

PROJEKT

Z

WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

Projekt zawiera:

1. Wyznaczenie rozkładu naprężeń normalnych w przekroju pręta obciążonego mimośrodowo
2. Wyznaczenie rdzenia przekroju

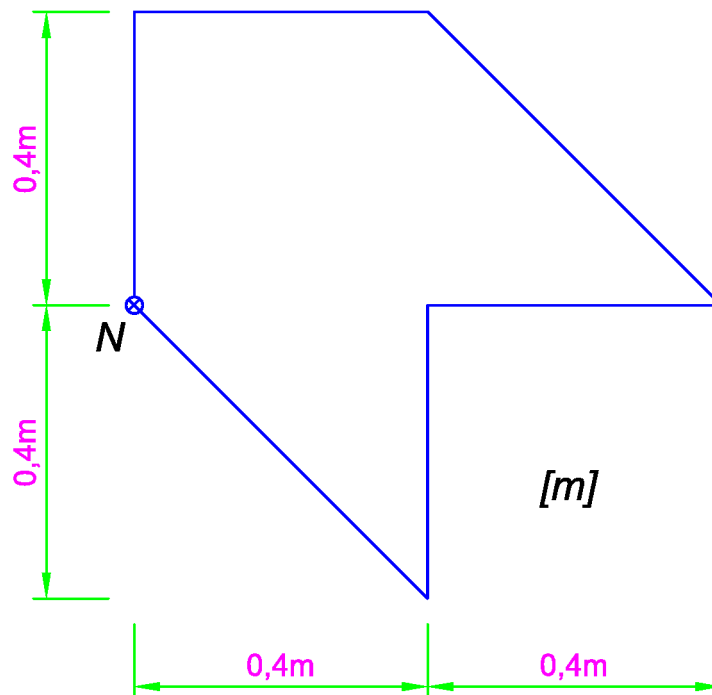
Do podanego przekroju wyznaczyć:

- 1) rozkład obciążeń normalnych i położenie osi obojętnej w przekroju poprzecznym pręta obciążonego mimośrodowo.
- 2) rdzeń tego przekroju

Otrzymane wyniki sprawdzić programami komputerowymi STATYKA i PRZEKRÓJ, załączyć wydruki rezultatów obliczeń.

Dane:

$$N = -660 \text{ kN}$$



1. CHARAKTERYSTYKI GEOMETRYCZNE PRZEKROJU

1.1. Pole powierzchni i środek ciężkości przekroju

$$F = 2 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.32 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$S_{y'} = 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.6 + 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.16 \text{ [m}^3\text{]}$$

