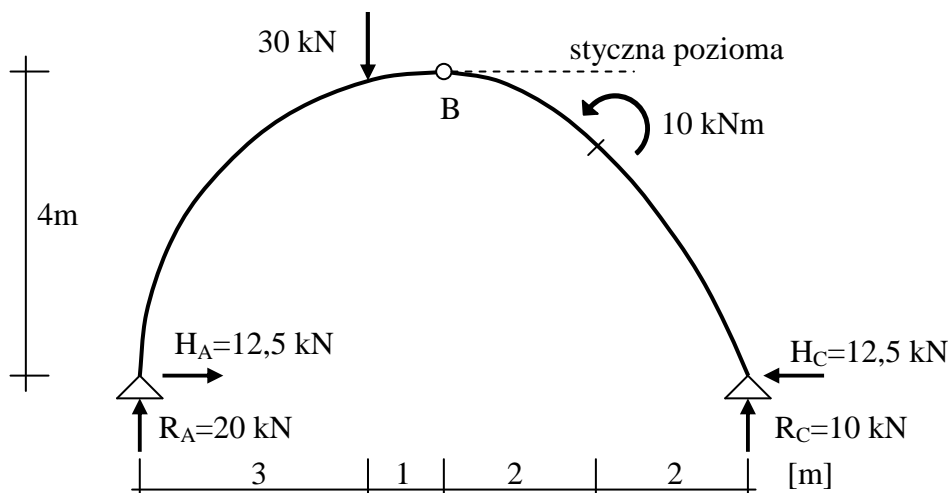
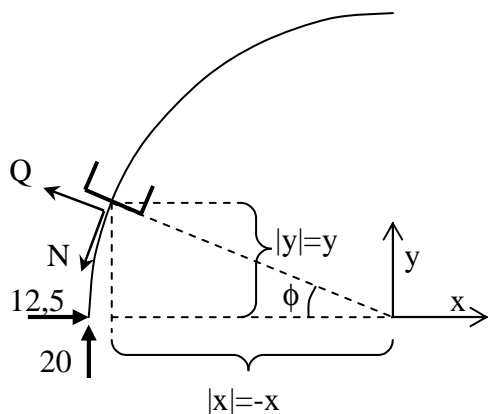


Temat: Rozwiązać podany łuk: ¼ okręgu o promieniu 4m - na lewo, paraboliczny - na prawo od przegubu B (sporządzić wykresy **M Q N**).



Obliczenie reakcji:

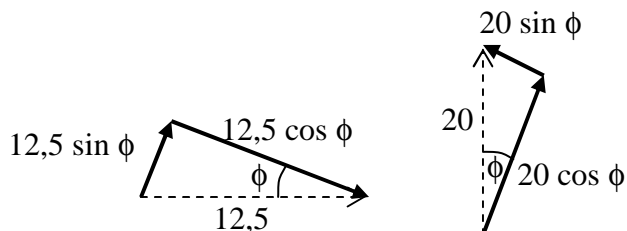
$$\begin{aligned} \Sigma M(A)=0 &\Rightarrow 30 \cdot 3 - 10 - 8 R_C = 0 \Rightarrow R_C = 10 \text{ kN} \\ \Sigma M(B)_p=0 &\Rightarrow -10 \cdot 4 - 10 + 4 H_C = 0 \Rightarrow H_C = 12,5 \text{ kN} \\ \Sigma X=0 &\Rightarrow H_A = 12,5 \text{ kN} \\ \Sigma Y=0 &\Rightarrow R_A = 30 - 10 = 20 \text{ kN} \end{aligned}$$



Łuk kołowy.

Relacje pomiędzy współrzędnymi punktu redukcji (klamerka) w układzie biegunowym i w kartezjańskim:

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{|x|}{4} = \frac{-x}{4} \\ \sin \phi &= \frac{|y|}{4} = \frac{y}{4} \end{aligned}$$



Rozkład reakcji poziomej i pionowej na składowe: równoległą i prostopadłą do osi pręta w punkcie redukcji (klamerka):

