.1142

MODUŁ YOUNGA

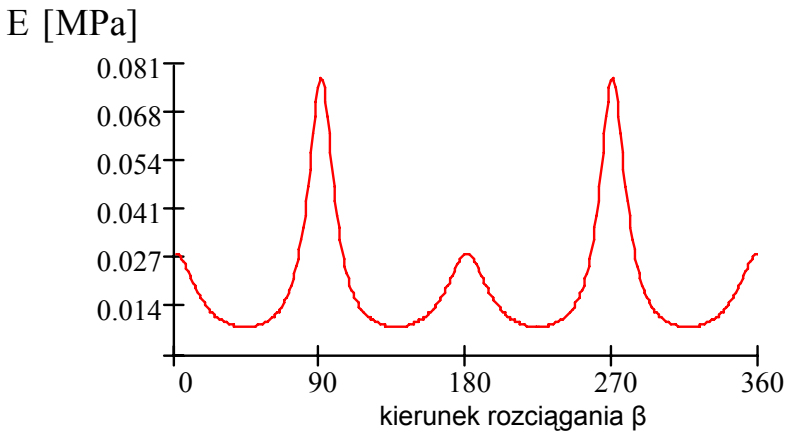
1 średniosmukła γ =70˚



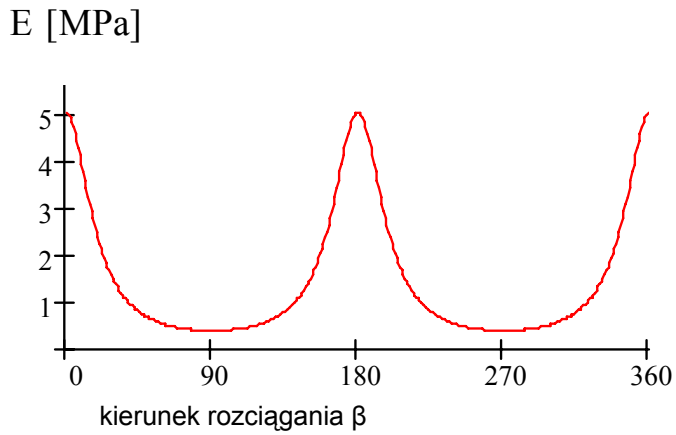
2 średniosmukła γ =45˚



3 bardzo smukła γ =45˚

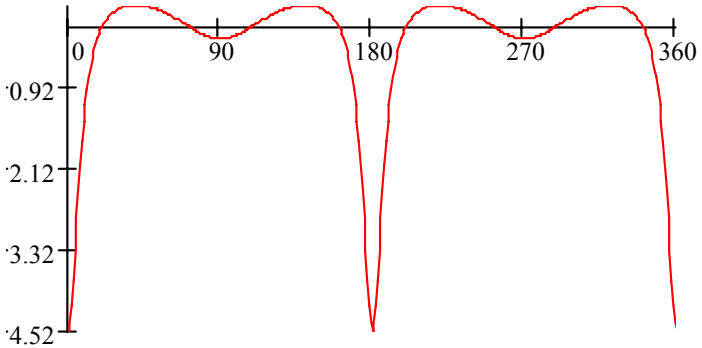


4 krępa γ =70˚



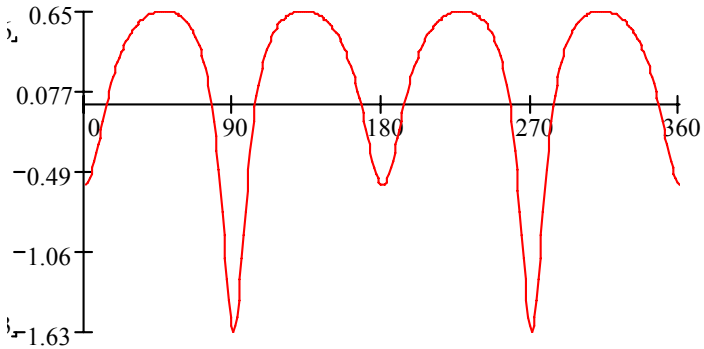
WSPÓŁCZYNNIK POISSONA ν_{12}

1 średniosmukła γ =70˚



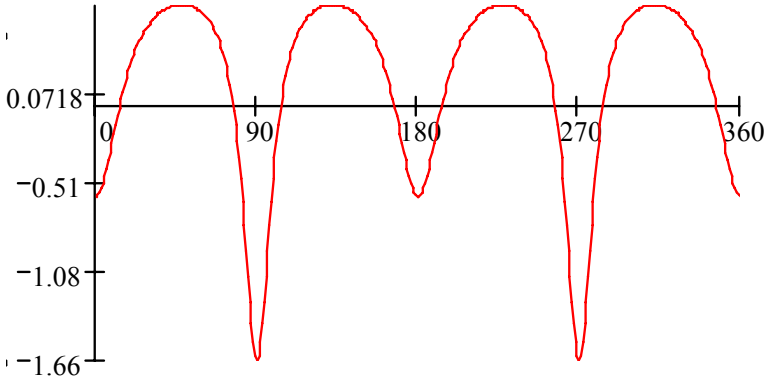