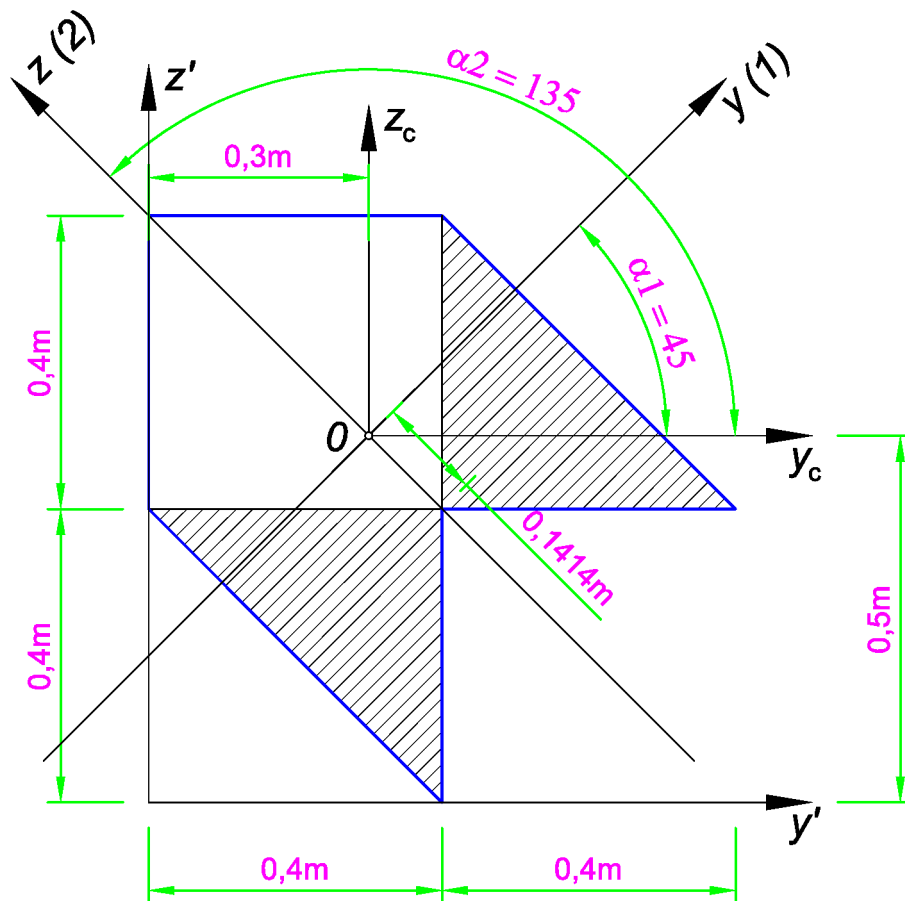
$$S_{z'} = 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.096 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$z_0 = \frac{S_{y'}}{F} = \frac{0.16}{0.32} = 0.5 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$y_0 = \frac{S_{z'}}{F} = \frac{0.096}{0.32} = 0.3 \text{ [m}^3\text{]}$$

MOMENTY BEZWŁADNOŚCI WZGLĘDEM OSI CENTRALNYCH

Jedną główną osią bezwładności jest oś symetrii przekroju. Druga jest do niej prostopadła i przechodzi przez środek ciężkości.



$$J_1 = \left[\frac{0.4^4}{12} + 0.4^2 * (0.1 * \sqrt{2})^2 \right] * 2 = 0.1067 \text{ [m}^4\text{]}$$

$$J_2 = \frac{(0.4 * \sqrt{2})^4}{12} = 0.853 * 10^{-2} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$\alpha_1 = 45^\circ \quad \alpha_2 = 135^\circ$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{A} = 3.33 * 10^{-2} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$i_z^2 = \frac{J_z}{A} = 2.67 * 10^{-2} \text{ [m}^2\text{]}$$

Gdyby przekrój nie był symetryczny to charakterystyki geometryczne przekroju względem głównych centralnych osi bezwładności należałoby liczyć w następujący sposób:

$$J_{yc} = \frac{0.4^4}{12} + 0.4^2 * 0.1^2 + \frac{0.4^4}{36} + 0.5 * 0.4^2 * (-0.23)^2 + \frac{0.4^4}{36} + 0.5 * 0.4^2 * 0.33^2 \text{ [m}^4\text{]}$$

$$J_{zc} = 9.6 * 10^{-3} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$J_{yczc} = 0 + 0.4^2 * 0.1 * (-0.1) - \frac{0.4^4}{72} + 0.5 * 0.4^2 * 0.23 * 0.33 - \frac{0.4^4}{72} + 0.5 * 0.4^2 * (-0.23) * (-0.33) = -1.067 \text{ [m}^4\text{]}$$

Osie główne i momenty bezwładności.

$$J_{1,2} = \frac{J_{yc} + J_{zc}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_{yc} - J_{zc}}{2}\right)^2 + J_{yczc}^2}$$

$$J_1 = J_y = 1.067 * 10^{-2} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$J_2 = J_z = 8.53 * 10^{-3} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{J_{yczc}}{J_{yc} - J_1} = 1 \quad \alpha_1 = 45^\circ$$

