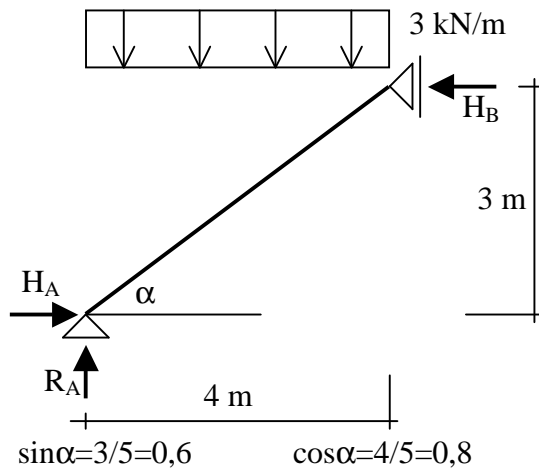


Rozwiązać podaną belkę ukośną (sporządzić wykresy **M**, **Q**, **N**)

Uwaga: Narysowane tak jak poniżej obciążenie ciągłe, oznacza że na każdy z 4m rzutu poziomego oddziałują 3kN.



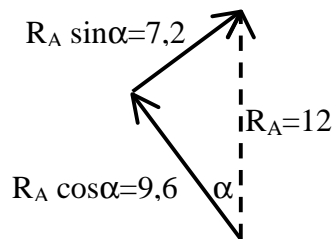
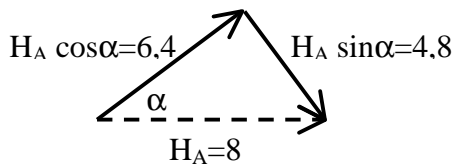
Obliczenie reakcji (przy podporze przegubowej nieprzesuwnej przyjęto reakcje poziomą i pionową, później okaże się że taka droga nie będzie najwygodniejsza):

$$\Sigma M(A)=0 \Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 2 - 3 H_B = 0 \Rightarrow H_B = 8 \text{ kN}$$

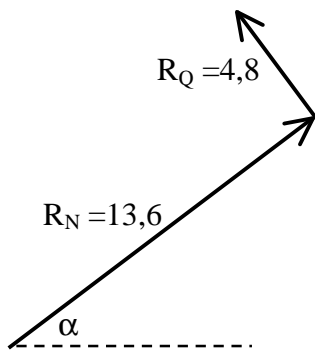
$$\Sigma X=0 \Rightarrow H_A - H_B = 0 \Rightarrow H_A = 8 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y=0 \Rightarrow -3 \cdot 4 + R_A = 0 \Rightarrow R_A = 12 \text{ kN}$$

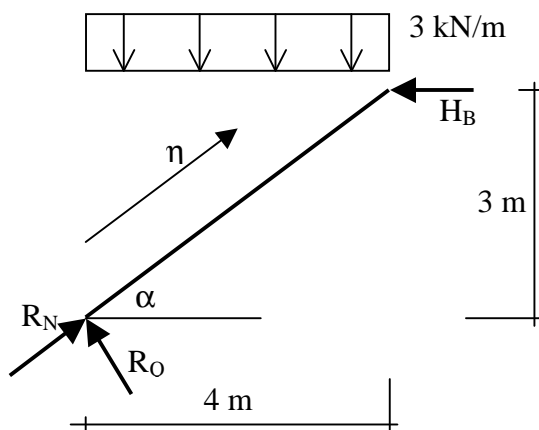
Chcąc zredukować siły przekrojowe **N**, **Q** w dowolnym układzie lokalnym, trzeba znaleźć składowe równoległe i prostopadłe do osi pręta pochodzące od sił pionowych i poziomych



Obok przedstawiono składowe równoległe i prostopadłe do osi pręta pochodzące od reakcji poziomej i pionowej działające w punkcie A.



