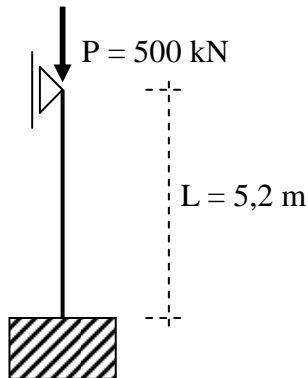
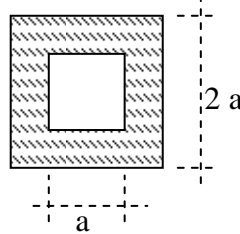


Zwymiarować przekrój poprzeczny słupa. Przekrój skrzynkowy, kwadratowy o boku zewnętrznym: $2a$, wewnętrznym: a . Dane: -materiałowe: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, $R_e = 240$ MPa, $R_h = 180$ MPa
-współczynnik bezpieczeństwa: $s_w = 3,5$, $P = 500$ kN, $L = 5,2$ m

Szukane: a



Przekrój poprzeczny (inna skala)



Rozwiązanie:

Sens wprowadzenia współczynnika bezpieczeństwa jest taki, że chcemy się zabezpieczyć przed wystąpieniem siły krytycznej „z zapasem 3,5 razy”, czyli: $P \leq P_{kr} / s_w$ ($s_w \leq P_{kr} / P$)

Gdy nie wprowadzamy wprost s_w to mamy warunek projektowania: $P \leq P_{kr}$, czyli domyślnie współczynnik bezpieczeństwa = 1.

Smukłość graniczna dla danego materiału: $\lambda_{gr} = \pi \sqrt{E / R_h} = \pi \sqrt{210 / 0,18} = 107,31$

Nie mamy jeszcze zaprojektowanego przekroju, czyli brak smukłości naszego słupa λ , nie ma z czym porównywać λ_{gr} . Nie wiemy czy korzystać ze wzoru Eulera ($\lambda > \lambda_{gr}$), czy z innych propozycji (TJ lub JO) gdy: $\lambda < \lambda_{gr}$

Wymiarowanie przeprowadzimy metodą prób i błędów.

Założymy, że siła krytyczna jest siłą Eulerowską, a na końcu sprawdzimy czy założenie jest słuszne, czyli czy: $\lambda > \lambda_{gr}$, jeśli nie to wykorzystamy wzór TJ

$$\text{Zał.: } P_{kr} = P_E \Rightarrow P \leq \frac{\pi^2 E J}{L_w^2 s_w} \quad (1)$$

Moment bezwładności centralny główny: $J_y = J_x = J = [(2a)^4 - a^4] / 12 = 1,25 a^4$

Dla tego przekroju każdy centralny moment bezwładności jest też głównym i zawsze taki sam, czyli jest to też moment **minimalny**.

Długość wybozeniowa słupa: $L_w = 0,7 \cdot L = 0,7 \cdot 5,2 \text{ m} = 3,64 \text{ m}$

Przekształcając nierówność (1) otrzymamy warunek dla a :

$$a \geq \sqrt[4]{\frac{P L_w^2 s_w}{1,25 \pi^2 E}} = \sqrt[4]{\frac{500 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 3,64^2 \text{ m}^2 \cdot 3,5}{1,25 \pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2}} = \sqrt[4]{\frac{895}{10^8}} \text{ m} = 5,47 \text{ cm}$$

Przyjęto: $a = 5,5$ cm

Trzeba sprawdzić czy $\lambda > \lambda_{gr}$, bo wtedy ma słuszność wzór Eulera, z którego skorzystaliśmy.

Minimalny promień bezwładności: $i_{\min} = \sqrt{J/F} = \sqrt{1,25 a^4 / 3 a^2} = 0,646 a = 3,55$ cm

Smukłość słupa: $\lambda = L_w / i_{\min} = 364 / 3,55 = 102,53 < 107,31 = \lambda_{gr}$

Jak widać z ostatniej nierówności nie można było dla przyjętego $a = 5,5$ cm zastosować wzoru Eulera.

Dla przyjętego a (i co za tym idzie λ) zastosujemy wzór Tetmajera-Jasińskiego:

$$\text{Napężenie krytyczne: } \sigma_{TJ} = R_e - (R_e - R_h) \frac{\lambda}{\lambda_{gr}} = \left[240 - 60 \frac{102,53}{107,31} \right] \text{ MPa} = 182,67 \text{ MPa}$$

Siła krytyczna: $P_{kr} = \sigma_{TJ} \cdot F = 182,67 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot 3 \cdot 5,5^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1657,75$ kN

Stosunek sił $P_{kr} / P = 3,3155$ a powinien być większy od $s_w = 3,5$ czyli nie jest spełniony warunek projektowania. Trzeba zwiększyć przekrój (zwiększyć P_{kr}).

Przyjęto: $a = 5,6 \text{ cm}$

Minimalny promień bezwładności: $i_{\min} = \sqrt{J/F} = \sqrt{1,25a^4/3a^2} = 0,646 a = 3,6148 \text{ cm}$

Smukłość słupa: $\lambda = L_w/i_{\min} = 364/3,6148 = 100,7 < 107,31 = \lambda_{gr}$

Jak widać smukłość zmalała, bo powiększyliśmy przekrój.

Dla przyjętego a (i co za tym idzie λ) zastosujemy wzór Tetmajera-Jasińskiego:

Napężenie krytyczne: $\sigma_{TJ} = R_e - (R_e - R_h) \frac{\lambda}{\lambda_{gr}} = \left[240 - 60 \frac{100,7}{107,31} \right] \text{MPa} = 183,7 \text{ MPa}$

Siła krytyczna: $P_{kr} = \sigma_{TJ} \cdot F = 183,7 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot 3 \cdot 5,6^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1728,25 \text{ kN}$

Stosunek sił $P_{kr}/P = 3,456$ a powinien być większy od $s_w = 3,5$ czyli jeszcze nie jest spełniony warunek projektowania. Trzeba znowu zwiększyć przekrój (zwiększyć P_{kr}).

Przyjęto: $a = 5,7 \text{ cm}$

Minimalny promień bezwładności: $i_{\min} = \sqrt{J/F} = \sqrt{1,25a^4/3a^2} = 0,646 a = 3,6793 \text{ cm}$

Smukłość słupa: $\lambda = L_w/i_{\min} = 364/3,6793 = 98,931 < 107,31 = \lambda_{gr}$

Jak widać smukłość zmalała, bo powiększyliśmy przekrój.

Dla przyjętego a (i co za tym idzie λ) zastosujemy wzór Tetmajera-Jasińskiego:

Napężenie krytyczne: $\sigma_{TJ} = R_e - (R_e - R_h) \frac{\lambda}{\lambda_{gr}} = \left[240 - 60 \frac{98,931}{107,31} \right] \text{MPa} = 184,685 \text{ MPa}$

Siła krytyczna: $P_{kr} = \sigma_{TJ} \cdot F = 184,685 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot 3 \cdot 5,7^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1800,12 \text{ kN}$

Stosunek sił $P_{kr}/P = 3,6$ jest większy od $s_w = 3,5$ czyli jest spełniony warunek projektowania.

Ostatecznie przyjęto: $a = 5,7 \text{ cm}$