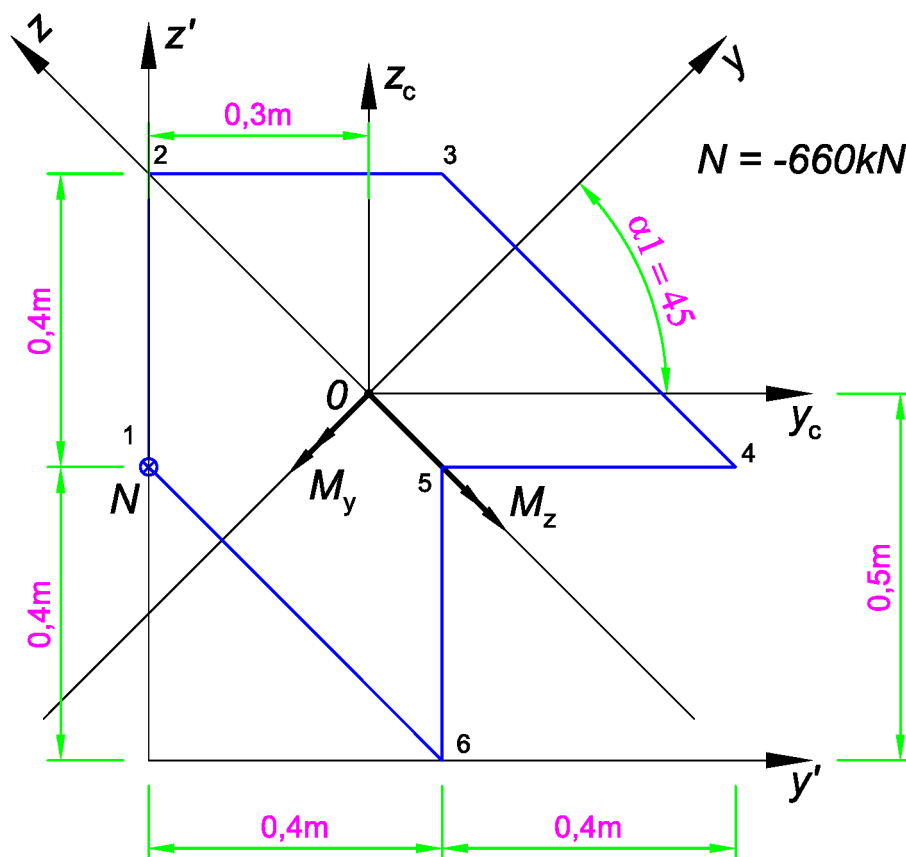
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{J_{yczc}}{J_{zc} - J_2} = -1 \quad \alpha_2 = -45^\circ$$

Sprawdzenie:

$$J_1 + J_2 = J_{yc} + J_{zc}$$

$$|\alpha_1| + |\alpha_2| = 90^\circ$$

2. WYZNACZENIE ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ NORMALNYCH



REDUKCJA OBCIĄŻENIA DO ŚRODKA CIĘŻKOŚCI PRZEKROJU

$$F_x = -660 \text{ [kN]}$$

$$M_y = -660 * 0.1414 = -93.32 \text{ [kNm]}$$

$$M_z = -(-660) * (-0.2828) = -186.64 \text{ [kNm]}$$

NAPRĘŻENIA NORMALNE

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A} + \frac{M_y}{J_y} z - \frac{M_z}{J_z} y$$

$$\sigma_x = \frac{-660}{0.32} - \frac{93.324}{1.067 * 10^{-2}} z + \frac{186.648}{8.53 * 10^{-3}} y$$

$$\sigma_x = -2062.5 - 8749.1 + 21872.9y \text{ [kPa]}$$

$$\sigma_x = -2.06 - 8.75z + 2.19y \text{ [MPa]}$$

RÓWNANIE OSI OBOJĘTNEJ

$$0 = -2.06 - 8.75z + 2.19y$$

postać odcinkowa:

$$\frac{y}{a_y} + \frac{z}{a_z} = 1$$

gdzie:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_0} = 9.44 * 10^{-2} \text{ [m]} \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_0} = -0.24 \text{ [m]}$$

