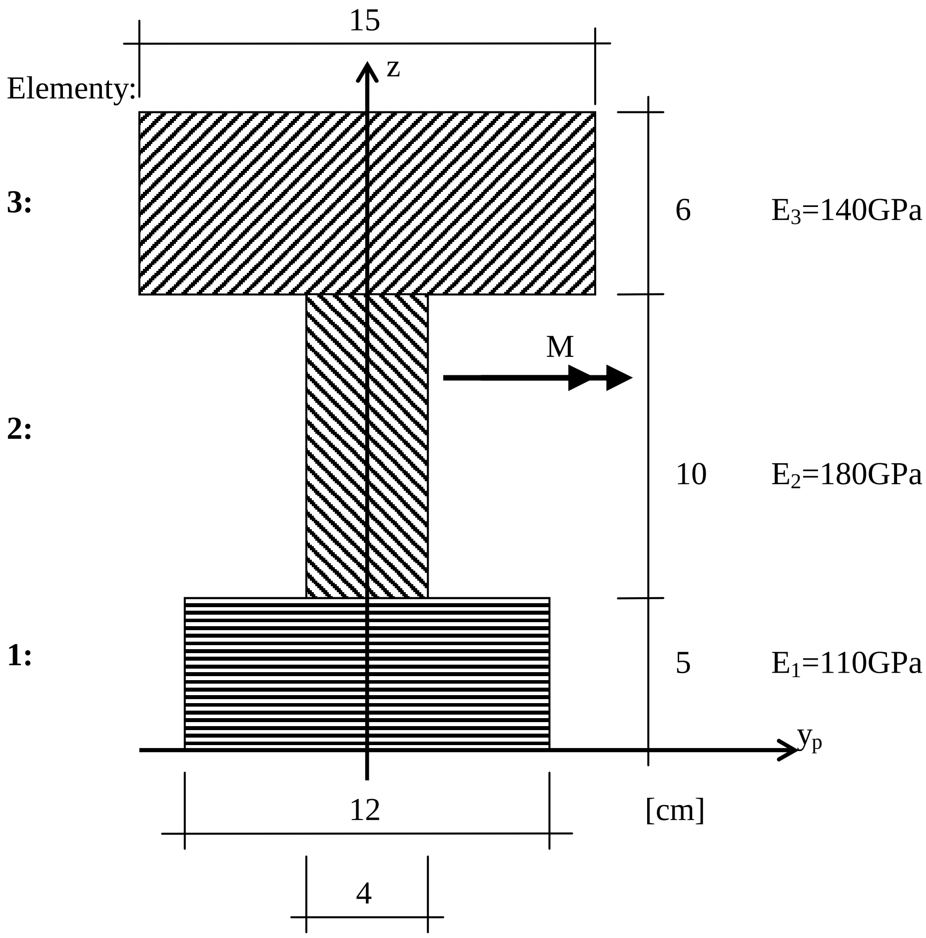
Belka zespolona ma przekrój poprzeczny o tylko jednej oś symetrii.
Przekrój składa się z trzech płaskowników, wykonanych z materiałów o różnych modułach sprężystości Ei .
W przekroju tym istnieje moment zginający M o wartości 26kNm, którego płaszczyzna działania pokrywa się z płaszczyzną symetrii belki i powoduje on rozciąganie górnych włókien przekroju.
Wyznaczyć rozkład naprężeń normalnych w zależności od współrzędnej z: $\sigma_x(z)$.



Rozwiązanie.
Jako materiał porównawczy przyjęto materiał 1.
Wagi dla kolejnych elementów (numeracja od dołu do góry) wynoszą:
$n_1=E_1/E_1=1$, $n_2=E_2/E_1=18/11$, $n_3=E_3/E_1=14/11$
Pole ważone (sprowadzone):

$$A_w=\left(12\cdot 5+4\cdot 10\cdot\frac{18}{11}+15\cdot 6\cdot\frac{14}{11}\right)\ \mathrm{cm}^2=240\ \mathrm{cm}^2$$

Moment statyczny ważony obliczony względem dolnej krawędzi przekroju – osi y_p .

$$S_{yp,w}=\left(12\cdot 5\cdot 2{,}5+4\cdot 10\cdot 10\cdot\frac{18}{11}+15\cdot 6\cdot 18\cdot\frac{14}{11}\right)\ \mathrm{cm}^3=2866{,}36\ \mathrm{cm}^2$$

Położenie ważonego środka ciężkości – czyli osi obojętnej w przypadku zginania.

