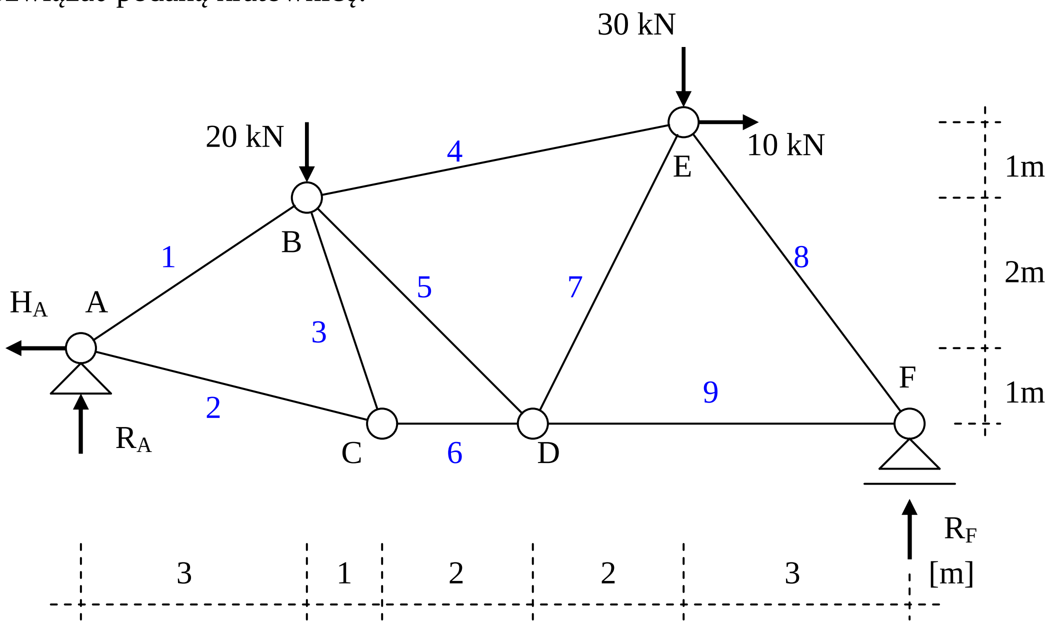
Rozwiązać podaną kratownicę.



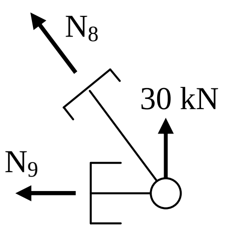
Kolorem niebieskim oznaczono numery prętów.

Ta kratownica ma: w=6 węzłów, T=9 prętów. Ilość reakcji podporowych: r=3
Sprawdzenie **w**arunku **k**oniecznego i **n**iewystarczającego do tego aby konstrukcja była wewnętrznie geometrycznie niezmienna: $2w-T-3=2\cdot6-9-3=0$

Sprawdzenie **w**arunku **k**oniecznego i **w**ystarczającego do tego aby konstrukcja była wewnętrznie geometrycznie niezmienna.
Pręty 1,2,3 tworzą układ trzech brył połączonych w węzłach A,B,C nie leżących na jednej prostej.
„Tarcza” 1,2,3 jest połączona z prętem 5 i 6 węzłami B,C,D nie leżących na jednej prostej.
„Tarcza” 1,2,3,5,6 jest połączona z prętem 4 i 7 węzłami B,D,E nie leżących na jednej prostej .
„Tarcza” 1,2,3,5,6,4,7 jest połączona z prętem 8 i 9 węzłami D,E,F nie leżących na jednej prostej.