kierunek rozciągania β

2 średniosmukła γ =45˚



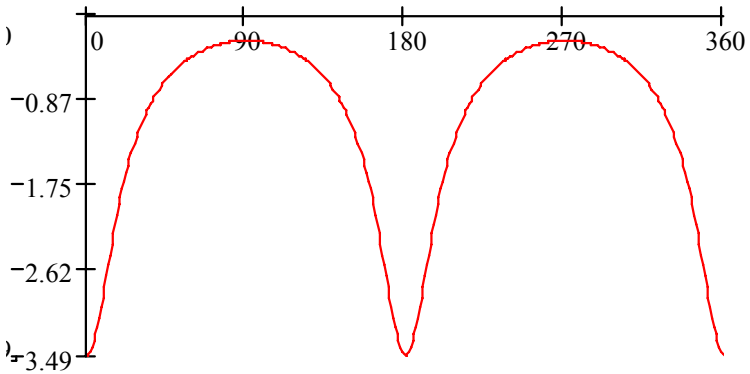
kierunek rozciągania β

3 bardzo smukła γ =45˚



kierunek rozciągania β

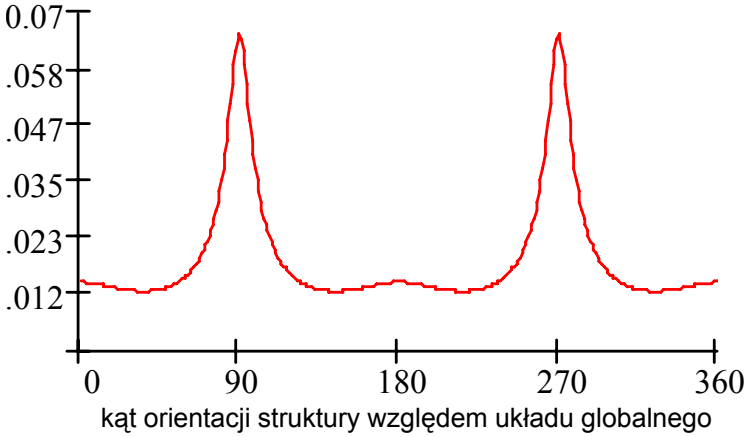
4 krępa γ =70˚



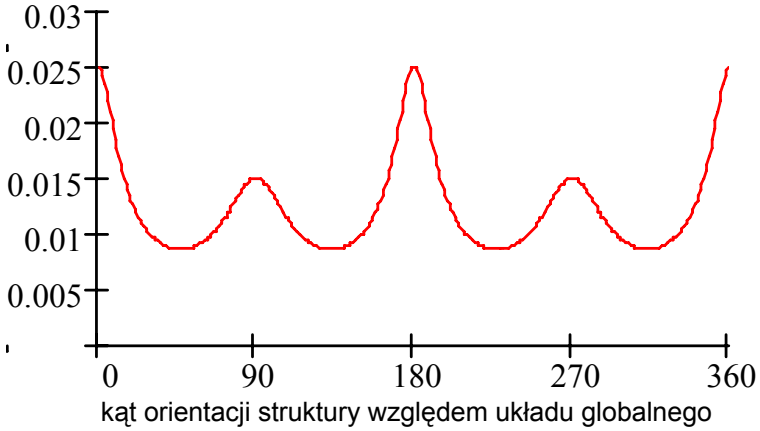
kierunek rozciągania β

TEST ROZCIĄGANIA –GRANICZNE NAPRĘŻENiE σ_y [MPa]

