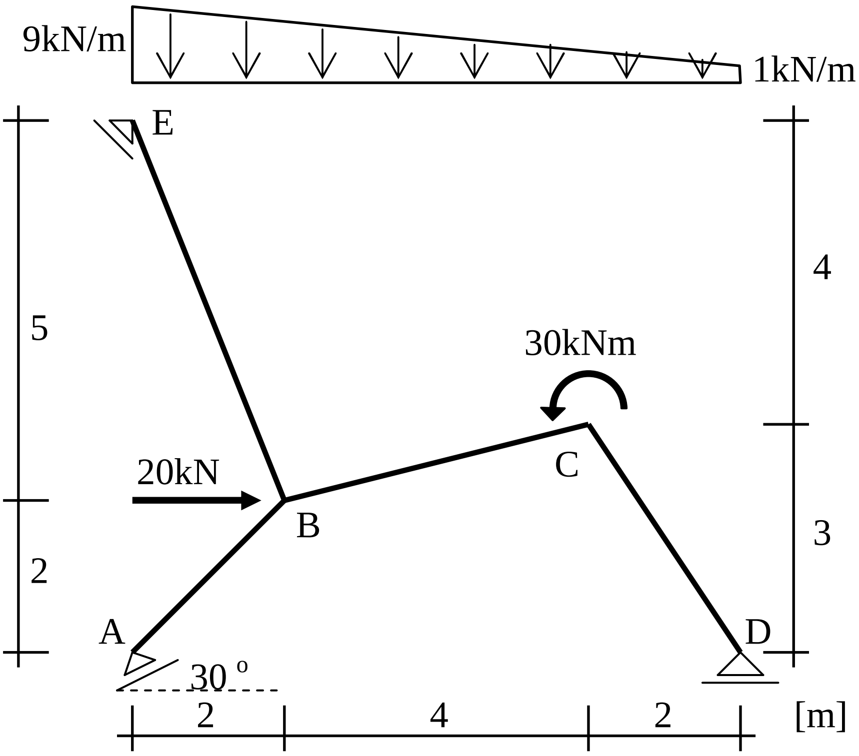
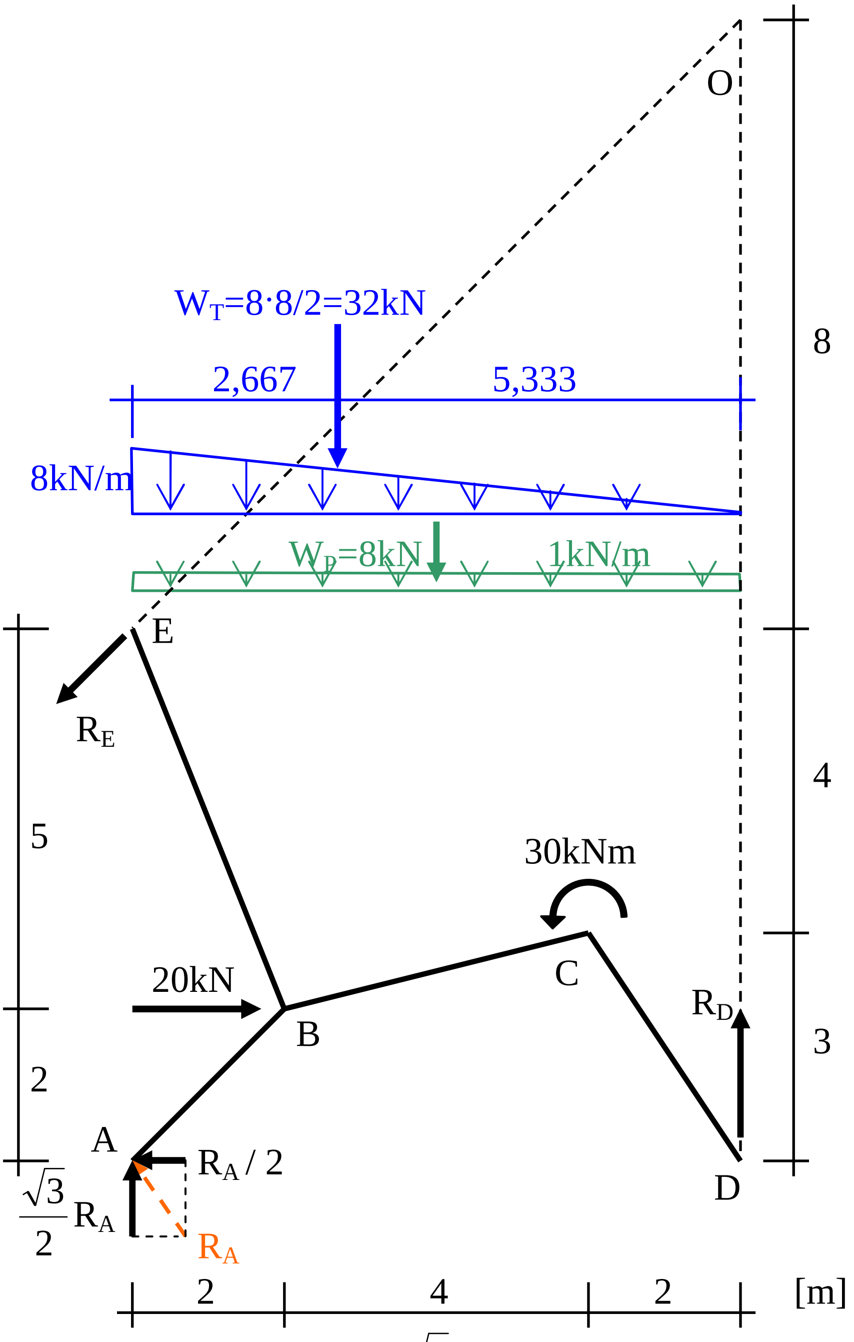
Rozwiązać podaną ramę (sporządzić wykresy **M, Q, N**)