Obliczenie reakcji:
$\Sigma M(A)=0$: $20\cdot3+30\cdot8+10\cdot3-11\,R_F=0$ => $R_F=30$ kN
$\Sigma Y=0$ => $R_A=20$ kN
$\Sigma X=0$ => $H_A=10$

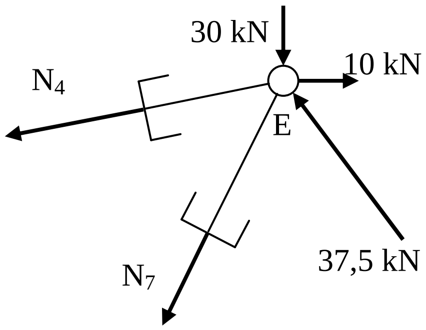
Obliczenie sił w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów.
Można zacząć od węzła F, ponieważ mamy w nim dwie niewiadome siły: N_8 i N_9 . Niewiadome siły mają zwrot taki jak siły rozciągające. Po obliczeniach znak będzie wskazywał czy pręt jest rozciągany czy ściskany.



$\Sigma Y_{wF}=0$: $\frac{4}{5}N_8+30=0$ => $N_8=-37{,}5$ kN (pręt ściskany)

$\Sigma X_{wF}=0$: $-N_9-\frac{3}{5}N_8=0$ => $N_9=-\frac{3}{5}N_8=\frac{3}{5}37{,}5=22{,}5$ (pręt rozciągany)

Kolejnym węzłem w którym sprawdzimy równowagę sił, może być węzeł E. Są tam niewiadome siły N_4 i N_7 oraz znana już siła N_8: ściskająca o wartości 37,5 kN – czyli działająca **do** węzła E . Są tam też obciążenia 10 i 30 kN.



$$\Sigma X_{wE}=0: \quad -\frac{5}{\sqrt{26}}N_4-\frac{1}{\sqrt{5}}N_7-37{,}5\,\frac{3}{5}+10=0$$

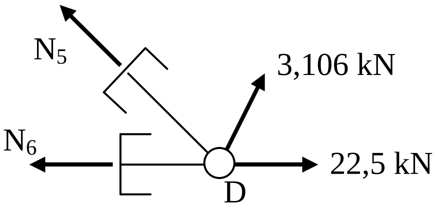
$$\Sigma Y_{wE}=0: \quad -\frac{1}{\sqrt{26}}N_4-\frac{2}{\sqrt{5}}N_7+37{,}5\,\frac{4}{5}-30=0$$

Rozwiązując powyższy układ równań otrzymamy:

N_4= -14,164 kN (ściskany)

N_7= 3,106 kN (rozciągany)

Kolejnym węzłem w którym sprawdzimy równowagę sił, może być węzeł D. Są tam niewiadome siły N_5 i N_6 oraz znane już siły: N_7: rozciągająca o wartości 3,106 kN – czyli działająca **od** węzła D i N_9: rozciągająca o wartości 22,5 kN – czyli działająca **od** węzła D .

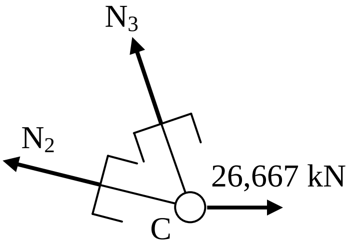


$$\Sigma Y_{wD}=0: \frac{1}{\sqrt{2}}N_5+\frac{2}{\sqrt{5}}3{,}106=0 \;\Rightarrow\; N_5=-3{,}928 \text{ kN (ściskany)}$$

$$\Sigma X_{wD}=0: \quad -N_6-\frac{1}{\sqrt{2}}N_5+\frac{1}{\sqrt{5}}3{,}106+22{,}5=0 \quad \Rightarrow$$

N_6= 26,667 kN (rozciągany)

Kolejnym węzłem w którym sprawdzimy równowagę sił, może być węzeł C. Są tam niewiadome siły N_3 i N_2 oraz znana już siła N_6: rozciągająca o wartości 26,667 kN – czyli działająca **od** węzła C .