Po zsumowaniu wektorów odpowiednio na kierunku równoległym i prostopadłym do osi pręta otrzymano siły które nazwano $R_N = 13,6 \text{ kN}$ oraz $R_Q = 4,8 \text{ kN}$, a działają one w punkcie A. Można było je otrzymać od razu gdyby w punkcie A przyjęto je zamiast R_A oraz H_A .



Obliczenie reakcji (przy podporze przegubowej nieprzesuwnej przyjęto reakcje równoległą i prostopadłą do osi pręta):

$$\Sigma M(A)=0 \Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 2 - 3 H_B = 0 \Rightarrow H_B = 8 \text{ kN}$$

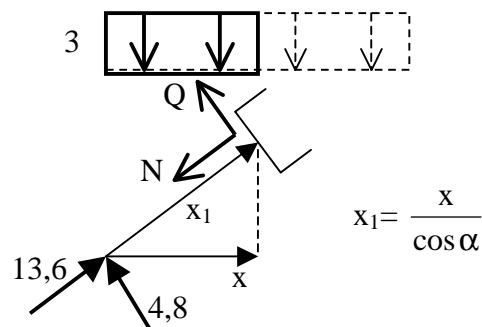
$$\Sigma M(B)=0 \Rightarrow 5 R_Q - 3 \cdot 4 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_Q = 4,8 \text{ kN}$$

$$\Sigma \eta = 0 \Rightarrow R_N - 3 \cdot 4 \sin\alpha - H_B \cos\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$R_N = 13,6 \text{ kN}$$

Ostatnie równanie to suma rzutów wszystkich sił na kierunek równoległy do osi pręta – nazwano go η

Położenie układu lokalnego (klamerka) można określić względem punktu A przy pomocy współrzędnej x (równoległa do rzutu poziomego osi pręta) albo przy pomocy x_1 (równoległa do osi pręta)



Równania opisujące funkcje sił przekrojowych wyrażone przy pomocy współrzędnej x :

$$N(x) = -13,6 + 3x \sin\alpha = -13,6 + 1,8x$$

$$Q(x) = 4,8 - 3x \cos\alpha = 4,8 - 2,4x$$

$$M(x) = 4,8 \frac{x}{\cos\alpha} - 3x \frac{x}{2} = 6x - 1,5x^2$$

Należy zwrócić uwagę że pochodna $\frac{\partial M(x)}{\partial x}$ **nie** jest taka sama jak funkcja $Q(x)$. Powodem

tego jest to że współrzędna x nie jest równoległa do osi pręta. Jeżeli funkcje sił przekrojowych wyrazimy przez x_1 :

$$Q(x_1) = 4,8 - 3x_1 \cos\alpha \cos\alpha = 4,8 - 1,92x_1$$

$$M(x_1) = 4,8x_1 - 3 \frac{(x_1 \cos\alpha)^2}{2} = 4,8x_1 - 0,96x_1^2$$

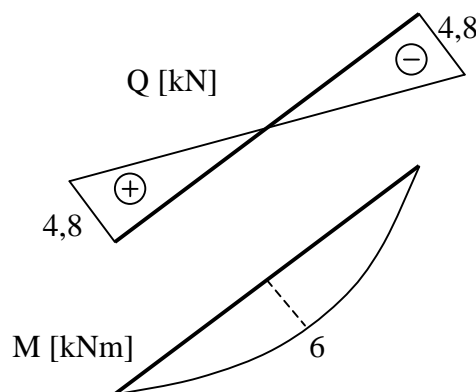
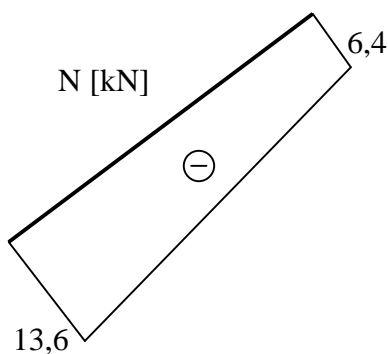
to wtedy: $\frac{\partial M(x_1)}{\partial x_1} = Q(x_1)$.