Obliczenie reakcji.

Równanie $\Sigma M(O)=0$, gdzie punkt O leży na przecięciu prostych wyznaczonych przez reakcje R_E i R_D, pozwoli obliczyć reakcję R_A



Obciążenie trapezowe rozłożono na trójkątne i prostokątne. Na rysunku przedstawiono wypadkowe od nich W_T i W_P oraz usytuowanie prostych działania tych wypadkowych Reakcję R_A rozłożono na składowe poziomą i pionową.

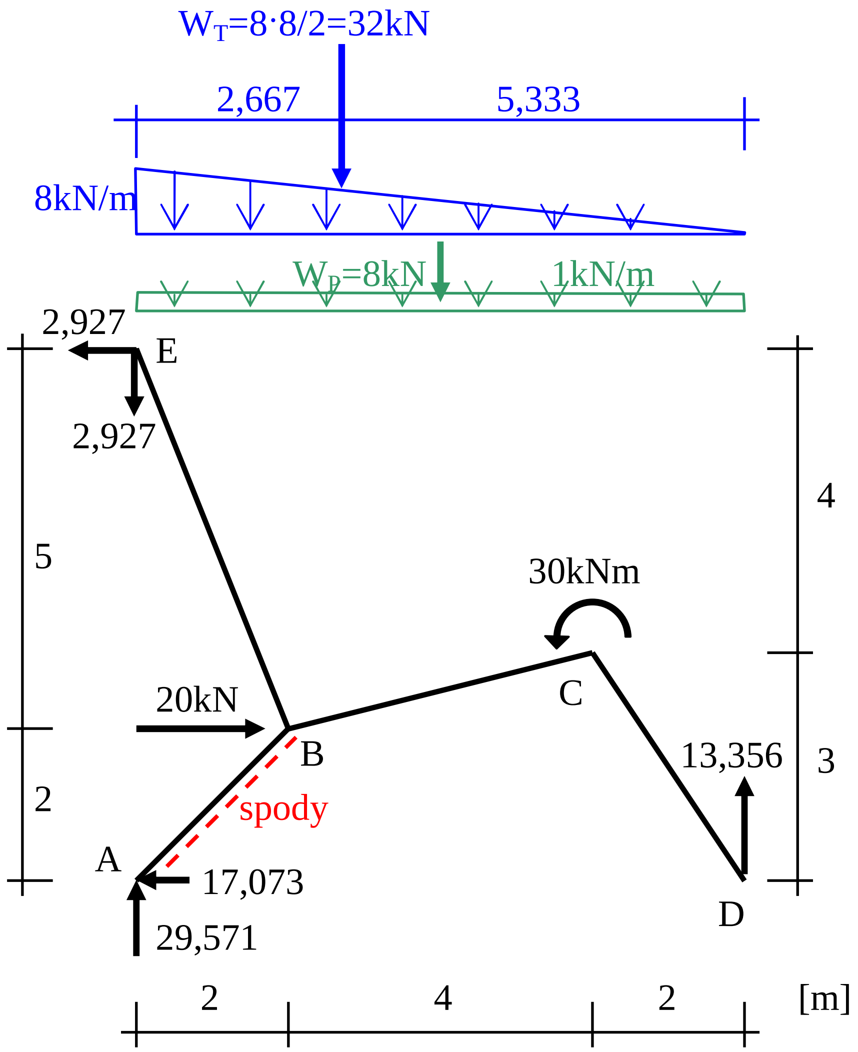
$$\Sigma M(O)=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}R_A\cdot 15 + \frac{\sqrt{3}}{2}R_A\cdot 8 - 20\cdot 13 - 30 - 8\cdot 4 - 32\cdot 5{,}333 = 0$$