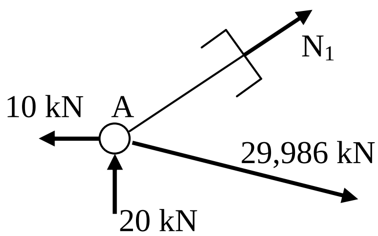
$$\Sigma Y_{wC}=0: \frac{3}{\sqrt{10}}N_3+\frac{1}{\sqrt{17}}N_2=0\,, \quad \Sigma X_{wC}=0: \; -\frac{1}{\sqrt{10}}N_3-\frac{4}{\sqrt{17}}N_2+26{,}667=0$$

Rozwiązując powyższy układ równań otrzymamy:

N_2= 29,986 (rozciągany)

N_3= -7,666 (ściskany)

Ostatnim węzłem w którym sprawdzimy równowagę sił, będzie węzeł A. Jest tam niewiadoma siła N_1 oraz znana już siła N_2: rozciągająca o wartości 29,986 kN – czyli działająca **od** węzła A . Są tam też znane reakcje 10 i 20 kN.



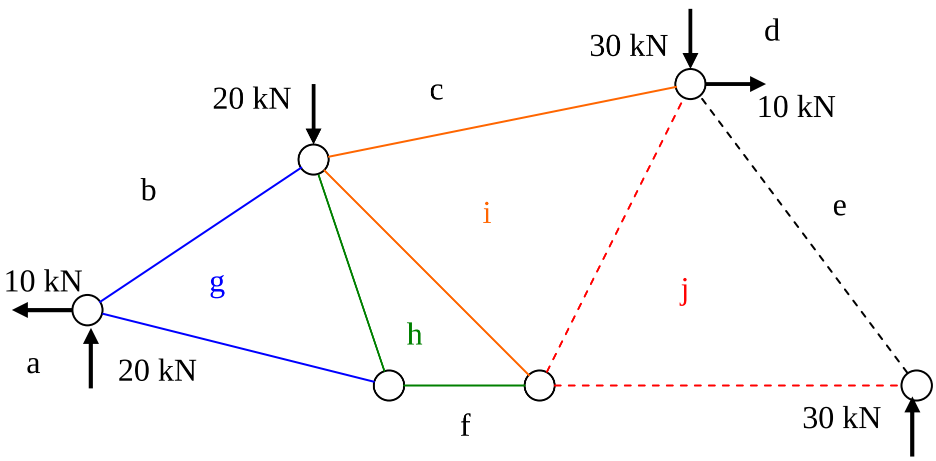
Aby znaleźć N1 wystarczy jedno równanie np.:

$$\Sigma X_{wA}=0: -10+\frac{3}{\sqrt{13}}N_1+\frac{4}{\sqrt{17}}29{,}986=0 \;\Rightarrow\; N_1=-22{,}944 \text{ (ściskany)}$$