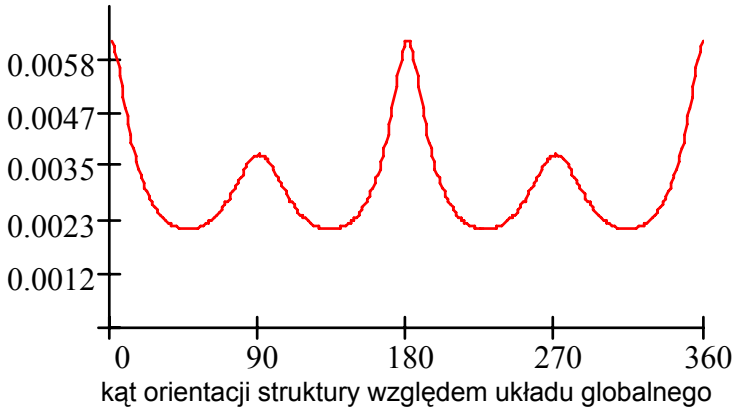
1 średniosmukła γ =70˚



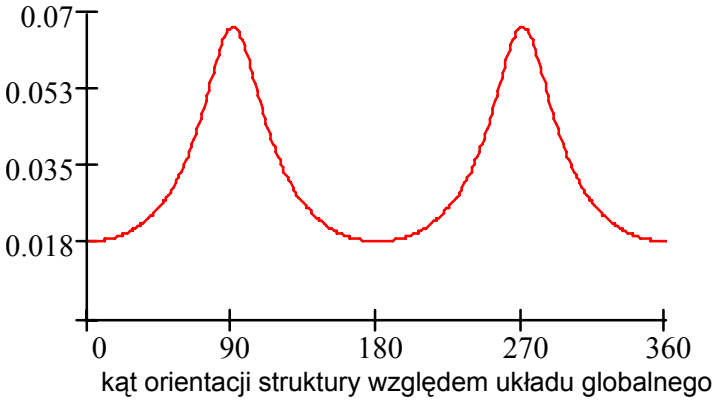
2 średniosmukła γ =45˚



3 bardzo smukła γ =45˚

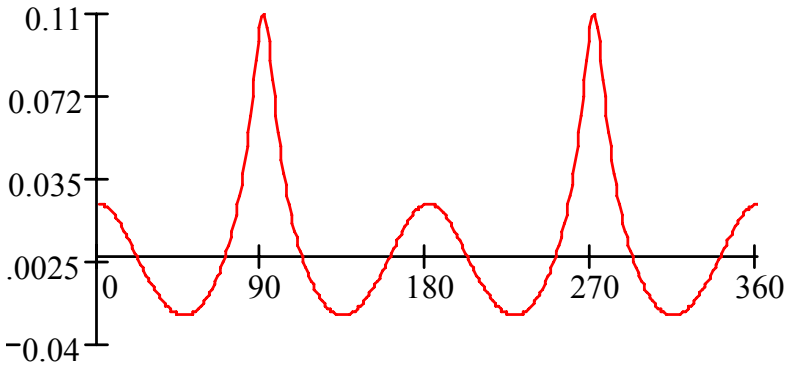


4 krępa γ =70˚



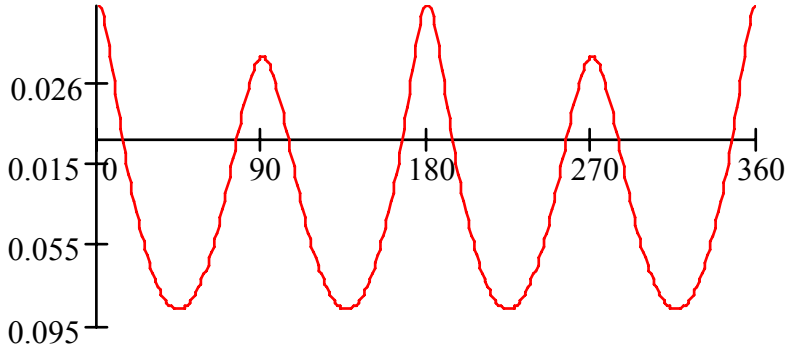
DEFORMACJA odkształcenie ε_x^{gr}

1 średniosmukła γ =70˚



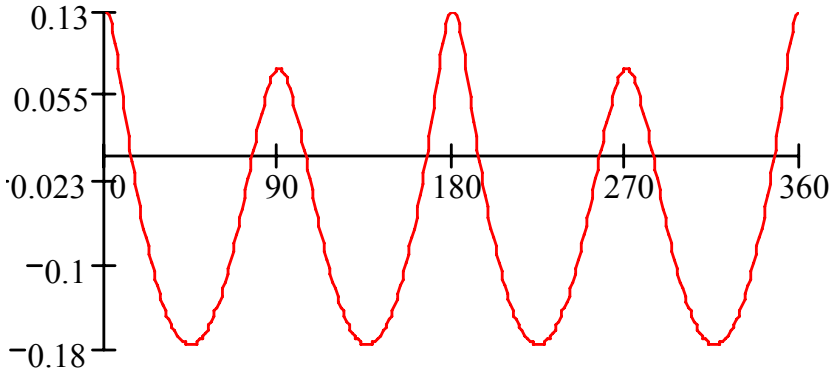
kierunek rozciągania β

2 średniosmukła γ =45˚



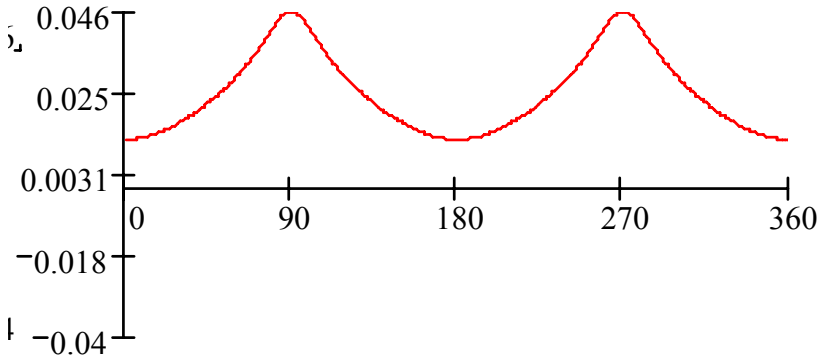
kierunek rozciągania β

3 bardzo smukła γ =45˚