Do narysowania wykresów N , Q , M można posłużyć się współrzędną x albo x_1 pamiętając że:

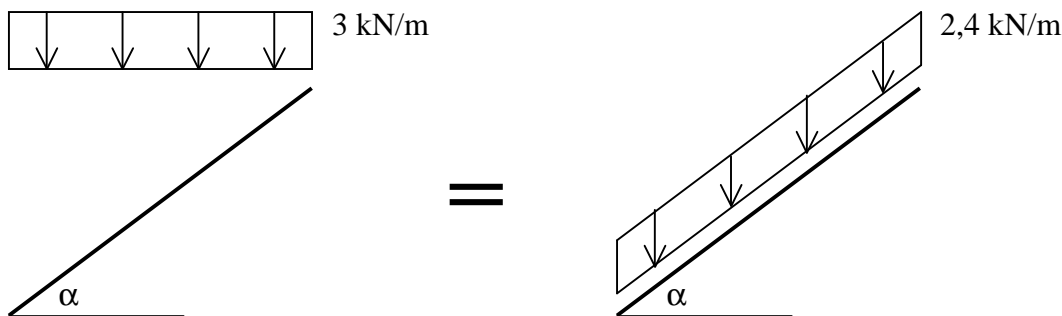
W p.A: $x=0, x_1=0$

W p.B: $x=4m, x_1=5m$

W środku belki: $x=2m, x_1=2,5m$

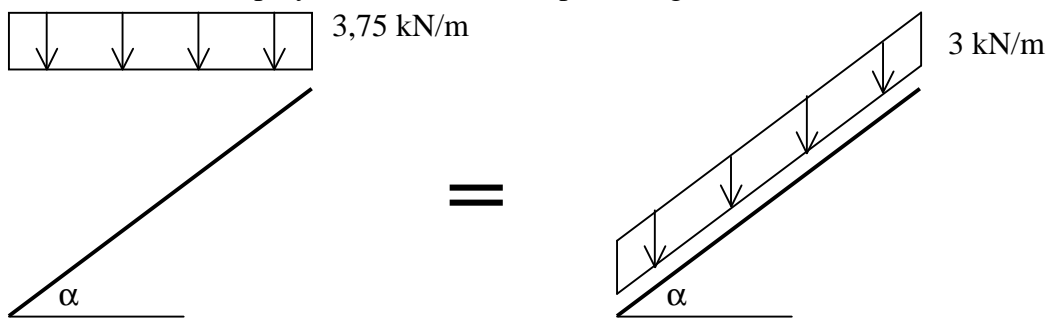


Obciążenie ciągłe rysowane tak jak do tej pory, może być też przedstawione w postaci statycznie równoważnego obciążenia przyłożonego do osi pręta.



Wypadkowa w pierwszym przypadku to $3\text{kN/m} \cdot 4\text{m}$ a w drugim to $2,4\text{kN/m} \cdot 5\text{m}$, czyli 12kN w obu przypadkach, prosta działania tej wypadkowej jest **pionowa** i przechodzi przez środek belki. W równaniach zamiast pisać $3x$ w pierwszym przypadku, zapisze się $2,4x_1$ w drugim, co da ten sam wynik

Gdyby obciążenie o wartości 3kN/m było przyłożone do osi pręta, to było by równoważne obciążeniu 3,75kN/m przyłożonemu do rzutu poziomego



Wypadkowa w pierwszym przypadku to 3,75kN/m·4m a w drugim to 3kN/m·5m , czyli 15kN w obu przypadkach, prosta działania tej wypadkowej jest **pionowa** i przechodzi przez środek belki. W równaniach zamiast pisać 3,75 x w pierwszym przypadku, zapisze się 3 x₁ w drugim, co da ten sam wynik

Dla takiego, czyli zwiększonego o 25% obciążenia, reakcje wyniosą (przy podporze przegubowej nieprzesuwnej przyjęto reakcje równoległą i prostopadłą do osi pręta):