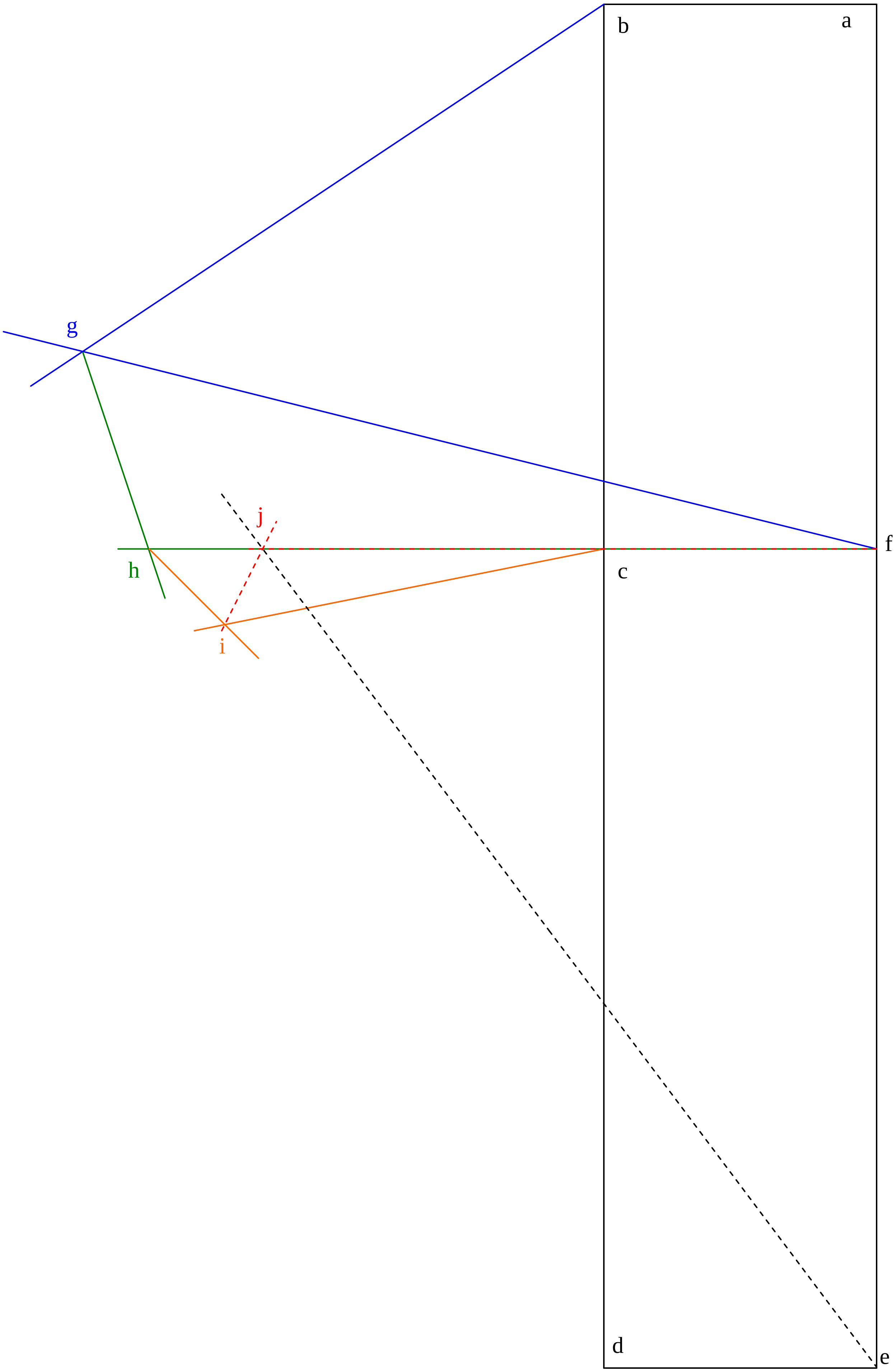
Równanie ΣY_{wA} może posłużyć do sprawdzenia:

$$\Sigma Y_{wA}=20+\frac{2}{\sqrt{13}}N_1-\frac{1}{\sqrt{17}}29{,}986=0$$

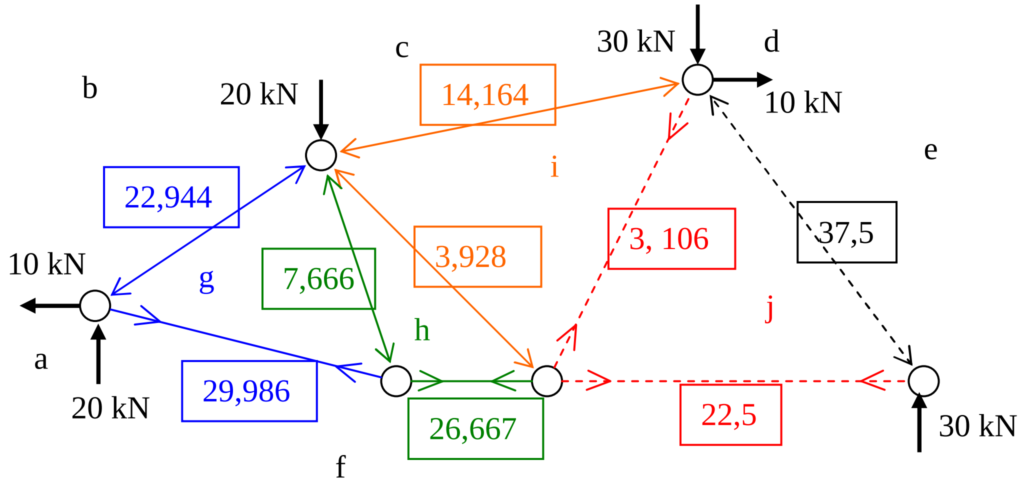
W węźle B mamy wyznaczone już siły N_1 , N_3 , N_5 , N_4 . Można sprawdzić że ΣX_{wB} , ΣY_{wB} od tych sił i od obciążenia 20 kN działającego w tym punkcie dają rezultat równy zero.



Metoda Cremony:
Kolejność tworzenia prostych na grafie sił:
1.czarne (obciążenia i reakcje)
2.niebieskie
3.zielone
4.pomarańczowe
5.czerwone
6.czarne-przerywane


b
a
g
j
f
h
c
i
d
e

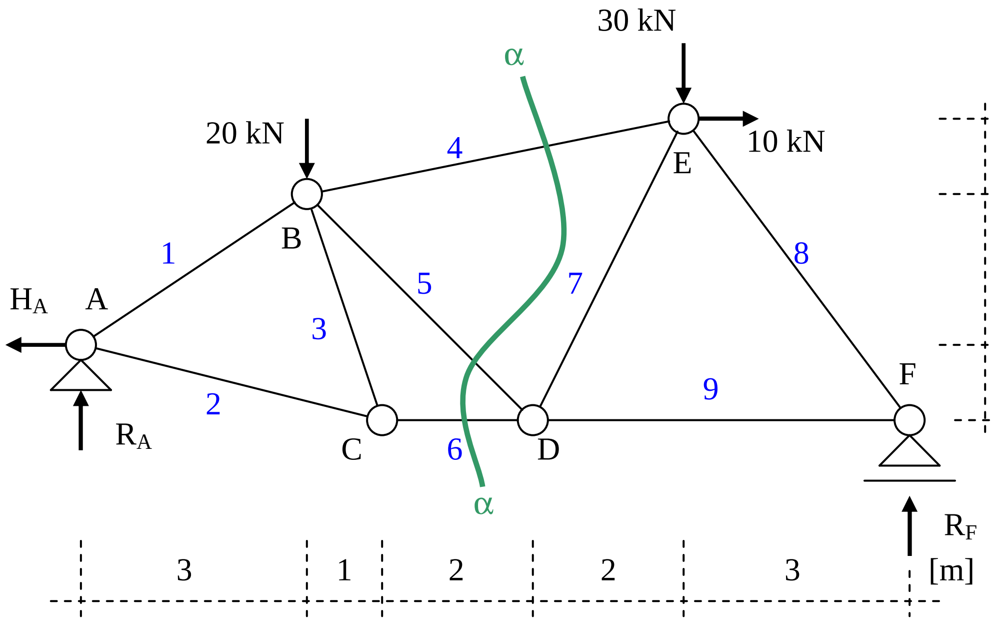
Po wykonaniu pomiarów na grafie przedstawiającym siły w prętach i uwzględnieniu zwrotów, uzyskane wyniki pokazano na poniższym rysunku.



Zestawienie sił w prętach:

Pręt			Siła	
Nr	Punkty	Pola	[kN]	
1	AB	bg	-22,944	Ściskany
2	AC	gf	29,986	Rozciągany
3	BC	gh	-7,666	Ściskany
4	BE	ci	-14,164	Ściskany
5	BD	ih	-3,928	Ściskany
6	CD	hf	26,667	Rozciągany
7	DE	ij	3,106	Rozciągany
8	EF	ej	-37,500	Ściskany
9	DE	fj	22,500	Rozciągany

Metodą Rittera znajdziemy siły w prętach 4, 5 i 6. W tym celu myślowo wyodrębniono dwie części kratownicy oddzielone od siebie przekrojem $\alpha - \alpha$.