Przedział charakterystyczny pomiędzy podporą A a siłą skupioną 30 kN (spody są od wewnątrz łuku)

$$-4 < x < -1 \quad \text{gdz: } x = -1 \Rightarrow \cos \phi = 1/4 \Rightarrow \phi = \arccos 1/4 = 75.522^\circ \quad \text{czyli:}$$

$$0 < \phi < 75.522^\circ$$

$$M(x) = 20(4 - |x|) - 12,5 |y| =$$

$$20(4 + x) - 12,5 y =$$

$$M(\phi) = 20(4 - 4 \cos \phi) - 12,5 \cdot 4 \sin \phi$$

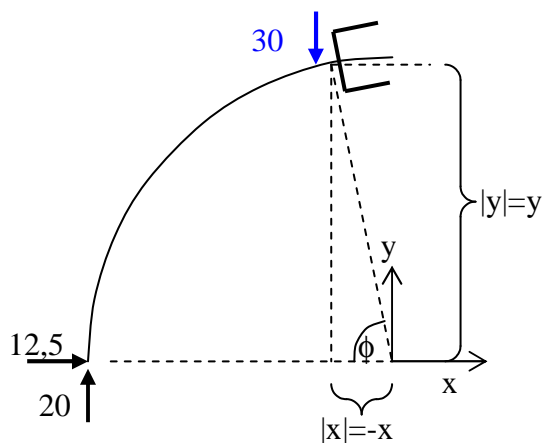
$$Q(\phi) = 20 \sin \phi - 12,5 \cos \phi$$

$$N(\phi) = -20 \cos \phi - 12,5 \sin \phi$$

W przedziale charakterystycznym pomiędzy siłą skupioną 30 kN a przegubem – rysunek obok (spody są od wewnątrz łuku)

$$-1 < x < 0 \quad \text{czyli:}$$

$$75.522^\circ < \phi < 90^\circ$$



W tym przedziale – poza siłami 20 i 12,5 kN które były uwzględniane w poprzednim przedziale – do zredukowania jest siła 30 kN działająca w dół. Będzie ona rozłożona analogicznie jak siła 20 kN (też pionowa) ale znaki ulegną zmianie bo siła 20 kN działa w górę.

$$M(x) = 20(4-|x|) - 12,5 |y| - 30(1-|x|) =$$

$$20(4+x) - 12,5 y - 30(1+x) =$$

$$M(\phi) = 20(4-4 \cos \phi) - 12,5 \cdot 4 \sin \phi - 30(1-4 \cos \phi)$$

$$Q(\phi) = 20 \sin \phi - 12,5 \cos \phi - 30 \sin \phi$$

$$N(\phi) = -20 \cos \phi - 12,5 \sin \phi + 30 \cos \phi$$

Część paraboliczna

W punkcie B pokazano siły jakie w tym przegubie działają na część paraboliczną.

Krzywą będącą osią łuku parabolicznego należy “wstawić” w odpowiedni układ współrzędnych. Może to być układ kartezjański przedstawiony obok.

Ogólne równanie paraboli 2^o:

$$y_1 = a x_1^2 + b x_1 + c$$

pochodna: $\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = 2a x_1 + b$

Krzywa przechodzi przez punkt $x_1=0$ i $y_1=0 \Rightarrow 0=0+0+c \Rightarrow c=0$

W punkcie $x_1=0$ pochodna: $\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 0=0+b \Rightarrow b=0$

Krzywa przechodzi przez punkt $x_1=4$ i $y_1=-4 \Rightarrow -4=a \cdot 4 \cdot 4 \Rightarrow a=-1/4$

Równanie osi łuku parabolicznego: $y_1 = -1/4 x_1^2$

Pochodna: $\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = -1/2 x_1 = \operatorname{tg} \alpha_1$, odpowiada tangensowi kąta α_1 który w przedziale

$0 < x_1 < 2$ oraz $2 < x_1 < 4$ będzie **ujemny**. Można zdefiniować wielkość t , będącą wartością bezwzględną tangensa kąta α_1 : $t = |\operatorname{tg} \alpha_1| = 1/2 x_1$

Relacje wiążące wartości bezwzględne sinusa, cosinusa i tangensa:

$$s = |\sin \alpha_1| = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad c = |\cos \alpha_1| = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

Tak jak powyżej zdefiniowane wielkości s i c są dodatnie.