$$R_A = 34{,}146\ \text{kN} \quad ; \quad \frac{1}{2}R_A = 17{,}073\ \text{kN} \quad ; \quad \frac{\sqrt{3}}{2}R_A\cdot = 29{,}571\ \text{kN}$$

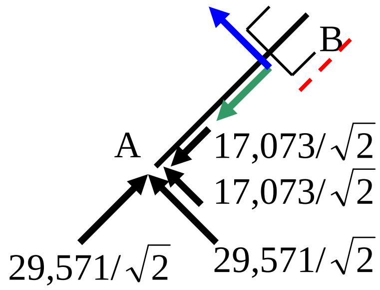
$$\Sigma X=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{\sqrt{2}}R_E + 20 - 17{,}073 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}}R_E = 2{,}927\ \text{kN}$$

$$\Sigma Y=0 \quad \Rightarrow \quad -2{,}927 + 29{,}571 - 32 - 8 + R_D = 0 \quad \Rightarrow \quad R_D = 13{,}356\ \text{kN}$$

Obciążenia działające na ramę pokazano na poniższym rysunku.

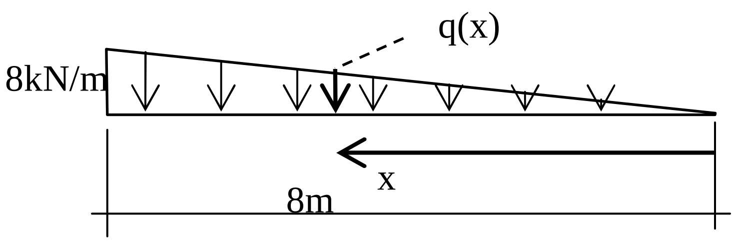


Funkcje sił przekrojowych w przedziale AB.
Na część AB nie oddziałuje obciążenie ciągłe, czyli funkcje N i Q będą stałe w tym przedziale a funkcja momentów będzie liniowa.
Siły poziomą i pionową trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta AB.



$N_{AB} = (17{,}073 - 29{,}571)/\sqrt{2} = -8{,}837$ kN
$Q_{AB} = (17{,}073 + 29{,}571)/\sqrt{2} = 32{,}982$ kN
$M(B_A) = 17{,}073 \cdot 2 + 29{,}571 \cdot 2 = 93{,}289$ kNm
Powyżej obliczono moment zginający w przekroju B należącym do przedziału AB, redukując w przekroju B siły poziomą i pionową działającą w punkcie A.
$M(A) = 0$

Funkcje sił przekrojowych w przedziale BC.
Na część BC oddziałuje obciążenie ciągłe liniowe (trapezowe), czyli funkcje N i Q będą funkcjami 2-go stopnia w tym przedziale a funkcja momentów będzie funkcją 3-go stopnia.
W celu zapisania funkcji opisującej zmienność obciążenia trójkątnego wprowadzono współrzędną x – poziomo w lewo, od punktu w którym obciążenie trójkątne przyjmuje wartość zero.

