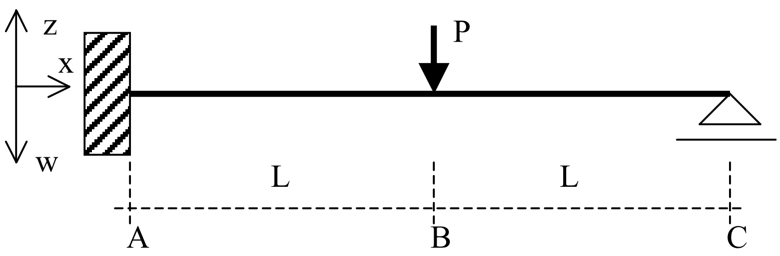
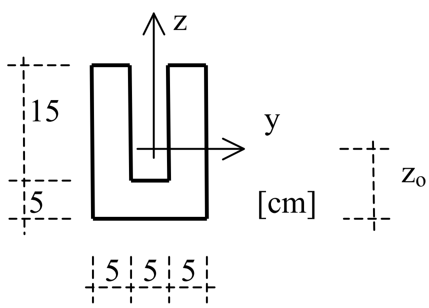
Sporządzić wykres momentów zginających i sił poprzecznych. Obliczyć ugięcie w środku belki. Materiał o module E=200 GPa , P=20 kN , L=2m



Przekrój poprzeczny



Początek układu współrzędnych x-z i x-w jest w środku przekroju A.

Rozwiązanie:

Wektory momentu zginającego w każdym przekroju poprzecznym są równoległe do osi y ("zginanie wokół osi y"). Trzeba określić **centralny główny moment bezwładności J_y** :

Pole przekroju poprzecznego: $F = 3\,[5*15] = 225\ cm^2$

Moment statyczny przekroju poprzecznego względem dolnej podstawy:

$S = 2\,[20*5*10] + 5*5*2{,}5 = 2065{,}525\ cm^3$

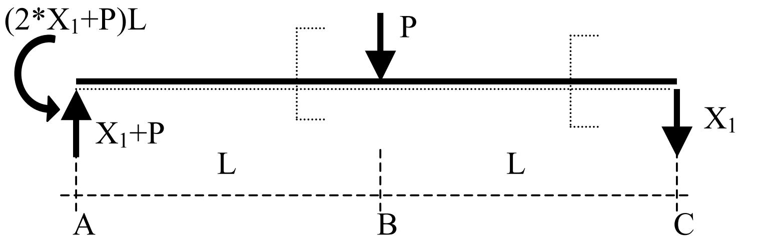
Położenie środka ciężkości i osi y względem podstawy: $z_o = S/F = 9{,}1667$ cm

Moment bezwładności J_y :

$J_y = 2\,[5*20^3/12 + 20*5*(10-9{,}1667)^2] + 5^4/12 + 5^2*(9{,}1667-2{,}5)^2 = 7968{,}75\ cm^4$

Wykresy sił przekrojowych.

Belka jest statycznie niewyznaczalna. Aby wyznaczyć reakcje trzeba uwzględnić warunki podparcia. Nieznaną reakcję w p.C przyjęto w dół i oznaczono X_1. Pozostałe reakcje wyznaczono przy pomocy X_1 z równań równowagi. Wykorzystując ΣY znajdziemy reakcję w p.A wynoszącą (X_1+P) w górę. Wykorzystując $\Sigma M(A)$ znajdziemy moment utwierdzenia w p.A wynoszący $(2*X_1+P)L$ "kręcący" przeciwnie do wskazówek zegara.



Do określenia funkcji ugięć użyjemy metody Clebscha.

		(AB)	(BC)
$M(x) =$	$-(2*X_1+P)L + (X_1+P)*x$		$-P*(x-L)$
$E J_y w''(x) =$	$(2*X_1+P)L - (X_1+P)*x$		$+P*(x-L)$
$E J_y w'(x) =$	$C + (2*X_1+P)L*x - (X_1+P)*x^2/2$		$+P*(x-L)^2/2$
$E J_y w(x) =$	$D + C*x + (2*X_1+P)L*x^2/2 - (X_1+P)*x^3/6$		$+P*(x-L)^3/6$

Do wyznaczenia stałych całkowania C i D i reakcji X_1 określimy kinematyczne warunki brzegowe. W p.A jest utwierdzenie a w p.C podpora przegubowa. W sumie mamy trzy warunki brzegowe pozwalające wyznaczyć trzy niewiadome.

