

Kątownik 150*100*14 mm rozciągany jest siłami $P=150$ kN równoległymi do jego osi podłużnej, przyłożonymi w przekrojach czołowych do krótszej półki kątownika pośrodku jej grubości w odległości 5.5 cm od naroża. Wyznaczyć położenie osi obojętnej oraz wyznaczyć ekstremalne naprężenia w przekroju poprzecznym kątownika.

Charakterystyki geometryczne z tablic: $F = 33.3 \text{ cm}^2$
 $e_y = 5 \text{ cm}$ $J_{yc} = 749 \text{ cm}^4$ $i_{yc} = 4.73 \text{ cm}$
 $e_z = 2.5 \text{ cm}$ $J_{zc} = 267 \text{ cm}^4$ $i_{zc} = 2.83 \text{ cm}$
 $\text{tg}\alpha = 0.434$ $J_z = 156 \text{ cm}^4$ $i_z = 2.16 \text{ cm}$
 Obliczenia: $i_z^2 = 4.68 \text{ cm}^2$ ($= J_z / F = 156 \text{ cm}^4 / 33.3 \text{ cm}^2$ sprawdzenie)

Wartość 1-szego niezmiennika tensora bezwładności = const.

$$J_y = J_{yc} + J_{zc} - J_z = 860 \text{ cm}^4, \quad i_y^2 = J_y / F = 25.83 \text{ cm}^2, \quad i_y = 5.08 \text{ cm}$$

Współrzędne punktu przyłożenia siły w osiach centralnych y_c, z_c (nie głównych):

$$y_{cp} = 5.5 \text{ cm} - e_z = (5.5 - 2.5) \text{ cm} = 3.0 \text{ cm}$$

$$z_{cp} = e_y - g/2 = (5 - 0.7) \text{ cm} = 4.3 \text{ cm} \quad (\text{grubość } g = 1.4 \text{ cm})$$

Współrzędne punktu przyłożenia siły w osiach centralnych głównych y, z :

$$\text{tg}\alpha = 0.434 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = 0.917 \quad \sin\alpha = 0.398$$

$$y_o = z_{cp} (-\sin\alpha) + y_{cp} \cos\alpha = 4.3 * (-0.398) + 3.0 * 0.917 = 1.04 \text{ cm}$$

$$\wedge \quad \wedge \quad \text{cosinus kąta pomiędzy osiami } y \text{ a } z_c \text{ wynosi: } \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$z_o = z_{cp} \cos\alpha + y_{cp} \sin\alpha = 4.3 * 0.917 + 3.0 * 0.398 = 5.14 \text{ cm}$$

Położenie osi obojętnej:

$$a_y = -i_z^2 / y_o = -(4.68 / 1.04) \text{ cm} = -4.5 \text{ cm}$$

$$a_z = -i_y^2 / z_o = -(25.83 / 5.14) \text{ cm} = -5.03 \text{ cm}$$

Ekstremalne naprężenia wystąpią w punktach najbardziej oddalonych od osi obojętnej tzn. w p. 1 i 2

Współrzędne punktów 1 i 2 w osiach centralnych y_c, z_c (nie głównych):

$$y_{c1} = a - e_z = (10.0 - 2.5) \text{ cm} = 7.5 \text{ cm}$$

$$z_{c1} = e_y = 5.0 \text{ cm}$$

$$y_{c2} = -e_z = -2.5 \text{ cm}$$

$$z_{c2} = -b + e_y = (-15.0 + 5.0) \text{ cm} = -10.0 \text{ cm}$$

Współrzędne punktów 1 i 2 w osiach centralnych głównych y, z :

$$y_1 = z_{c1} (-\sin\alpha) + y_{c1} \cos\alpha = 5.0 * (-0.398) + 7.5 * 0.917 = 4.89 \text{ cm}$$

$$z_1 = z_{c1} \cos\alpha + y_{c1} \sin\alpha = 5.0 * 0.917 + 7.5 * 0.398 = 7.57 \text{ cm}$$

$$y_2 = z_{c2} (-\sin\alpha) + y_{c2} \cos\alpha = (-10.0) * (-0.398) + (-2.5) * 0.917 = 1.69 \text{ cm}$$

$$z_2 = z_{c2} \cos\alpha + y_{c2} \sin\alpha = (-10.0) * 0.917 + (-2.5) * 0.398 = -10.17 \text{ cm}$$

Składowe momentu zginającego:

$$M_y = P z_o = 150 \text{ kN} \cdot 0.0514 \text{ m} = 7.71 \text{ kNm}$$

$$M_z = P y_o = 150 \text{ kN} \cdot 0.0104 \text{ m} = 1.56 \text{ kNm}$$

Naprężenia normalne w punktach 1 i 2: ($\sigma_x = P/F + M_y z / J_y + M_z y / J_z$)

$$\sigma_1 = (45.05 + 67.87 + 48.9) \text{ MPa} = 161.82 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = (45.05 - 91.18 + 16.9) \text{ MPa} = -29.23 \text{ MPa}$$