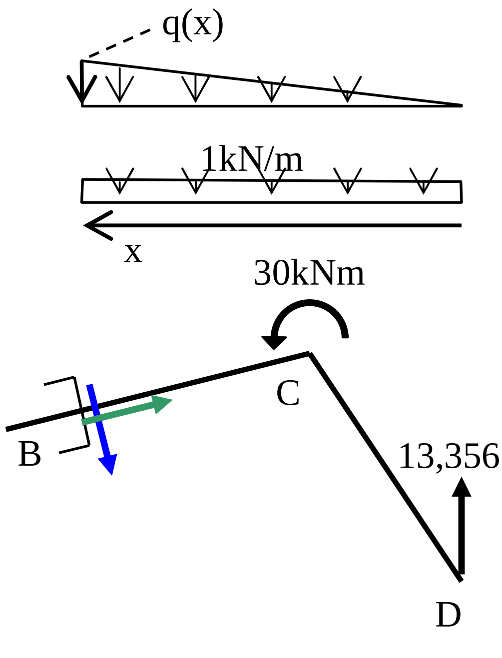


$$\frac{8kN/m}{8m} = \frac{q(x)}{x}$$

$$q(x) = \frac{1kN}{m^2} \cdot x$$

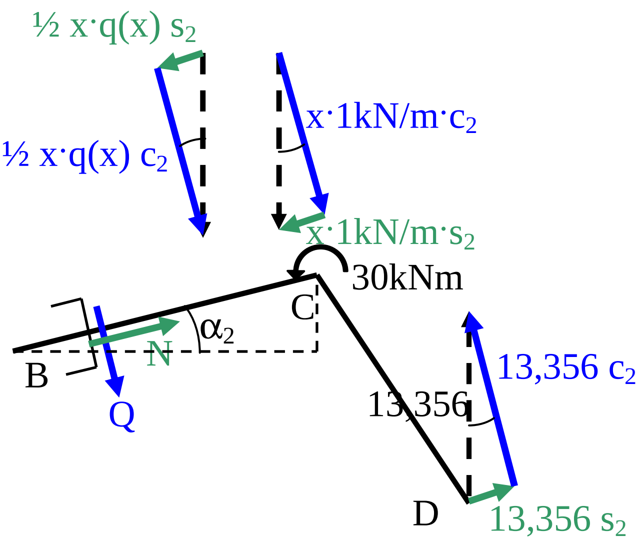
Podstawiając x w [m] otrzymamy q(x) w [kN/m].

Poniżej przedstawiono obciążenia, które trzeba zredukować w przekroju poprzecznym należącym do przedziału BC. Będą to obciążenia przyłożone do widocznej na zewnątrz przekroju części odcinka BC i do odcinka CD.



Wypadkowa od widocznej części obciążenia trójkątnego wynosi: ½ x·q(x)
Wypadkowa od widocznej części obciążenia prostokątnego wynosi: x·1kN/m

Aby znaleźć N i Q pionową reakcję R_D trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta BC. Pionowe wypadkowe od części obciążenia prostokątnego i trójkątnego też trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta BC.



Na powyższym rysunku pojawiły się symbole s_2 i c_2 – jest to sinus i kosinus kąta α_2 zawartego pomiędzy poziomem a odcinkiem BC. Budując trójkąt prostokątny z przyprostokątnymi poziomą i pionową i przeciwprostokątną BC, otrzymamy trójkąt o bokach: 4, 1, $\sqrt{17}$.

$c_2 = \cos \alpha_2 = 4/\sqrt{17}$, $s_2 = \sin \alpha_2 = 1/\sqrt{17}$

Kąt α_2 zawarty jest pomiędzy **poziomem a** odcinkiem BC czyli **kierunkiem N**, taki sam kąt α_2 zawarty jest pomiędzy **pionem a kierunkiem Q**

Sumując kolejne składowe równoległe od osi N, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi N, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

Podobnie - sumując kolejne składowe równoległe od osi Q, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi Q, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

$N(x) = 13{,}356\, s_2 - x \cdot 1kN/m \cdot s_2 - ½\, x \cdot q(x)\, s_2$

$Q(x) = -13{,}356\, c_2 + x \cdot 1kN/m \cdot c_2 + ½\, x \cdot q(x)\, c_2$

$M(x) = 13{,}356\, x - x \cdot 1kN/m \cdot x/2 - ½\, x \cdot q(x)\, x/3 + 30$

Zapisując funkcję momentów nie rozkładano wypadkowych na równoległą i prostopadłą do preta BC, tylko liczono kolejne składniki od pionowych wypadkowych. Spody w pręcie BC są na dole.

Dziedziną powyższych funkcji jest przedział $x \in (2m ,6m)$ czyli C-B.