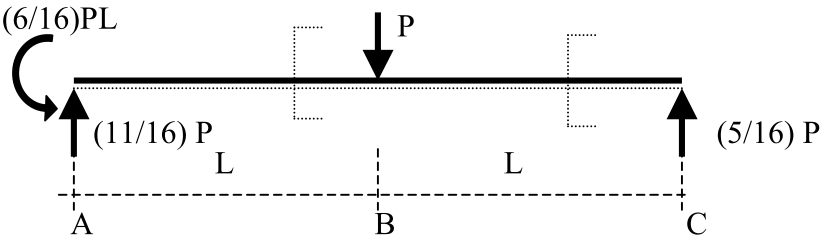
$w_A = w(x=0) = 0 \quad\Rightarrow\quad D+0+0-0 = 0 \quad\Rightarrow\quad D = 0$ (przekrój A $\in$ przedziału AB)

$w'_A = w'(x=0) = 0 \quad\Rightarrow\quad C+0-0 = 0 \quad\Rightarrow\quad C = 0$ (przekrój A $\in$ przedziału AB)

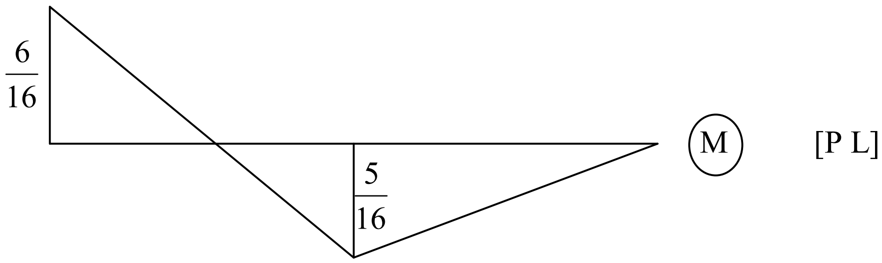
$w_c = w(x=2L) = 0 \quad\Rightarrow\quad (2*X_1+P)L*(2L)^2/2 - (X_1+P)*(2L)^3/6 + P*(2L-L)^3/6 = 0$ (p.C $\in$ BC)

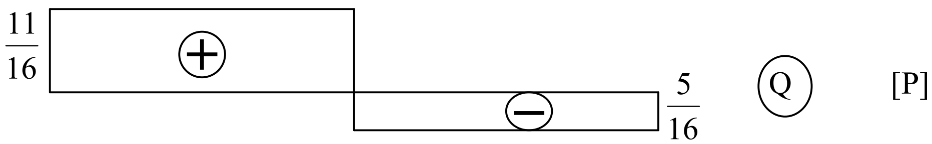
Z ostatniego warunku można wyznaczyć reakcję X_1 : $X_1 = -(5/16)P$

Teraz można określić działanie reakcji:



Wykresy: momentów zginających i sił poprzecznych:





Obie funkcje ugięcia pomnożone przez sztywność giętną:

$E\,J_y\,w(x) = (6/16)PL{*}x^2/2 - (11/16)P{*}x^3/6 \;\Big|_{(AB)} + P{*}(x-L)^3/6 \;\Big|_{(BC)}$

Ugięcie pomnożone przez sztywność giętną w p.B wyniesie:

$E\,J_y\,w(x=L) = (6/16)PL^3/2 - (11/16)PL^3/6$ (uwaga: p.B $\in$ (AB) lub (BC))

$= (7/96)PL^3$

czyli: $w_B = \dfrac{7\,P\,L^3}{96 \cdot E \cdot J_y} = \dfrac{7 \cdot 20 \cdot 10^3\,N \cdot 8m^3}{96 \cdot 2 \cdot 10^{11}\ N/m^2 \cdot 7968{,}75 \cdot 10^{-8}\,m^4} = \dfrac{7 \cdot 20 \cdot 8\ m}{96 \cdot 2 \cdot 7968{,}75} = 0{,}732 \cdot 10^{-3}\,m$