W podanym tensorze naprężenia i odpowiadającym mu tensorze odkształcenia znaleźć brakujące składowe. Dane q_o i stałe materiałowe.

$$\mathbf{T\sigma} = \begin{bmatrix} ? & 0 & 0 \\ 0 & -q_o & 0 \\ 0 & 0 & ? \end{bmatrix} \qquad \mathbf{T\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dane: $\sigma_y = -q_o$, $\varepsilon_x = 0$, $\varepsilon_z = 0$

Szukane : σ_x , σ_z , ε_y

Rozwiązanie: Wykorzystamy równania Hooke'a.

$\sigma_y = -q_o$ => $\varepsilon_x = 0$ => $[\sigma_x - \nu(\sigma_z - q_o)]/E = 0$ => $\sigma_x = \nu(\sigma_z - q_o)$ (1)

$\varepsilon_y = [(-q_o) - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]/E$ (2)

$\varepsilon_z = 0$ => $[\sigma_z - \nu(\sigma_x - q_o)]/E = 0$ => $\sigma_z = \nu(\sigma_x - q_o)$ (3)

odejmując stronami równanie (1) i (3) otrzymujemy:

$\sigma_x - \sigma_z = \nu(\sigma_z - \sigma_x)$ czyli dla dowolnego ν musi być: $\sigma_x = \sigma_z$ (4)

wstawiając powyższe do (1) mamy: $\sigma_x(1-\nu) = -\nu q_o$

czyli: $\sigma_x = \sigma_z = -q_o \dfrac{\nu}{1-\nu}$ (5)

wstawiając (5) do (2) otrzymamy:

$$\varepsilon_y = \frac{-q_0}{E}\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right) \qquad (6)$$

Równania (5) i (6) stanowią rozwiązanie zadania.

Po uzupełnieniu σ_x , σ_z , ε_y mamy macierze:

-naprężeń -odkształceń

$$\mathbf{T}_\sigma = -q_o \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\nu}{1-\nu}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\dfrac{\nu}{1-\nu}\right) \end{bmatrix} \qquad \mathbf{T}_\varepsilon = \frac{-q_0}{E} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1 - \dfrac{2\nu^2}{1-\nu}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Stan naprężeń reprezentowany przez $\mathbf{T}_\sigma$ i stan odkształceń reprezentowany przez $\mathbf{T}_\varepsilon$ odpowiada równomiernemu ściskaniu obciążeniem o wartości q_o , ciała w kierunku osi y , przy zablokowaniu możliwości odkształcenia liniowego w kierunku osi x i z sztywnymi ścianami.