WSPÓLRZĘDNE PUNKTÓW W UKŁADZIE GŁÓWNYCH OSI CENTRALNYCH

$$\begin{bmatrix} y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.71 & 0.71 \\ -0.71 & 0.71 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{ci} \\ z_{ci} \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4	5	6
y_c	-0.3	-0.3	0.1	0.5	0.1	0.1
z_c	-0.1	0.3	0.3	-0.1	-0.1	-0.5
y	-0.28	0	0.28	0.28	0	-0.28
z	0.14	0.42	0.14	-0.42	-0.14	-0.42

NAPRĘŻENIA W PUNKTACH I PRZEKROJU $i=1 \dots 6$

$$\sigma_{x1} = -2.06 - 8.75 * 0.14 + 2.19 * (-0.28) = -9.49 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x2} = -2.06 - 8.75 * 0.42 + 2.19 * 0 = -5.77 \text{ [MPa]}$$

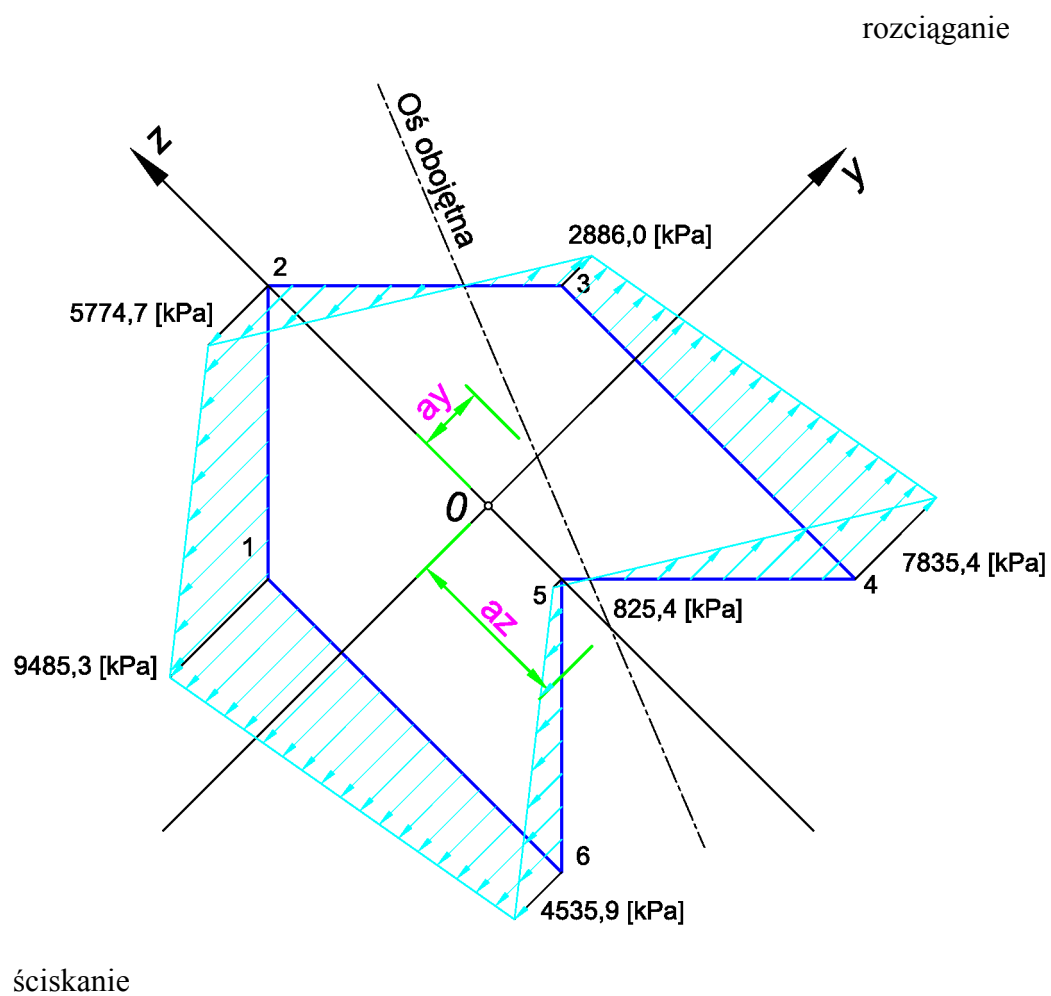
$$\sigma_{x3} = -2.06 - 8.75 * 0.14 + 2.19 * 0.28 = 2.88 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x4} = -2.06 - 8.75 * (-0.42) + 2.19 * 0.28 = 7.83 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x5} = -2.06 - 8.75 * (-0.14) + 2.19 * 0 = -0.82 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x6} = -2.06 - 8.75 * (-0.42) + 2.19 * (-0.28) = -4.53 \text{ [MPa]}$$

