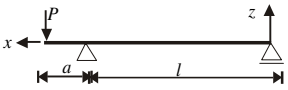
GRUPY 8-10, Semestr letni, kierunek budownictwo, rok II

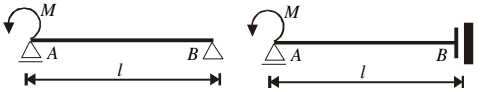
Klauzura 2

2.1. Zginanie poprzeczne

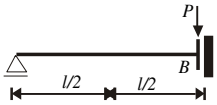
1. Przekrój belki jest prostokątem *bxh*. Wyznacz macierz naprężeń w dowolnym punkcie przekroju poprzecznego dla *x* z przedziału *(0, l)*



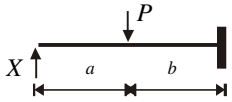
2. Oblicz wartość momentu *M* powodującego kąt ugięcia przy lewej podporze φ=1.



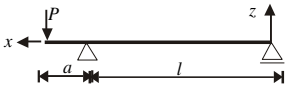
3. Co nazywamy zasadą Bernoulliego?; kiedy jest ona twierdzeniem, a kiedy hipotezą?
4. Wyprowadź wzór: $\sigma_x(x,z) = \frac{M_y(x)}{I_y} z$
5. Wyznacz moduł Younga *E,* jeśli pomierzone odkształcenie liniowe włókien skrajnych po obu stronach belki o wskaźniku przekroju W_y zginanej momentem M_y wynosi $\pm\varepsilon_0$.
6. Uzasadnij przyjęcie związku $\varepsilon_x(x,z) = k(x)z$ w zagadnieniu zginania poprzecznego (*k* - krzywizna).
7. Oblicz metodą Mohra ugięcie lewego końca belki



8. Oblicz wartość siły *X*, przy której ugięcie swobodnego końca jest równe zeru, jeżeli *EI* = const



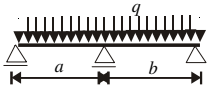
9. Dla belki o przekroju kołowym naszkicować rozkłady naprężeń normalnych i stycznych dla *x* z przedziału *(0, l)*. Obliczyć wartości maksymalne tych naprężeń.



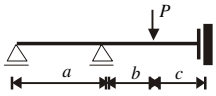
10. Belka wolnopodparta o długości *l* obciążona jest w sposób równomierny *q= const.* (na całej długości). Jaką poprzeczną siłę skupioną *P* należy przyłożyć w środku rozpiętości *x=l/2*, aby ugięcie w tym punkcie było równe zeru? (Przyjąć: *EJ= const.*, obliczenia wykonać metodą Mohra).

11. Wyprowadź wzór na odkształcenia liniowe w belce zginanej poprzecznie. Jaka hipoteza leży u podstaw wyprowadzonego wzoru

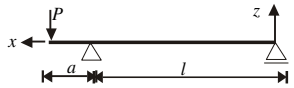
12. Środkową podporę zastąp reakcją i oblicz jej wartość z warunku zerowania się ugięcia belki w punkcie usuniętej podpory



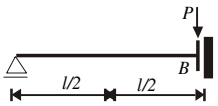
13. Usuń więzy na prawym końcu belki i zastąp je stosowną reakcją a następnie oblicz jej wartość, która zapewni spełnienie kinematycznych warunków w tym punkcie



14. Wyprowadź wzór określający średnie naprężenie styczne τ_{xz} w belce zginanej poprzecznie
15. Narysuj belkę fikcyjną w metodzie Mohra dla danych belek:



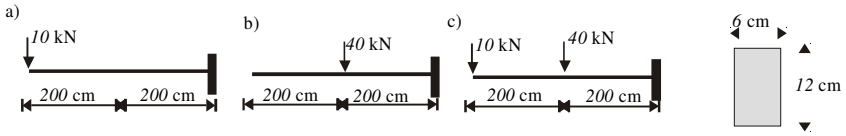
16. Obliczyć metodą Mohra przemieszczenie punktu *B* oraz kąt ugięcia przy lewej podporze. Przekrój poprzeczny jest prostokątem *bxh.*



17. Od czego zależy i jak wyznacza się siłę rozwarstwiającą w elemencie pręta o długości Δx. Wyprowadzić odpowiedni wzór i zdefiniować wszystkie wielkości występujące w tym wzorze.