kierunek rozciągania β

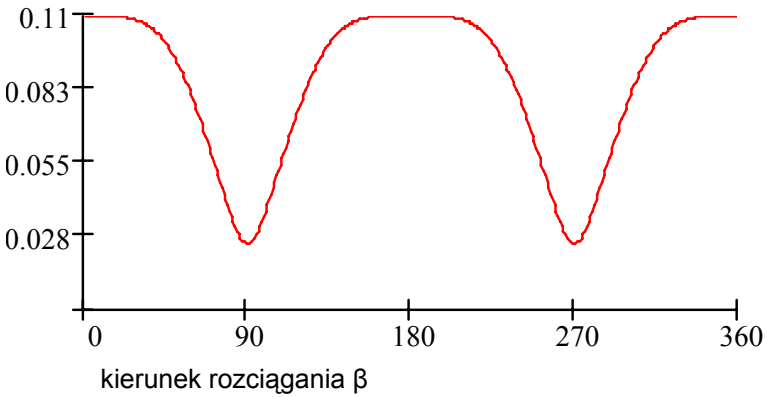
4 krępa γ =70˚



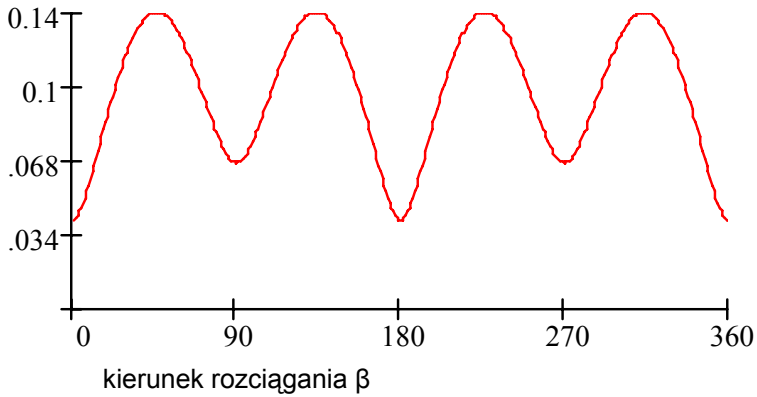
kierunek rozciągania β

DEFORMACJA odkształcenie ε_y^{gr}

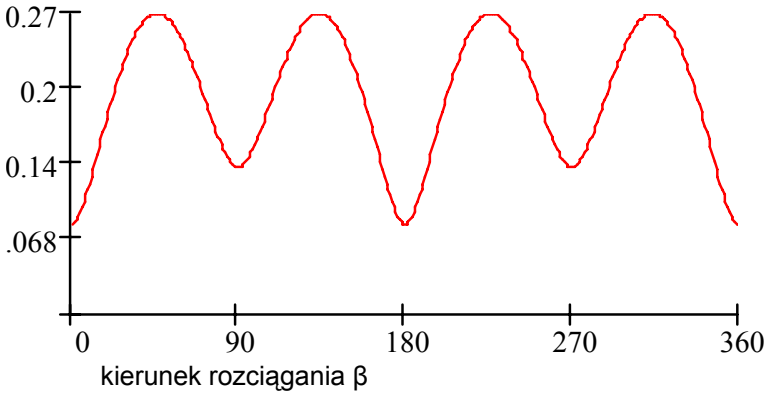
1 średniosmukła γ =70˚



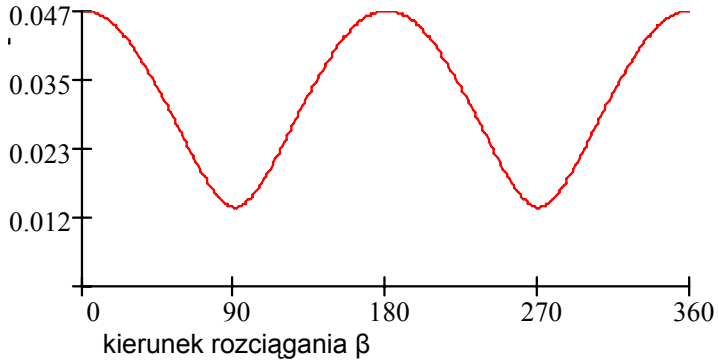
2 średniosmukła γ =45˚



3 bardzo smukła γ =45˚

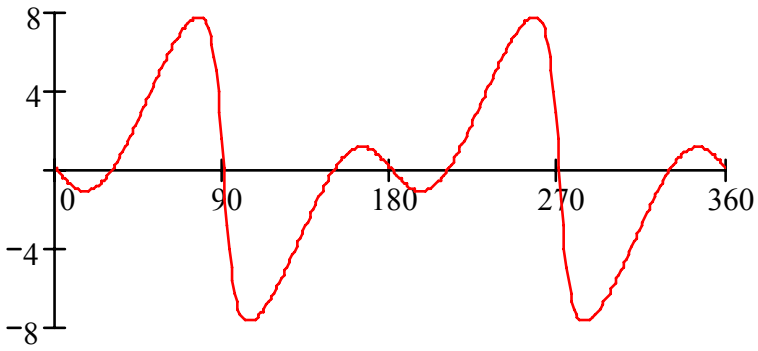


4 krępa γ =70˚



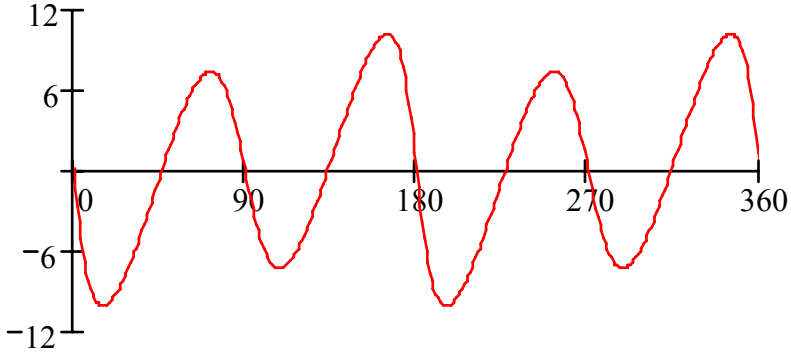
DEFORMACJA odkształcenie γ_{xy}^{gr} [˚]