Funkcje opisujące siły przekrojowe w przedziale $0 < x_1 < 2$: (Uwaga: współrzędne y_1 są ujemne)

$$M(x_1) = -10 x_1 + 12,5 |y_1| = -10 x_1 + 12,5 \cdot 1/4 x_1^2$$

$$Q(x_1) = 12,5 s - 10 c$$

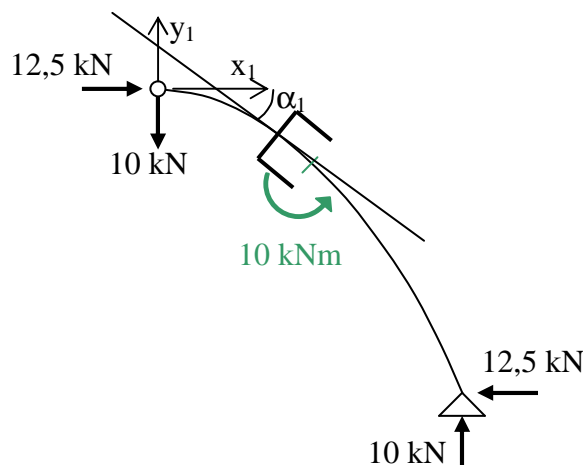
$$N(x_1) = -12,5 c - 10 s$$

Funkcje opisujące siły przekrojowe w przedziale $2 < x_1 < 4$: (Uwaga: współrzędne y_1 są ujemne)

$$M(x_1) = -10 x_1 + 12,5 |y_1| - 10 = -10 x_1 + 12,5 \cdot 1/4 x_1^2 - 10$$

$$Q(x_1) = 12,5 s - 10 c$$

$$N(x_1) = -12,5 c - 10 s$$



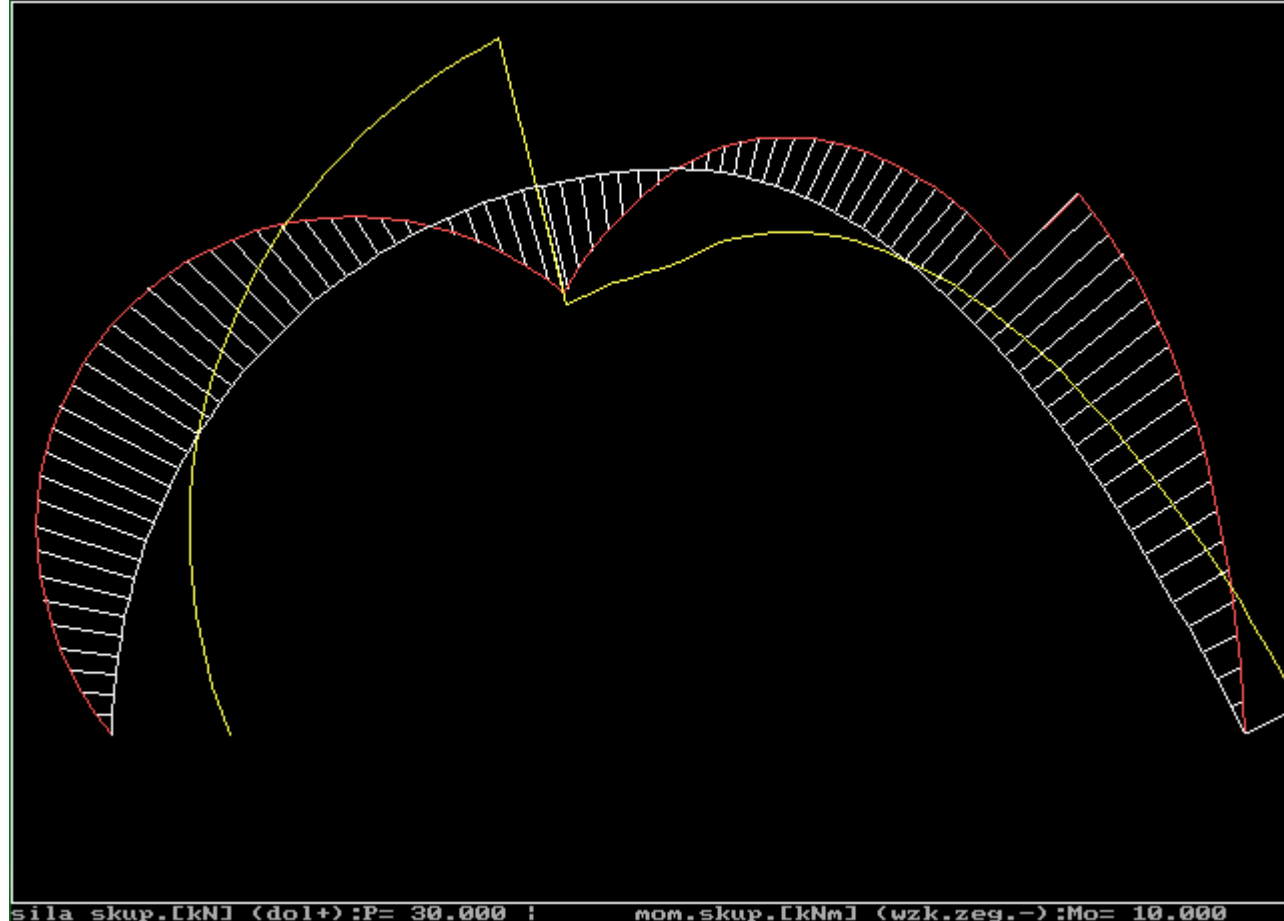
Wartosci M, Q, N w luku kolowym (lewym) - na gorze, w parabolicznym - na dole