2.2. Energia sprężysta

1. Jaką postać przyjmuje I prawo termodynamiki dla ciał sprężystych i obciążonych statycznie.
2. Wyprowadź wzór określający *energetyczny współczynnik ścinania* ? Gdzie występuje i jakie ma znaczenie?
3. Zapisz możliwie najprostszym wzorem gęstość energii odkształcenia objętościowego.
4. W punkcie *A* dana jest macierz naprężeń, której elementy przyjmują wartości w N/m^2: $\sigma_{11}=20\cdot10^6, \sigma_{12}=-10\cdot10^6, \sigma_{13}=30\cdot10^6, \sigma_{22}=60\cdot10^6, \sigma_{23}=50\cdot10^6, \sigma_{33}=60\cdot10^6$. Oblicz w tym punkcie wartość gęstości energii odkształcenia objętościowego, jeżeli $E=200\cdot10^9$ N/m^2, $\nu=0.3$.
5. Walec o promieniu *r* i długości *l* rozciągany jest siłą osiową *P*. Jaka część całkowitej energii sprężystej została zużyta na zmianę objętości ?.
6. Wymień założenia, które leżą u podstaw wzorów: $\phi_v=\frac{1}{2}A_\sigma A_\varepsilon$ i $\phi_f=\frac{1}{2}D_\sigma D_\varepsilon$.
7. Dane są elementy macierzy odkształceń w punkcie: $\varepsilon_{11}=2\cdot10^{-4}, \varepsilon_{12}=1\cdot10^{-4}$, $\varepsilon_{13}=\varepsilon_{23}=0, \varepsilon_{22}=-2\cdot10^{-4}, \varepsilon_{33}=4\cdot10^{-4}$ oraz $G=80\cdot10^9$ N/m^2. Znaleźć w tym punkcie gęstość energii odkształcenia postaciowego.
8. Obliczyć wartość energii w wyniku działania momentu zginającego dla belek:



9. Belka wspornikowa o długości *l* i przekroju poprzecznym w kształcie kwadratu o boku *a* obciążona jest na wolnym końcu siłami $P_y=P$ i $P_z=2P$ (osie *y* i *z* są osiami głównymi, centralnymi). Obliczyć wartość energii pochodzącej od momentów zginających. Powtórz obliczenia, jeśli $P_y=0$ i $P_z=3P$.

2.3. Hipotezy wytężeniowe

1. Co przyjął Huber za miarę wytężenia i dlaczego? Wyprowadź wzór określający naprężenie zredukowane.
2. Co to jest naprężenie zredukowane?
3. Co nazywamy przestrzenią Haigha - Beckera? Przedstaw w tej przestrzeni graficzną interpretację hipotezy Hubera.
4. Przedstaw graficznie hipotezę Hubera jeśli $\sigma_3 = 0$. Czy obraz graficzny będzie podobny dla materiałów o różnej wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie?
5. W jakich przypadkach macierzy naprężeń zawodzi hipoteza Galileusza?
6. W jakich stanach mechanicznych może znajdować się punkt materialny, jeśli $R_e = 60 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$, a elementy macierzy naprężeń maja wartości:
   $\sigma_{11} = 20 \cdot 10^6$, $\sigma_{12} = -10 \cdot 10^6$, $\sigma_{13} = 30 \cdot 10^6$, $\sigma_{22} = 60 \cdot 10^6$, $\sigma_{23} = 50 \cdot 10^6$,
   $\sigma_{33} = 60 \cdot 10^6$ $[\frac{N}{m^2}]$.
7. Zdefiniuj hipotezę C-T-Q. Wyprowadź wzór określający naprężenie zredukowane.
8. Jaką postać przyjmuje naprężenie zredukowane wg hipotezy Hubera w dowolnym punkcie belki zginanej poprzecznie.
9. Obliczyć wartość największego wytężenia i podać punkty, w których ono występuje w przekroju kołowym, w którym podane są jako różne od zera tylko dwie współrzędne sił poprzecznych *Fy* i *Fz*.