Przyrównując funkcję Q(x) do zera znaleziono jeden pierwiastek należący do przedziału (2m ,6m)

$x_{ex} = 4{,}264m$ - w tym przekroju pojawi się ekstremum momentów.

$N(C_B) = N(x=2m) = 2{,}269kN$ $N(B_C) = N(x=6m) = -2{,}582kN$

$Q(C_B) = Q(x=2m) = -9{,}077kN$ $Q(B_C) = Q(x=6m) = 10{,}326kN$

$M(C_B) = M(x=2m) = 53{,}379kNm$ $M(B_C) = M(x=6m) = 56{,}136kNm$

$M_{ex} = M(x=4{,}264m) = 64{,}938kNm$

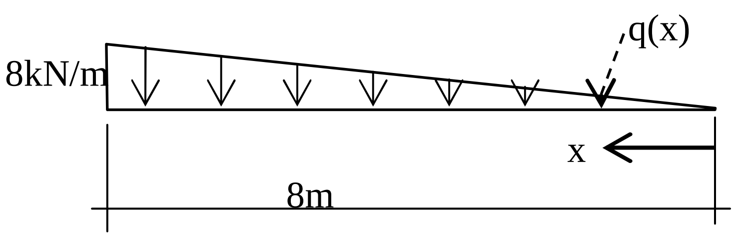
Powyżej symbol C_B oznacza przekrój C należący do przedziału BC.

Powyżej symbol B_C oznacza przekrój B należący do przedziału BC.

Funkcje sił przekrojowych w przedziale CD.

Na część CD oddziałuje obciążenie ciągłe liniowe (trapezowe), czyli funkcje N i Q będą funkcjami 2-go stopnia w tym przedziale a funkcja momentów będzie funkcją 3-go stopnia.

W celu zapisania funkcji opisującej zmienność obciążenia trójkątnego wprowadzono współrzędną x – poziomo w lewo, od punktu w którym obciążenie trójkątne przyjmuje wartość zero.

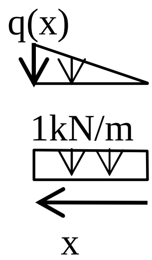


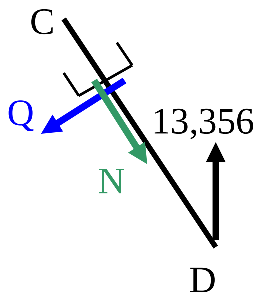
$$\frac{8kN/m}{8m} = \frac{q(x)}{x}$$

$$q(x) = \frac{1kN}{m^2} \cdot x$$

Podstawiając x w [m] otrzymamy q(x) w [kN/m].

Poniżej przedstawiono obciążenia, które trzeba zredukować w przekroju poprzecznym należącym do przedziału CD. Będą to obciążenia przyłożone do widocznej na zewnątrz przekroju części odcinka CD.

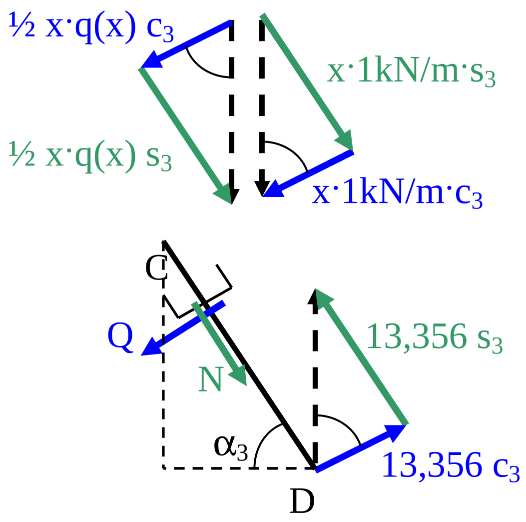




Wypadkowa od widocznej części obciążenia trójkątnego wynosi: ½ x·q(x)

Wypadkowa od widocznej części obciążenia prostokątnego wynosi: x·1kN/m

Aby znaleźć N i Q pionową reakcję R_D trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta CD. Pionowe wypadkowe od części obciążenia prostokątnego i trójkątnego też trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta CD.



Na powyższym rysunku pojawiły się symbole s_3 i c_3 – jest to sinus i kosinus kąta α_3 zawartego pomiędzy poziomem a odcinkiem CD. Budując trójkąt prostokątny z przyprostokątnymi poziomą i pionową i przeciwprostokątną CD, otrzymamy trójkąt o bokach: 2, 3, $\sqrt{13}$.