1 średniosmukła γ =70˚



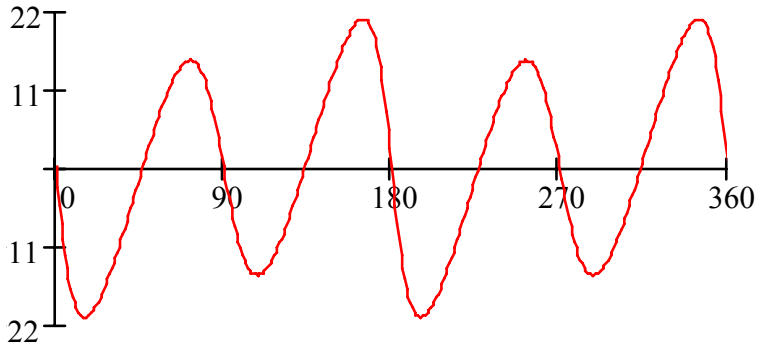
kierunek rozciągania β

2 średniosmukła γ =45˚



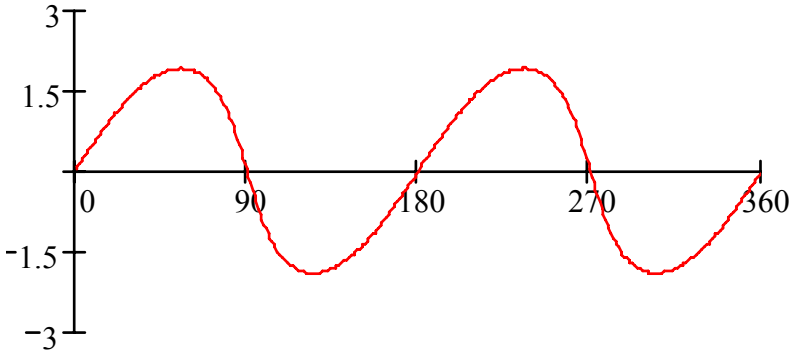
kierunek rozciągania β

3 bardzo smukła γ =45˚



kierunek rozciągania β

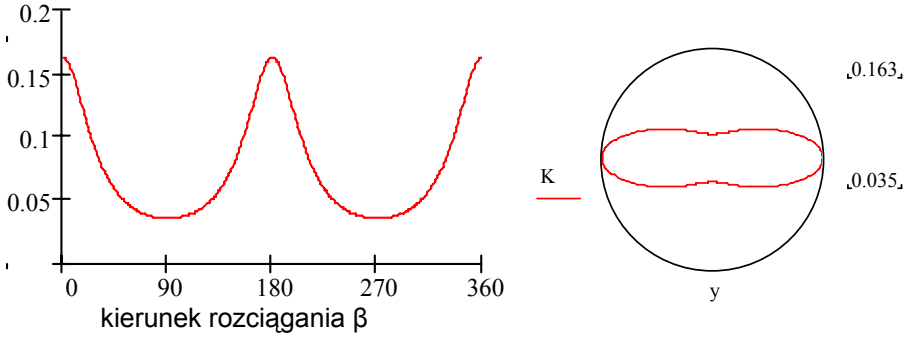
4 krępa γ =70˚



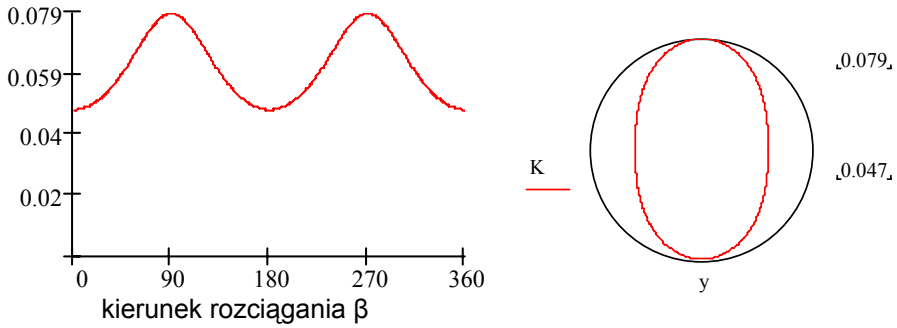
kierunek rozciągania β

UOGÓLNIONY MODUŁ ŚCIŚLIWOŚCI K [MPa]