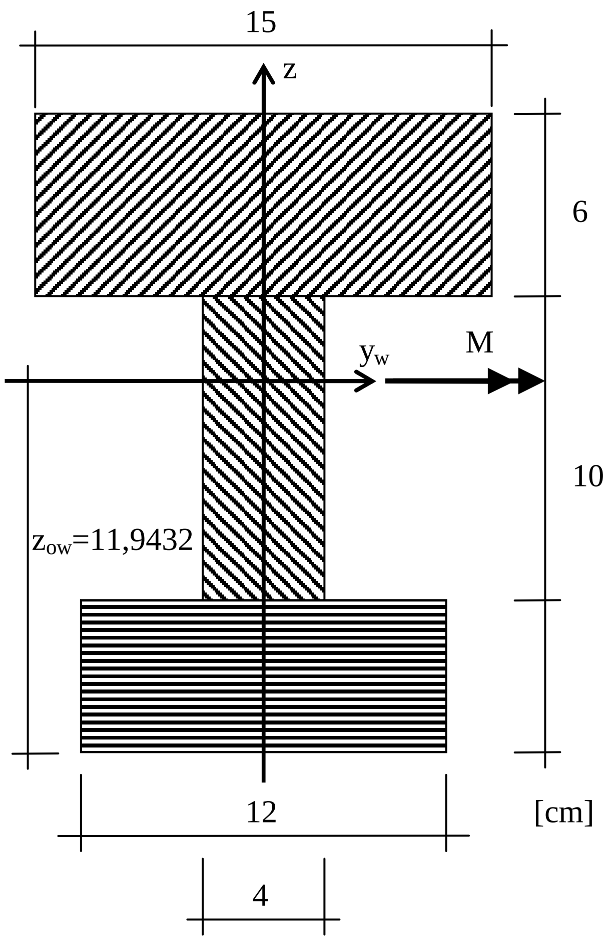
$$z_{ow}=\frac{S_{yp,w}}{A_w}=11{,}9432\ \mathrm{cm}$$

Moment bezwładności ważony obliczony względem dolnej krawędzi przekroju .

$$J_{yp,w}=\left(\frac{12\cdot 5^3}{12}+12\cdot 5\cdot 2{,}5^2\right)+\left(\frac{4\cdot 10^3}{12}+4\cdot 10\cdot 10^2\right)\cdot\frac{18}{11}+\left(\frac{15\cdot 6^3}{12}+15\cdot 6\cdot 18^2\right)\cdot\frac{14}{11}=45047\mathrm{cm}^4$$

Wykorzystując twierdzenie Steinera dla charakterystyk ważonych, otrzymamy moment bezwładności ważony obliczony względem ważonego środka ciężkości – czyli osi obojętnej w przypadku zginania:

$J_{yw,w} = J_{yp,w} - A_w z_{ow}^2 = 10813{,}77\ \mathrm{cm}^4$



Naprężenia normalne wyznaczymy obliczając je w kolejnych elementach od góry do dołu, wykorzystując wzór:

$$\sigma_{xi}(z) = \frac{M}{J_{yw,w}} \cdot z \cdot n_i$$

Współrzędną z odmierzamy od ważonego środka ciężkości. Indeks i dotyczy odpowiedniego elementu. Poniżej pojawią się oznaczenia g oraz d oznaczające górne i dolne włókna w odpowiednim elemencie.

$$\sigma_{x3g} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (21 - 11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot \frac{14}{11} = 27{,}715\,\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{x3d} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (15 - 11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot \frac{14}{11} = 9{,}354\,\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{x2g} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (15 - 11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot \frac{18}{11} = 12{,}027\,\mathrm{MPa}$$

