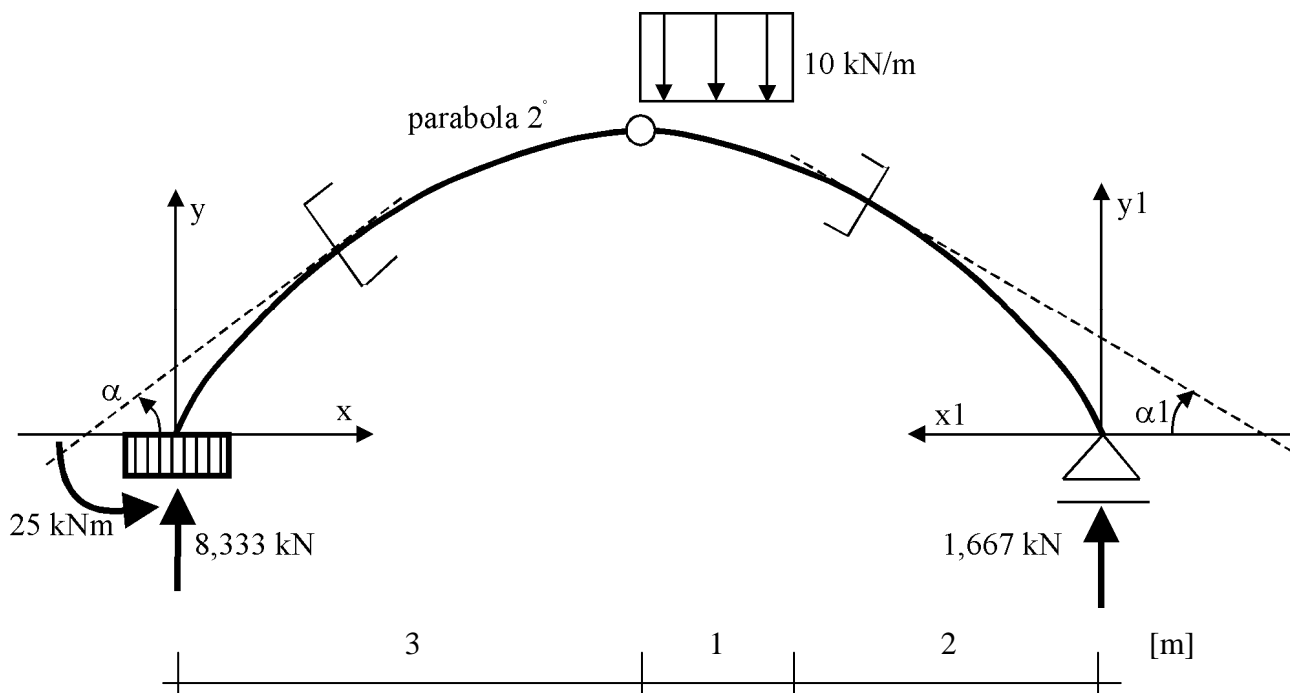


Temat: Rozwiązać podany łuk paraboliczny (sporządzić wykresy **M Q N**)



Na rysunku pokazano też reakcje podpór.

Rozwiązanie:

Rozpiętość pomiędzy podporami: $L=6\text{m}$, wysokość łuku: $f=2\text{m}$.

Równanie osi łuku parabolicznego w układzie kartezjańskim (x,y) o początku przy lewej podporze (utwierdzenie):

$$y = \frac{4 \cdot f}{L^2} (L - x) x = \frac{2}{9} (6x - x^2)$$

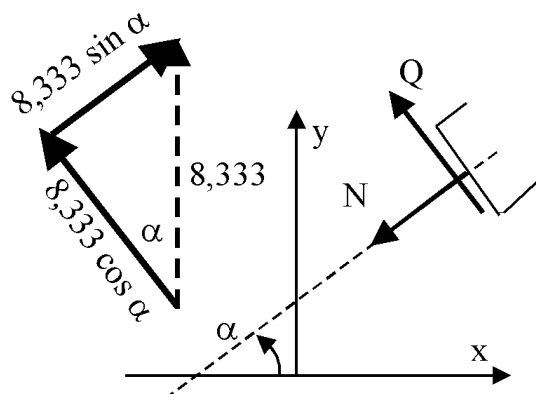
Obliczenie funkcji pochodnej pozwoli określić wartość tangensa kąta pomiędzy styczną do łuku w danym punkcie a poziomem.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \text{tg } \alpha = \frac{2}{9} (6 - 2x)$$

Obliczona wartość $\text{tg } \alpha$ pozwoli wyznaczyć wartość $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{\text{tg } \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}} \quad , \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}$$

Uwaga: wartości sinusa, cosinusa i tangensa kąta alfa są dodatnie gdy kąt $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$



Siły przekrojowe w przedziale:

$$0 < x < 3: \quad \begin{aligned} M(x) &= -25 + 8,333 x \\ Q(x) &= 8,333 \cos \alpha \\ N(x) &= -8,333 \sin \alpha \end{aligned}$$

W części łuku na prawo od przegubu styczna do osi łuku jest nachylona pod kątem którego tangens będzie przyjmował wartości ujemne w układzie odniesienia: x - w prawo, y - w górę.