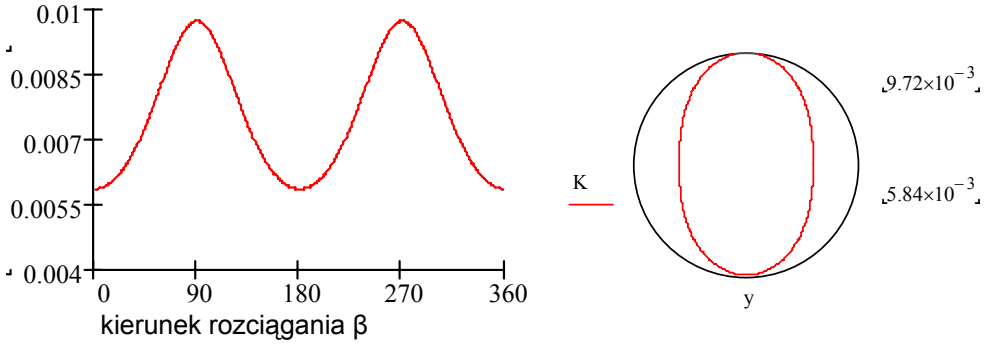
1 średniosmukła γ =70˚



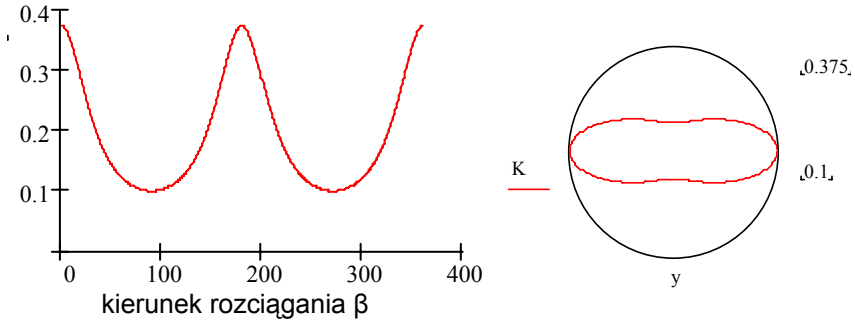
2 średniosmukła γ =45˚



3 bardzo smukła γ =45˚

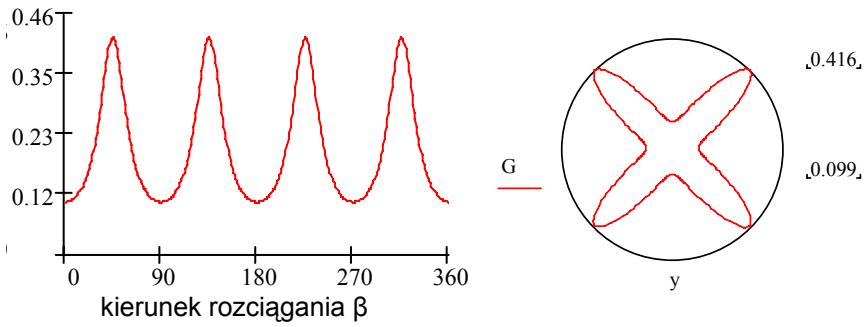


4 krępa γ =70˚

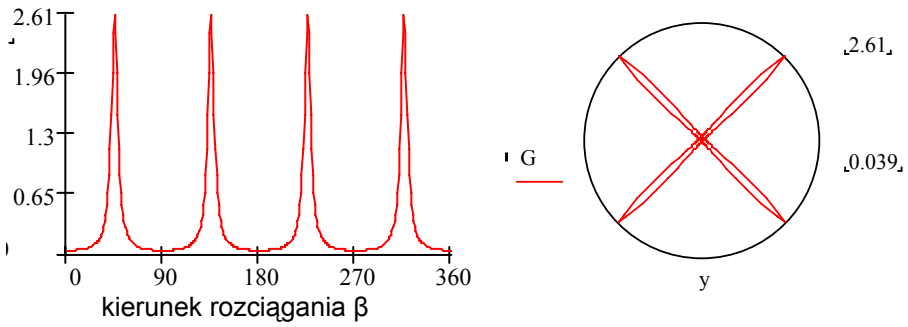


MODUŁ ŚCINANIA G [MPa]