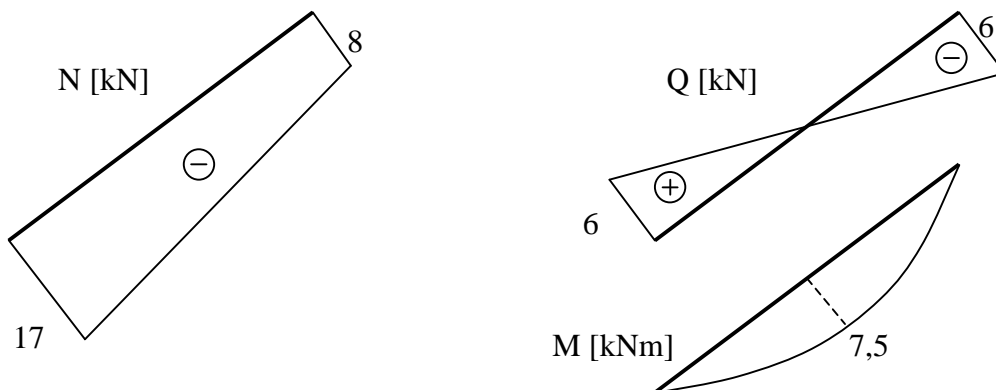
$$\Sigma M(A)=0 \Rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 2 - 3 H_B = 0 \Rightarrow H_B = 10 \text{ kN}$$

$$\Sigma M(B)=0 \Rightarrow 5 R_Q - 3 \cdot 5 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_Q = 6 \text{ kN}$$

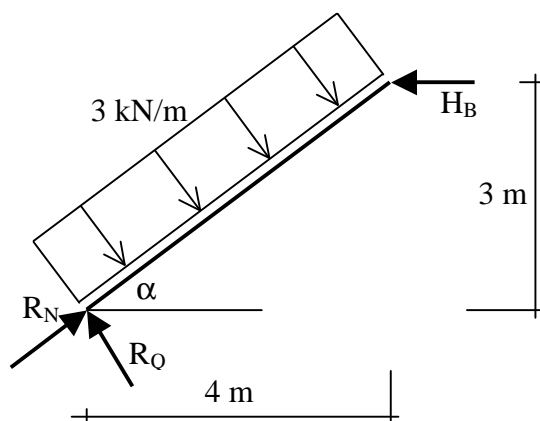
$$\Sigma \eta = 0 \Rightarrow R_N - 3 \cdot 5 \sin \alpha - H_B \cos \alpha = 0 \Rightarrow R_N = 17 \text{ kN}$$

Ostatnie równanie to suma rzutów wszystkich sił na kierunek równoległy do osi pręta – nazwano go η

Na wykresach N, Q, M pojawiają się wartości zwiększone o 25%.



Kolejny przykład to belka skośna obciążona na swojej długości (5m) obciążeniem „prostokątnym” **prostopadłym do osi belki**,



Obliczenie reakcji (przy podporze przegubowej nieprzesuwnej przyjęto reakcje równoległą i prostopadłą do osi pręta):

$$\Sigma M(A)=0 \Rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 2,5 - 3 H_B = 0 \Rightarrow H_B = 12,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M(B)=0 \Rightarrow 5 R_Q - 3 \cdot 5 \cdot 2,5 = 0 \Rightarrow R_Q = 7,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma \eta = 0 \Rightarrow R_N - H_B \cos \alpha = 0 \Rightarrow R_N = 10 \text{ kN}$$

Ostatnie równanie to suma rzutów wszystkich sił na kierunek równoległy do osi pręta – nazwano go η

Równania opisujące funkcje sił przekrojowych wyrażone przy pomocy współrzędnej x_1 :

$$N(x_1) = -10$$

$$Q(x_1) = 7,5 - 3 x_1$$

$$M(x_1) = 7,5 x_1 - 3 x_1^2 / 2$$