$c_3 = \cos\alpha_3 = 2/\sqrt{13}$, $s_3 = \sin\alpha_3 = 3/\sqrt{13}$

Kąt α_3 zawarty jest pomiędzy **poziomem a** odcinkiem CD czyli **kierunkiem N**, taki sam kąt α_3 zawarty jest pomiędzy **pionem a kierunkiem Q**

Sumując kolejne składowe równoległe od osi N, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi N, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

Podobnie - sumując kolejne składowe równoległe od osi Q, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi Q, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

$N(x) = –13{,}356\, s_3 + x\cdot 1\text{kN/m}\cdot s_3 + ½\, x\cdot q(x)\, s_3$

$Q(x) = –13{,}356\, c_3 + x\cdot 1\text{kN/m}\cdot c_3 + ½\, x\cdot q(x)\, c_3$

$M(x) = 13{,}356\, x – x\cdot 1\text{kN/m}\cdot x/2 – ½\, x\cdot q(x)\, x/3$

Zapisując funkcję momentów nie rozkładano wypadkowych na równoległą i prostopadłą do preta CD, tylko liczono kolejne składniki od pionowych wypadkowych. Spody w pręcie CD są na dole po lewej.

Dziedziną powyższych funkcji jest przedział $x\in(0, 2m)$ czyli D-C.

Przyrównując funkcję Q(x) do zera nie znaleziono ani jednego pierwiastka należącego do przedziału (0, 2m), w przedziale CD nie pojawi się ekstremum momentów.

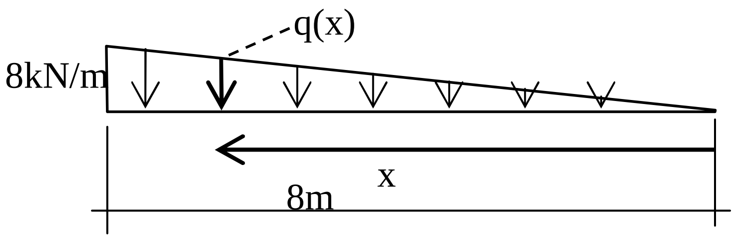
$N(D) = N(x=0) = –11{,}113\text{kN}$	$N(C_D) = N(x=2m) = –7{,}785\text{kN}$
$Q(D) = Q(x=0) = –7{,}409\text{kN}$	$Q(C_D) = Q(x=2m) = –5{,}19\text{kN}$
$M(D) = M(x=0) = 0$	$M(C_D) = M(x=2m) = 23{,}379\text{kNm}$

Powyżej symbol C_D oznacza przekrój C należący do przedziału CD.

Funkcje sił przekrojowych w przedziale EB.

Na część EB oddziałuje obciążenie ciągłe liniowe (trapezowe), czyli funkcje N i Q będą funkcjami 2-go stopnia w tym przedziale a funkcja momentów będzie funkcją 3-go stopnia.

W celu zapisania funkcji opisującej zmienność obciążenia trójkątnego wprowadzono współrzędną x – poziomo w lewo, od punktu w którym obciążenie trójkątne przyjmuje wartość zero.

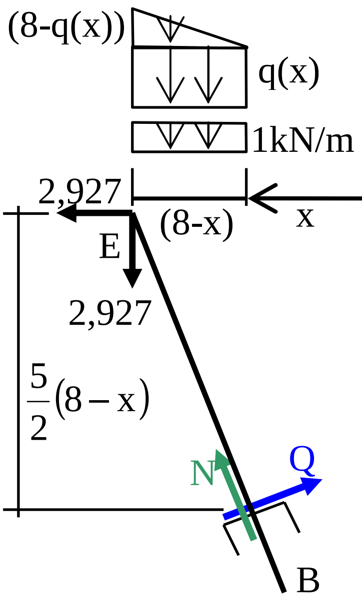


$$\frac{8\mathrm{kN/m}}{8\mathrm{m}} = \frac{q(x)}{x}$$

$$q(x) = \frac{1\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2} \cdot x$$

Podstawiając x w [m] otrzymamy q(x) w [kN/m].

Poniżej przedstawiono obciążenia, które trzeba zredukować w przekroju poprzecznym należącym do przedziału EB. Będą to obciążenia przyłożone do widocznej na zewnątrz przekroju części odcinka EB.