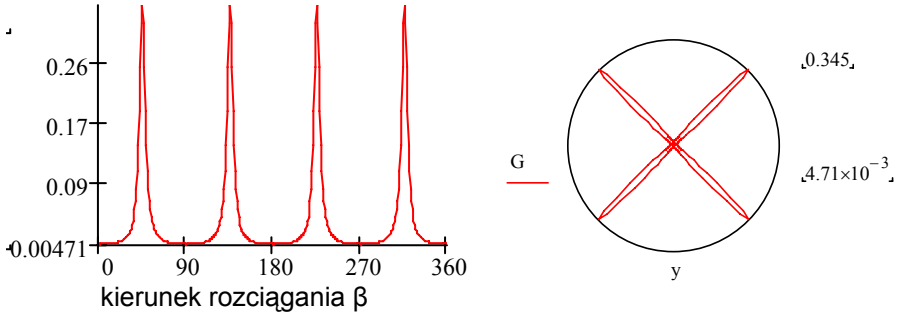
1 średniosmukła γ =70˚



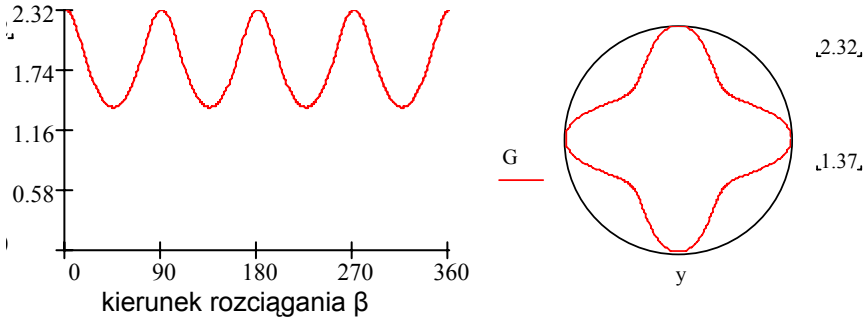
2 średniosmukła γ =45˚



3 bardzo smukła γ =45˚

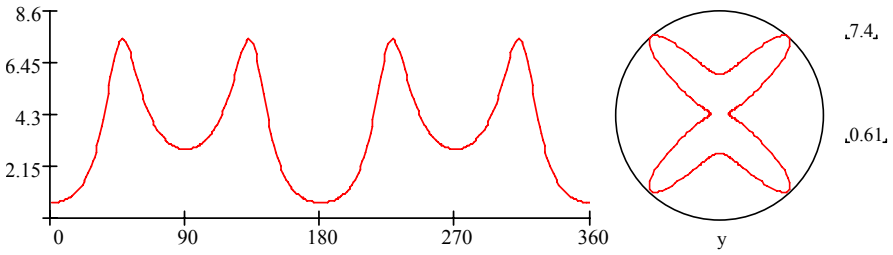


4 krępa γ =70˚



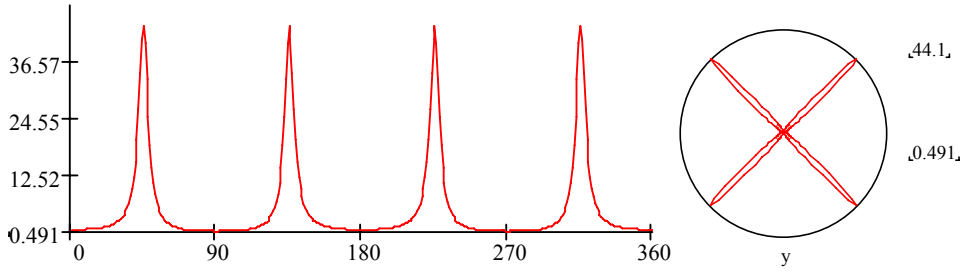
WSPÓŁCZYNNIK G/K

1 średniosmukła γ =70˚



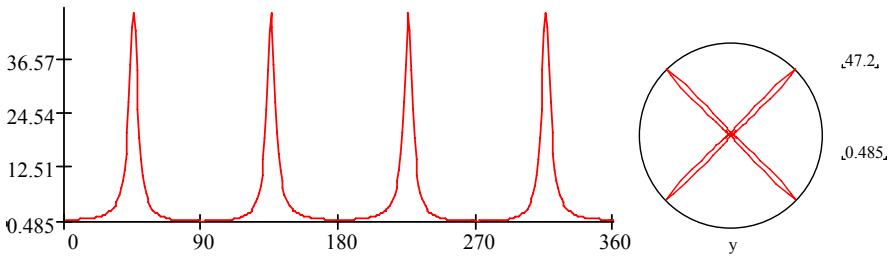
kierunek rozciągania β

2 średniosmukła γ =45˚



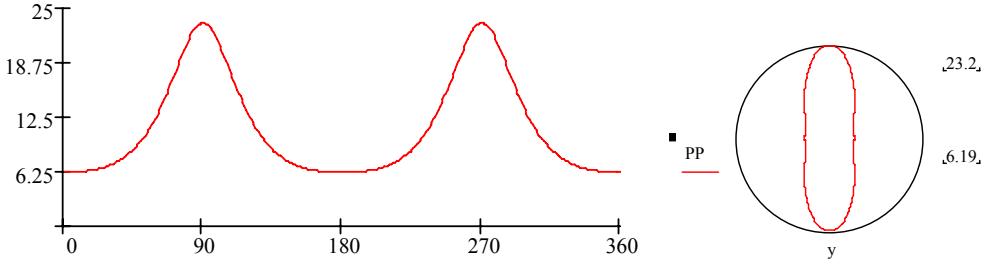
kierunek rozciągania β

3 bardzo smukła γ =45˚



kierunek rozciągania β

4 krępa γ =70˚



kierunek rozciągania β

Wnioski z modelowania:

1. prawie niezaleznie od smuklosci E1=E2 dla kata alfa okolo 50 stopni, co może mieć znaczenie dla zadan bez wyróżnionego dominujacego kierunku obciążenia,

2. prawie niezależnie od smukłosci v12= v21 dla kata alfa okolo 50 stopni,

3. jesli dominuje obciążenie pionowe to kokardki należy ustawić w pionie jesli maja alfa 60, 70, 60 stopni bo wtedy E2 jest wieksze od E1, jesli alfa 45, 30 ,20 to kokardki mają leżeć w poziomie bo E1 jest wieksze,

3. alfa duże 80, 70 stopni wydobywa dużą wartość v12 ale to jest ostry pik na wykresie dla struktur smukłych który łagodnieje dla struktur krepych,

4. 50 stopni z wniosku 1 jest jeszcze może korzystne dla zadań kontaktowych, bo dopuszcza coraz wieksza deformowalnosc kątowa materiału co jest odpowiedzią materiału na pojawiające się napreżenia styczne,