f	N	Q	M
0.000	-20.000	-12.500	0.000
5.000	-21.013	-10.709	-4.053
10.000	-21.867	-8.837	-7.467
15.000	-22.554	-6.898	-10.215
20.000	-23.069	-4.906	-12.276
25.000	-23.409	-2.876	-13.636
30.000	-23.571	-0.825	-14.282
35.000	-23.553	1.232	-14.211
40.000	-23.356	3.280	-13.423
45.000	-22.981	5.303	-11.924
50.000	-22.431	7.286	-9.725
55.000	-21.711	9.213	-6.844
60.000	-20.825	11.071	-3.301
65.000	-19.781	12.843	0.875
70.000	-18.587	14.519	5.654
75.000	-17.250	16.083	10.998
75.522	-17.103	16.240	11.587
75.523	-9.603	-12.807	11.587
80.000	-10.574	-12.019	7.706
85.000	-11.581	-11.051	3.676
90.000	-12.500	-10.000	0.000

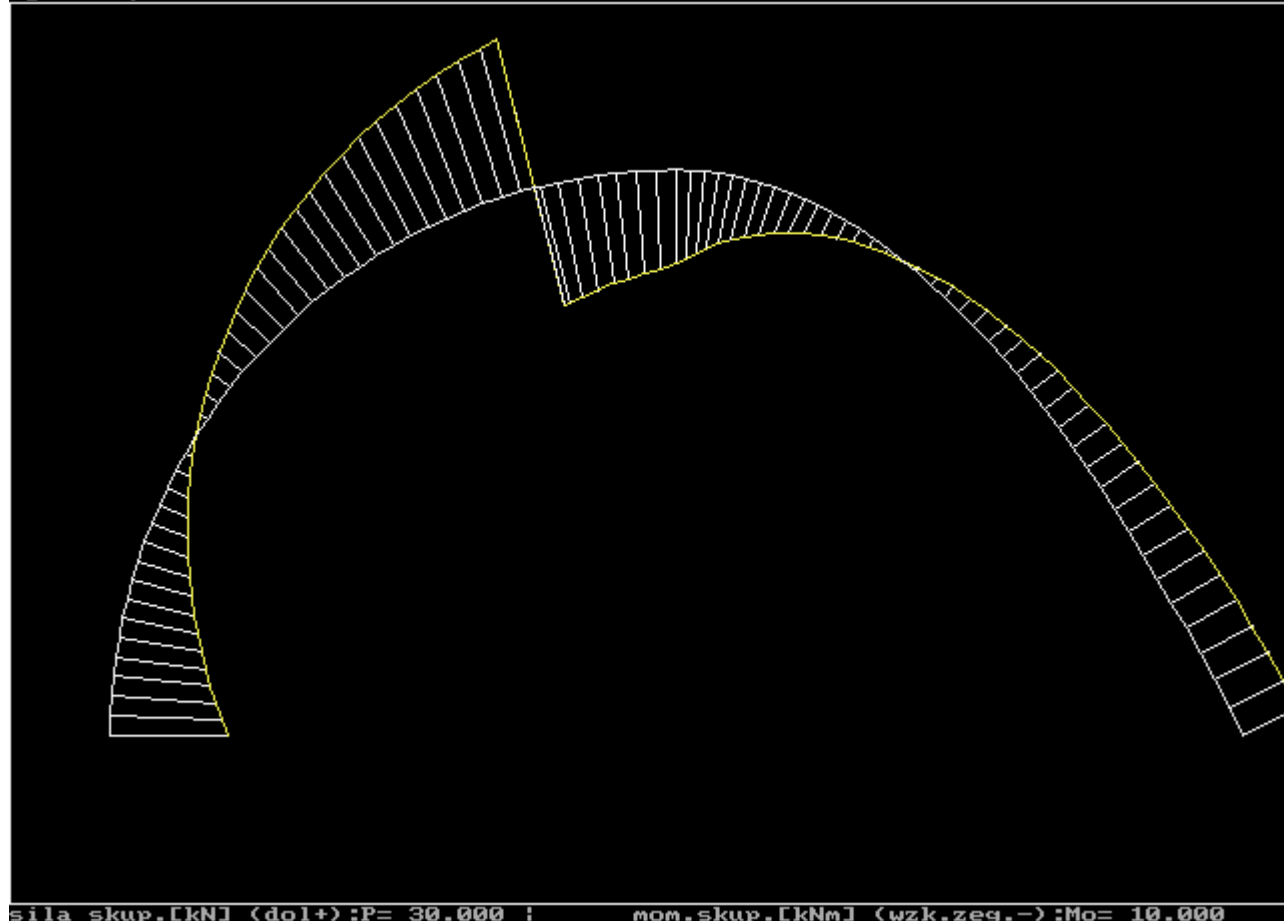
x	N	Q	M
0.000	-12.500	-10.000	0.000
0.500	-14.552	-6.670	-4.219
1.000	-15.652	-3.354	-6.875
1.500	-16.000	-0.500	-7.969
2.000	-15.910	1.768	-7.500
2.000	-15.910	1.768	-17.500
2.000	-15.910	1.768	-17.500
2.500	-15.617	3.514	-15.469
3.000	-15.254	4.854	-11.875
3.500	-14.884	5.892	-6.719
4.000	-14.534	6.708	0.000