Wypadkowa od widocznej części obciążenia trapezowego wynika z działania obciążenia: trójkątnego od którego wypadkowa wynosi:

½ (8-x)·(8-q(x))

i prostokątnego od którego wypadkowa wynosi:

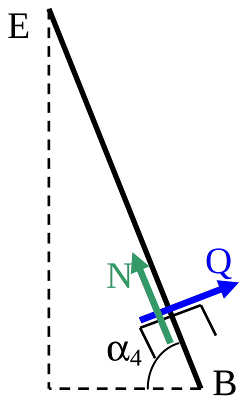
(8-x)·q(x)

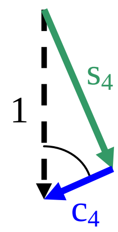
Wypadkowa od widocznej części obciążenia prostokątnego wynosi:

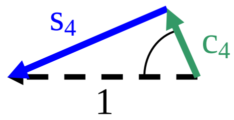
(8-x)·1kN/m

Aby znaleźć N i Q pionową i poziomą składową reakcji R_E trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta EB. Pionowe wypadkowe od części obciążenia prostokątnego i trapezowego też trzeba rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta EB.

Poniżej pokazano rozkład pionowej siły o wartości 1 na składowe. Wypadkowe od obciążeń pionowych i ich składowe będą odpowiednio większe. Pozioma siła i jej składowe będą odpowiednio 2,927 razy większe.







Na powyższym rysunku pojawiły się symbole s_4 i c_4 – jest to sinus i kosinus kąta α_4 zawartego pomiędzy poziomem a odcinkiem EB. Budując trójkąt prostokątny z przyprostokątnymi poziomą i pionową i przeciwprostokątną CD, otrzymamy trójkąt o bokach: 2, 5, $\sqrt{29}$.

$c_4 = \cos\alpha_4 = 2/\sqrt{29}$, $s_4 = \sin\alpha_4 = 5/\sqrt{29}$

Kąt α_4 zawarty jest pomiędzy **poziomem a** odcinkiem EB czyli **kierunkiem N**, taki sam kąt α_4 zawarty jest pomiędzy **pionem a kierunkiem Q**

Sumując kolejne składowe równoległe od osi N, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi N, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

Podobnie - sumując kolejne składowe równoległe od osi Q, należy zwrócić uwagę na to czy są one ustawione zgodnie czy przeciwnie do osi Q, ponieważ determinuje to czy dany składnik będzie ze znakiem plus czy minus.

$N(x) = 2{,}927\, c_4 – 2{,}927\, s_4 – (8–x)\cdot 1\cdot s_4 – (8–x)\cdot q(x)\, s_4 – ½\,(8–x)\cdot(8–q(x))\, s_4$

$Q(x) = –2{,}927\, s_4 – 2{,}927\, c_4 – (8–x)\cdot 1\cdot c_4 – (8–x)\cdot q(x)\, c_4 – ½\,(8–x)\cdot(8–q(x))\, c_4$

$M(x) = –2{,}927 \cdot 5/2\,(8–x) – 2{,}927\,(8–x) – (8–x)\cdot 1\cdot(8–x)/2 – (8–x)\cdot q(x)\cdot(8–x)/2 – ½\,(8–x)\cdot(8–q(x))\,⅔\,(8–x)$

Zapisując funkcję momentów nie rozkładano wypadkowych na równoległą i prostopadłą do preta EB, tylko liczono kolejne składniki od poziomej i pionowych wypadkowych. Spody w pręcie EB są na dole po lewej.

Dziedziną powyższych funkcji jest przedział $x \in (6m, 8m)$ czyli B-E.

Przyrównując funkcję Q(x) do zera nie znaleziono ani jednego pierwiastka należącego do przedziału (6m, 8m), w przedziale EB nie pojawi się ekstremum momentów.

$N(E) = N(x=8m) = –1{,}631kN$	$N(B_E) = N(x=6m) = –16{,}486kN$
$Q(E) = Q(x=8m) = –3{,}805kN$	$Q(B_E) = Q(x=6m) = –9{,}747kN$
$M(E) = M(x=8m) = 0$	$M(B_E) = M(x=6m) = –37{,}156kNm$

Powyżej symbol B_E oznacza przekrój B należący do przedziału EB.