5. struktury krepe sa korzyste ze wzgledu na wieksza nośność, ale też ze wzgledu na to że współczynnik Poissona jest zawsze ujemny (zależnie od proporcji L/h dla katow alfa 80,70,60 dla najkrepszych, alfa 80 dla krepych, zadnych alfa dla smuklych, ważna jest bardzo proporcja L/h !!!).To

jest ważne w złożonym stanie napreżeń, bo dodatni współczynnik zabiera korzyści, które osiągamy dzieki ujemnemu,

6. krepe struktury sa mniej wrażliwe na kierunek ścinania,

7. dla alfa 60 stopni i mniej najlepiej ścinać materiał bocznym ciśnieniem na kostkę położoną na poziomym sztywnym podlożu,

8. dla alfa 80 stopni kokardki trzeba ustawic w materiale obrocone o 45 stopni aby ścinanie z punktu 7 bylo najkorzystniejsze,

9. smukłość ma wpływ na maxymalne epsx i epsy (odkształcenia liniowe) i kat alfa ma wtedy niewielki wpływ na wartości odkształceń liniowych,

10. na odkszałcalnosc kątowa ma wpływ smukłość i kąt alfa smukłlość większa i alfa mniejsze to wtedy max epsxy rosnie),

11. G/K korzystne dla struktur krepych.

Wnioski:

- zbudowano model efektywny dla materiałów komórkowych o komórkach otwartych i złożonym szkielecie komórki reprezentatywnej (wielokrotne wewnętrzne węzły, brak symetrii geometrycznej)

- poprawność oszacowania zakresu sprężystego powinna być zweryfikowana odpowiednimi obliczeniami numerycznymi

- model powinien być rozszerzony poza zakres liniowo sprężysty

Literatura

[1] L.J. Gibson, M.F. Ashby Cellular Solids, 2nd edition Cambridge University Press. (1997).

[2] R.S. Kumar, D.L.McDowell, Generalized continuum modeling of 2-D periodic cellular solids, *Int. Journ. of Solids and Struct.* 41 , (2004?).

[3] D.W. Overaker, A.M. Cuitino, N.A. Langrana, Elastoplastic Micromechanical Modeling of Two-Dimensional Irregular Convex and Nonconvex (Re-entrant) Hexagonal Foams, *Transactions of ASME*, Vol.65, 748-757, (1998).

[4] S. Nemat-Naser, M.Hori, *Micromechanics,.* 2nd edition Elsevier (1999).

[5] M. Hori, S.Nemat-Nasser, On micromechanics theories for determining micro-macro relations in heterogeneous solids, *Mech. Mat.*, 31, 667-682, (1999).

[6] R.S. Lakes, Experimental Micromechanics Methods for Conventional and Negative Poisson's Ratio Cellular Solids as Cosserat Continua, *J. Engineering Materials and Technology,* 113, 148-155, (1991).

[7] R.S. Lakes, Experimental Microelasticity of Two Porous Solids, *Int. Journal Solids and Structures,* 22, No.1, 55-63, (1986).

[8] R.S. Lakes, Advances in Negative Poisson's Ratio Materials, *Advanced Materials*, 5, 293-296, (1993).

[9] M, Janus-Michalska , Effective Models Describing Elastic Behaviour of Cellular Materials, Archives of Mettalurgy and Materials, 3, vol.50, 596-608, (2005).

[10] R.S. Lakes , No contractile obligations, *Nature*, 358, 713-714, (1992).

[11] R.S. Lakes, Nonlinear properties of polymer cellular materials, *Journal of Material Science*, 27, 4678-4684, (1992).

[12] E.A. Friss, R.S. Lakes, J.B.Park, Negative Poissons Ratio for Polymeric and Metallic Materials, *Journal of Material Science*, 23, 4406-4414, (1988).

[13] C.W. Smith, J.N. Grima, K.E. Evans, A Novel Mechanism for Generating Auxetic Behaviour in Reticulated Foams : Missing Rib Foam Model, *Acta Materialia*, 48, 4349-4356, (2000).

[14] R.S. Lakes, R.Witt, Making and characterizing negative Poisson's ratio materials, *Int. Journal of Mechanical Engineering Education*, 30, 50-58, (2002).

[15] R.S. Lakes, Design considerations for negative Poisson's ratio materials, *ASME Journal of Mechanical Design*, 115, 696-700, (1993).

[16] R.S. Lakes, Saint Venant effects for materials with negative Poisson's ratios, *J. Apllied Mechanics*, 59, 744-746, (1992).

[17] R.S. Lakes, Properties of chiral honeycomb with a Poisson's ratio -1, Int. J. Of Mech. Sciences, 39, 305-314, (1996).

[18] R.S. Lakes ,Deformation mechanisms of negative Poisson's ratio materials: structural aspects, *J. Mat. Science*, 26, 2287-2292, (1991).

[19] M.M.Mehrabadi, S.C.Cowin, Eigentensors of linear anisotropic elastic materials, Q. J. Mech. Appl. Math., 43, 15-41,(1990).

[20] J.Rychlewski, Unconventional approach to linear elasticity, Arch. Mech., 47, 149-171. (1995).

[21] J.Ostrowska-Maciejewska, J. Rychlewski, Generalized proper states for anisotropic elastic materials, Arch. Mech. 53 (4-5) 501-518 (2001).

[22] J. Ostrowska-Maciejewska, J. Rychlewski, Generalized proper states for anisotropic elastic materials, Arch. Mech. 53, (4-5), 501-518, (2001).