W kartezjańskim układzie współrzędnych związanych z prawą podporą przegubowo przesuwaną: x_1 - w lewo, y_1 - w górę, wartości sinusa, cosinusa i tangensa kąta α_1 są dodatnie gdy kąt $\alpha_1 \in (0^\circ, 90^\circ)$. W układzie x_1 - y_1 kąt α_1 jest odmierzany zgodnie ze wskazówkami zegara (od osi x_1 do y_1) czyli przyjmuje wartości dodatnie dla punktów łuku na prawo od przegubu.

Równanie osi łuku parabolicznego w układzie kartezjańskim (x_1, y_1) o początku przy prawej podporze przegubowo przesuwnej :

$$y_1 = \frac{4 \cdot f}{L^2} (L - x_1) x_1 = \frac{2}{9} (6 x_1 - x_1^2)$$

Obliczenie funkcji pochodnej pozwoli określić wartość tangensa kąta pomiędzy styczną do łuku w danym punkcie a poziomem.

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \text{tg } \alpha_1 = \frac{2}{9} (6 - 2x_1)$$

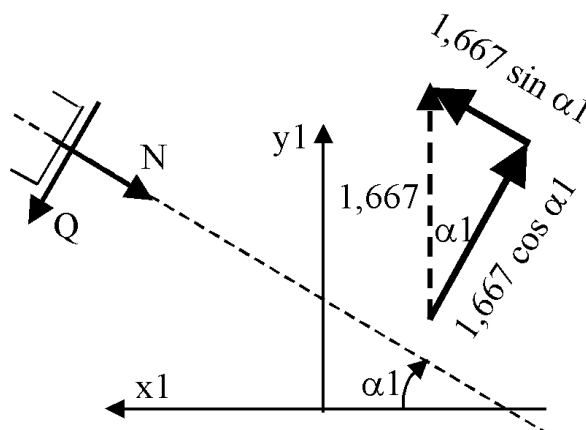
Obliczona wartość $\text{tg } \alpha_1$ pozwoli wyznaczyć wartość $\sin \alpha_1$ i $\cos \alpha_1$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1}}, \quad \cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1}}$$

Wartości sinusa, cosinusa i tangensa kąta α_1 są dodatnie dla punktów łuku na prawo od przegubu.

Siły przekrojowe w przedziale:

$$\begin{aligned} 0 < x_1 < 2: \quad & M(x_1) = 1,667 x_1 \\ & Q(x_1) = -1,667 \cos \alpha_1 \\ & N(x_1) = -1,667 \sin \alpha_1 \end{aligned}$$



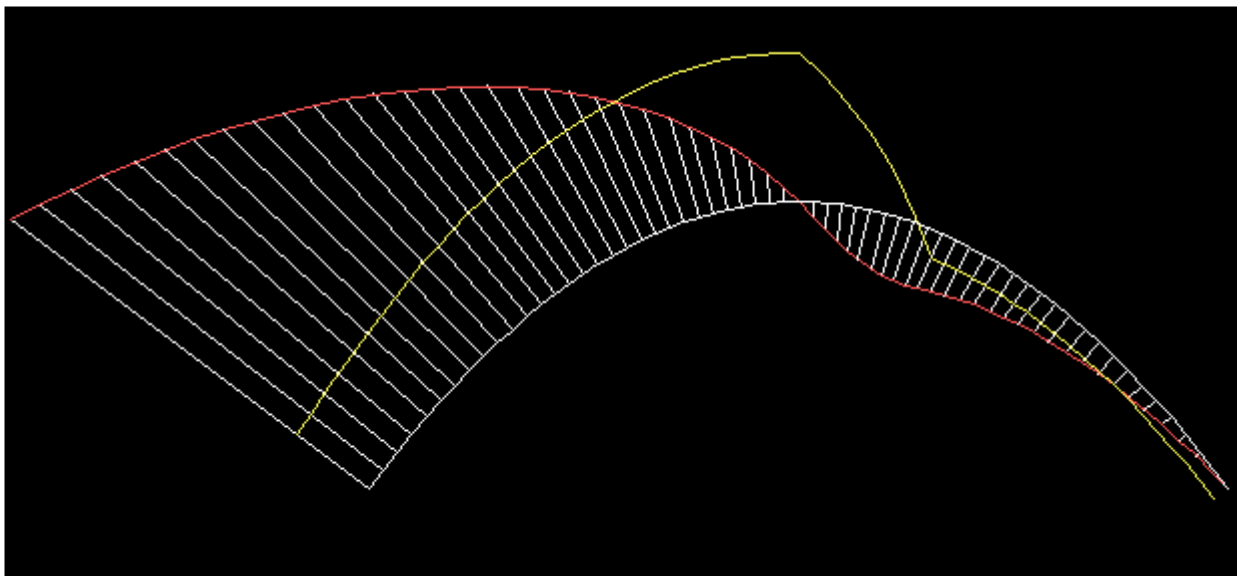
Siły przekrojowe w przedziale:

$$\begin{aligned} 2 < x_1 < 3: \quad & M(x_1) = 1,667 x_1 - 10 \cdot \frac{1}{2} (x_1 - 2)^2 \\ & Q(x_1) = -1,667 \cos \alpha_1 + 10 (x_1 - 2) \cos \alpha_1 \\ & N(x_1) = -1,667 \sin \alpha_1 + 10 (x_1 - 2) \sin \alpha_1 \end{aligned}$$

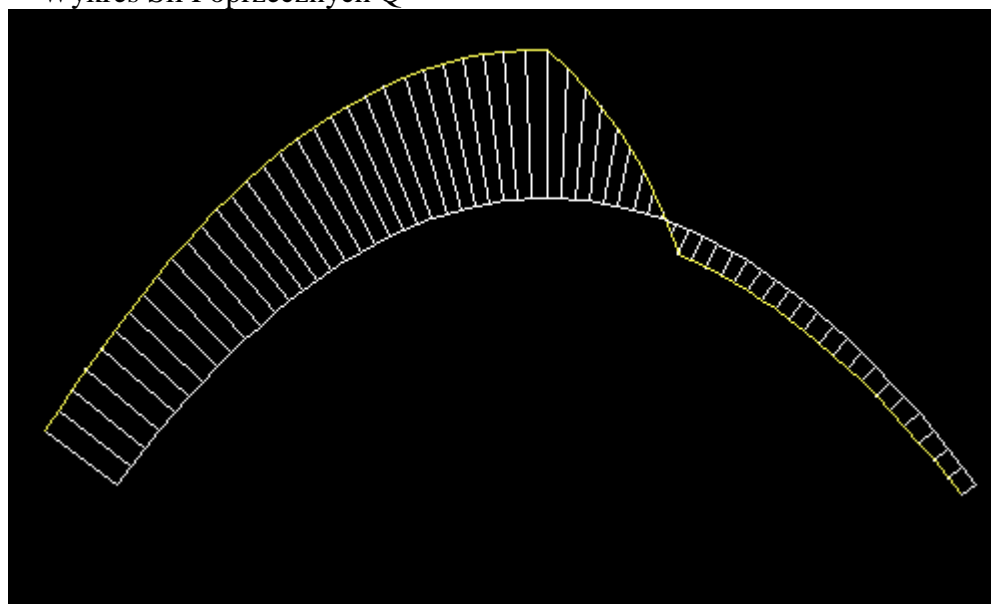
Wykorzystując powyższe wzory obliczono wartości sił przekrojowych:

Wartości N, Q, M w łuku			
x	N	Q	M
0.00	-6.667	5.000	-25.000
0.50	-6.194	5.575	-20.833
1.00	-5.536	6.228	-16.667
1.50	-4.623	6.934	-12.500
2.00	-3.384	7.615	-8.333
2.50	-1.808	8.135	-4.167
3.00	-0.000	8.333	0.000
3.00	0.000	8.333	0.000
3.50	0.723	3.254	2.917
4.00	-0.677	-1.523	3.333
4.00	-0.677	-1.523	3.333
4.50	-0.925	-1.387	2.500
5.00	-1.107	-1.246	1.667
5.50	-1.239	-1.115	0.833
6.00	-1.333	-1.000	0.000

Wykres Momentów (czerwony) i Sił Poprzecznych (żółty) – proszę zwrócić uwagę na zależności różniczkowe



Wykres Sił Poprzecznych Q



Wykres Sił Podłużnych N