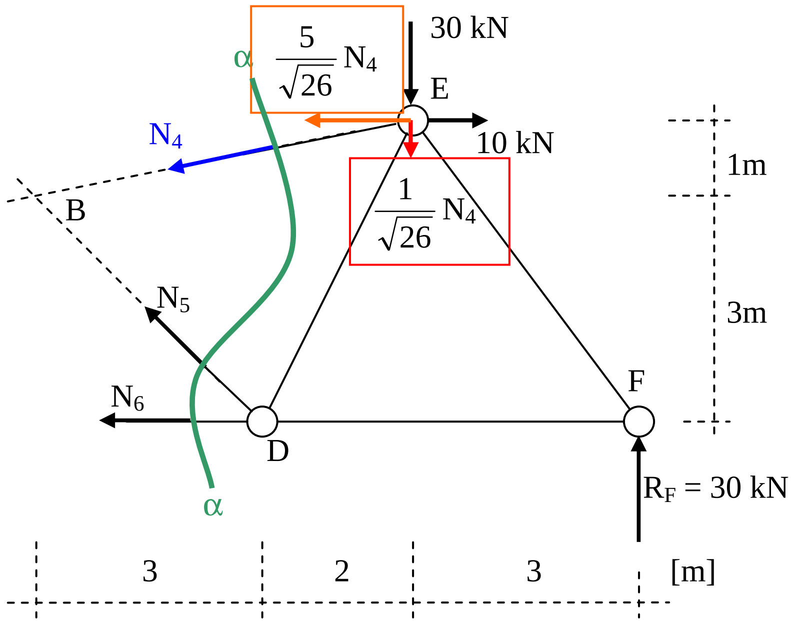
Na część która jest na prawo od przekroju $\alpha - \alpha$ działają obciążenia 30 i 10 kN, reakcja R_F=30kN oraz siły: N_4 , N_5 , N_6 ,

Aby obliczyć siłę N_4 trzeba zapisać równanie równowagi, w którym ta niewiadoma się pojawia a nie pojawiają się pozostałe dwie niewiadome: N_5 i N_6 .
Takim równaniem jest: $\Sigma M(D)_{\alpha-\alpha}=0$

$$\frac{1}{\sqrt{26}} N_4 \cdot 2 - \frac{5}{\sqrt{26}} N_4 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 4 - 30 \cdot 5 = 0$$

Siłę N_4 można „zaczepić” w dowolnym punkcie prostej działania tej siły – wybrano punkt E i w tym punkcie rozłożono siłę N_4 na składowe: pionową i poziomą

Po obliczeniach otrzymamy:
N_4= –14,164kN (ściskany)



Aby obliczyć siłę N_6 trzeba zapisać równanie równowagi, w którym ta niewiadoma się pojawia a nie pojawiają się pozostałe dwie niewiadome: N_4 i N_5 . Takim równaniem jest: $\Sigma M(B)_{\alpha-\alpha}=0$

$\Sigma M(B)_{\alpha-\alpha}=0$: $\quad N_6 \cdot 3 + 30 \cdot 5 + 10 \cdot 1 - 30 \cdot 8 = 0$

Po obliczeniach otrzymamy:
N_6= 26,667 kN (rozciągany)

W celu wyznaczenia siły N_5 zapisano równanie: $\Sigma Y_{\alpha-\alpha}=0$:

$$\frac{-1}{\sqrt{26}} N_4 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 + 30 - 30 = 0$$

Po podstawieniu N_4= –14,164kN i obliczeniach otrzymamy:
N_5= –3,928kN (ściskany)