sila skup.[kN] (dol+):P= 30.000 ; mom.skup.[kNm] (wzk.zeg.-):Mo= 10.000

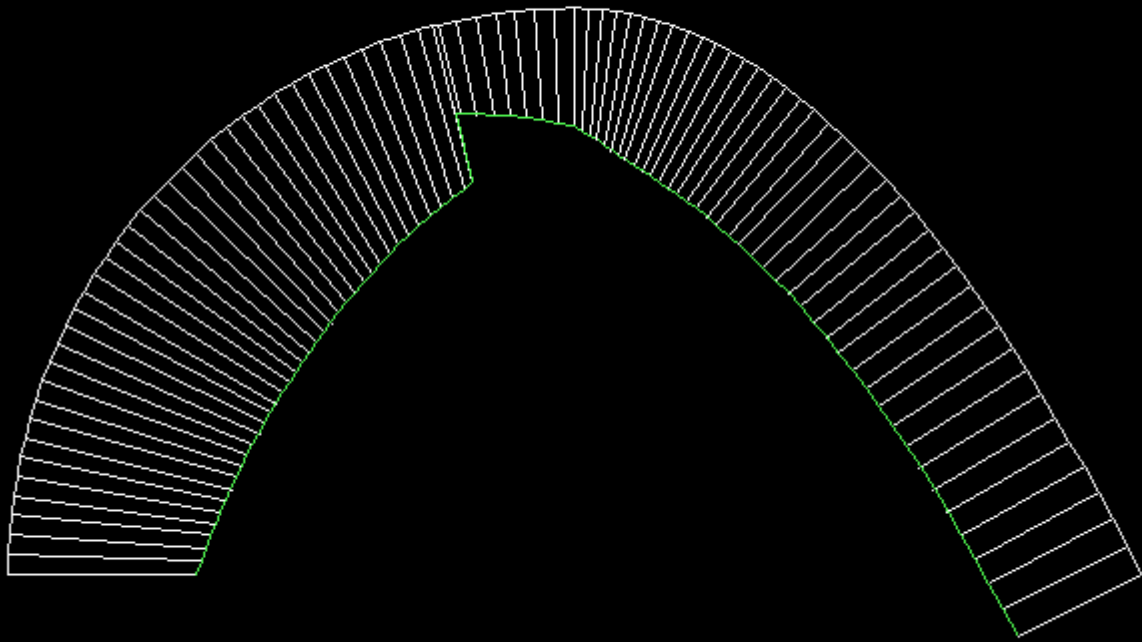
Wykres M i wykres pochodnej - czyli Q



Wykres Q



Wykres N



sila skup.[kN] (dol+):P= 30.000 ; mom.skup.[kNm] (wzk.zeg.-):Mo= 10.000