BRYŁA NAPRĘŻEŃ



RDZEŃ

równanie prostej l_{i-j} przechodzącej przez punkty i, j stycznej do obwiedni przekroju:

$$z - z_i = \frac{z_j - z_i}{y_j - y_i} (y - y_i)$$

postać odcinkowa: $\frac{y}{a_{y,i-j}} + \frac{z}{a_{z,i-j}} = 1$

współrzędne krzywej rdzeniowej: $y_{0,i-j} = -\frac{i_z^2}{a_{y,i-j}} \quad z_{0,i-j} = -\frac{i_y^2}{a_{z,i-j}}$

Styczna 1-2

$$z - 0.14 = \frac{0.424 - 0.141}{0 - 0.282} (y + 0.282)$$

$$z = y + 0.424 \quad a_{y,1-2} = -0.424 \quad a_{z,1-2} = 0.424$$

$$y_{0,1-2} = -\frac{i_z^2}{a_{y,1-2}} = 0.069 \text{ [m]} \quad z_{0,1-2} = -\frac{i_y^2}{a_{z,1-2}} = -0.078 \text{ [m]}$$

Styczna 2-3 jest odbiciem symetrycznym stycznej 1-2 względem osi z

punkt rdzeniowy jest też odbiciem symetrycznym stąd:

$$y_{0,2-3} = -\frac{i_z^2}{a_{y,2-3}} = -0.069 \text{ [m]} \quad z_{0,2-3} = -\frac{i_y^2}{a_{z,1-2}} = -0.078 \text{ [m]}$$

Styczna 3-4

$$z - 0.14 = \frac{-0.424 - 0.141}{0.282 - 0.282} (y - 0.282)$$

$$y = 0.282 \quad a_{y,3-4} = 0.282 \quad a_{z,3-4} = \infty$$

$$y_{0,3-4} = -\frac{i_z^2}{a_{y,3-4}} = -0.0944 \text{ [m]} \quad z_{0,3-4} = -\frac{i_y^2}{a_{z,1-2}} = 0$$

Styczna 1-6 jest odbiciem symetrycznym stycznej 3-4 względem osi z

punkt rdzeniowy jest też odbiciem symetrycznym stąd:

$$y_{0,1-6} = -\frac{i_z^2}{a_{y,1-6}} = 0.094 \text{ [m]} \quad z_{0,1-6} = -\frac{i_y^2}{a_{z,1-6}} = 0 \text{ [m]}$$

Styczna 4-6

$$z + 0.424 = \frac{-0.424 + 0.424}{-0.282 - 0.282} (y - 0.282)$$

$$z = -0.424 \quad a_{y,4-6} = \infty \quad a_{z,4-6} = -0.424$$

$$y_{0,4-6} = -\frac{i_z^2}{a_{y,3-4}} = 0 \text{ [m]} \quad z_{0,4-6} = 0.078 \text{ [m]}$$