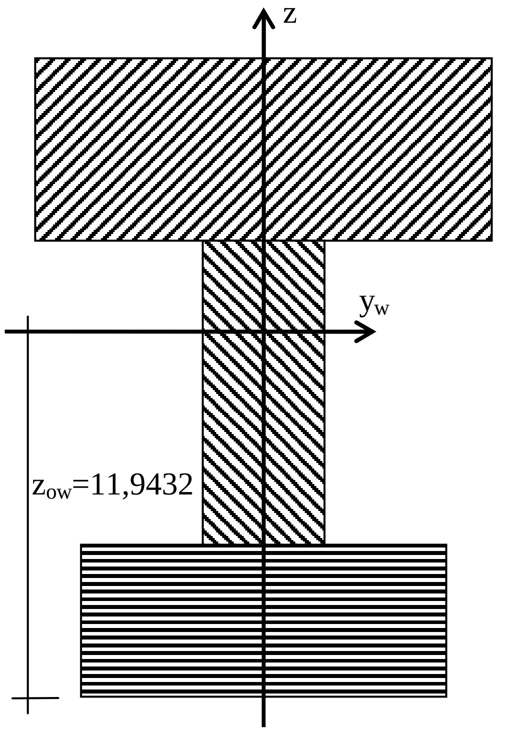
$$\sigma_{x2d} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (5 - 11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot \frac{18}{11} = -27{,}317\,\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{x1g} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (5 - 11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot 1 = -16{,}694\,\mathrm{MPa}$$

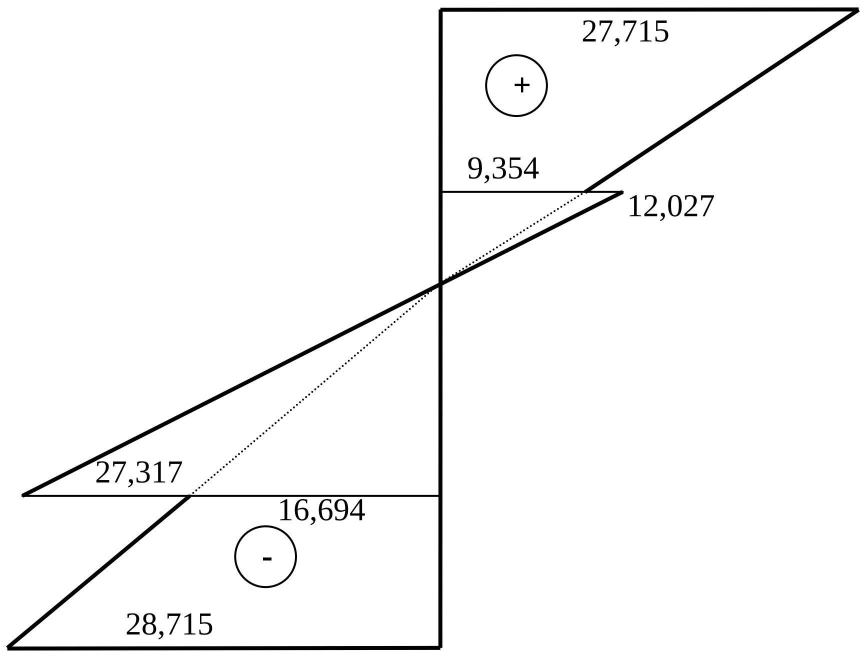
$$\sigma_{x1d} = \frac{26000\,\mathrm{Nm}}{10813{,}77\,\mathrm{cm}^4} \cdot (-11{,}9432)\mathrm{cm} \cdot 1 = -28{,}715\,\mathrm{MPa}$$

W powyższych rachunkach pojawiają się jednostki:

$$\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{cm}^4} \cdot \mathrm{cm} \cdot = \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{cm}^3} = \frac{\mathrm{Nm}}{10^{-6}\,\mathrm{m}^3} = \frac{10^6\,\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{MPa}$$



Rozkład naprężeń normalnych σ_x [MPa]:



Poniżej wyznaczono moment bezwładności ważony obliczony względem ważonego środka ciężkości, bez wykorzystywania momentu bezwładności ważonego obliczonego względem dolnej krawędzi przekroju.

$J_{yw,w}=$

$$\left(\frac{12\cdot 5^3}{12}+12\cdot 5\cdot\left(z_{ow}-2{,}5\right)^2\right)+\left(\frac{4\cdot 10^3}{12}+4\cdot 10\cdot\left(z_{ow}-10\right)^2\right)\cdot\frac{18}{11}+\left(\frac{15\cdot 6^3}{12}+15\cdot 6\cdot\left(z_{ow}-18\right)^2\right)\cdot\frac{14}{11}$$

$= 10813{,}77\ \text{cm}^4$