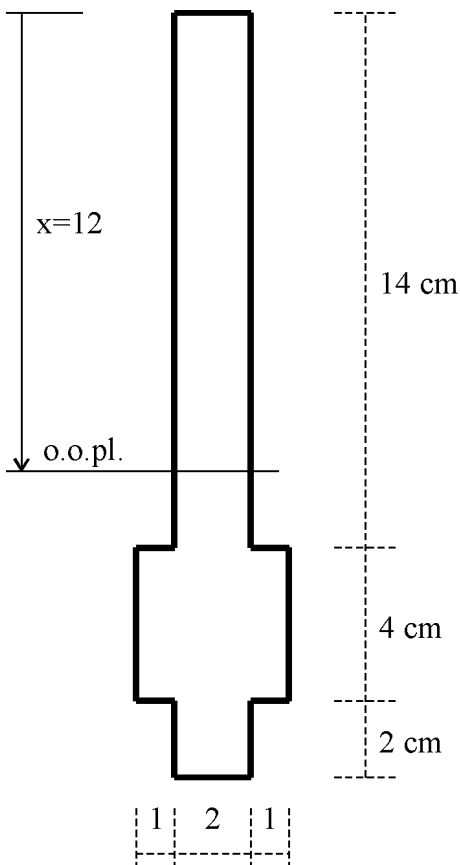


Stosując metodę kinematycznie dopuszczalnych pól przemieszczeń, obliczyć obciążenie odpowiadające nośności granicznej dla belki zginanej poprzecznie - szukane:  $P = P^*$

Dane: granica plastyczności:  $R_e = 300 \text{ MPa}$ .

Przekrój poprzeczny:



#### Obliczenie plastycznego wskaźnika wytrzymałości.

Pole całego przekroju poprzecznego:

$$A = (2 \cdot 14 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2) \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$$

Połowa pola przekroju wynosi  $24 \text{ cm}^2$

Połowienie przekroju na dwie części o równych polach wystąpi – licząc od góry - w odległości  $x$ :

Pole górnej części przekroju:

$$2 \text{ cm} \cdot x = 24 \text{ cm}^2, \quad \text{czyli: } x = 12 \text{ cm}$$

#### Plastyczny wskaźnik wytrzymałości:

$$W_{pl} = |S_y^g| + |S_y^d| =$$

$$(12 \cdot 2 \cdot 6) + (2 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 7) \text{ cm}^3 = 240 \text{ cm}^3$$

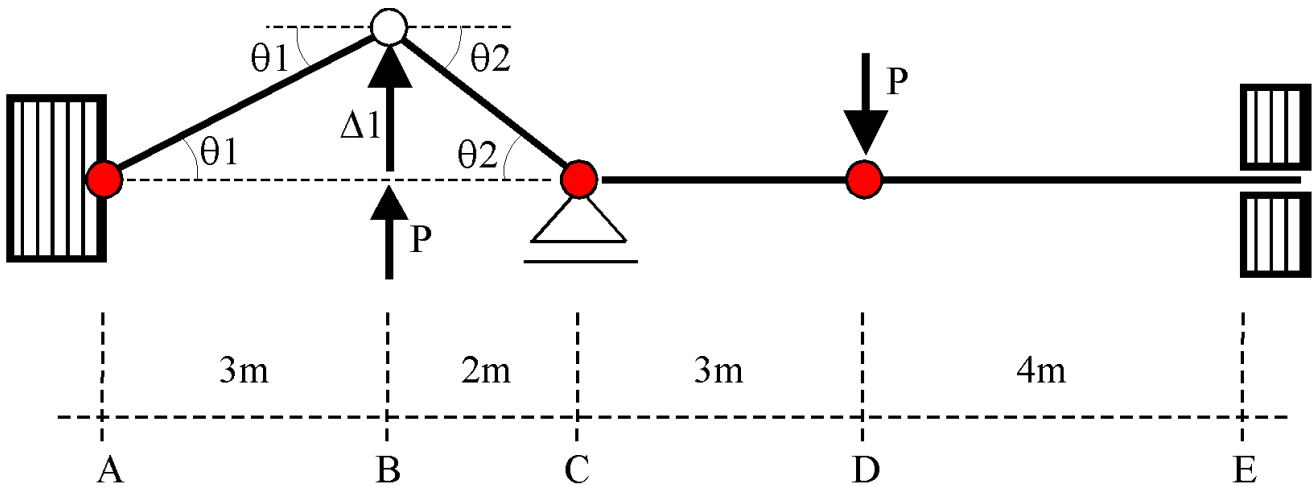
#### Moment graniczny plastyczny:

$$\overline{M} = W_{pl} \cdot R_e = 240 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 72 \text{ kNm}$$

**Kinematycznie dopuszczalne schematy zniszczenia.**

Belka jest 2-krotnie statycznie niewyznaczalna, do utworzenia mechanizmu potrzeba aby pojawiły się 3 (ewentualnie mniej) przeguby plastyczne. Mechanizmy mają mieć jeden stopień swobody. Przekroje w których mogą pojawić się te przeguby plastyczne to punkty A,C,D,E. W punkcie B jest przegub konstrukcyjny – tam wartość momentu zginającego wynosi zero. Miejsca w których mogą powstać przeguby plastyczne oznaczono jako czerwone koła.

**1 kinematycznie dopuszczalny plan przemieszczeń: przeguby plastyczne w przekrojach A,C,D.**



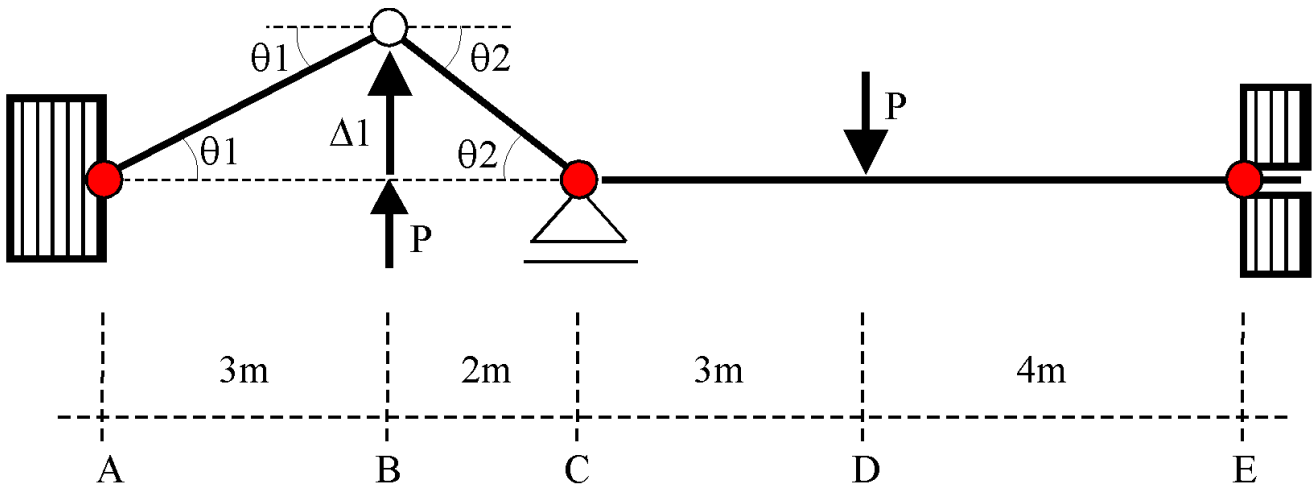
Widać że w tym przypadku moment plastyczny w p. D nie powstanie (praca sił wewnętrznych = 0)

$$\Delta_1 / 3m = \theta_1 \quad , \quad \Delta_1 / 2m = \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_1 = \theta_1 \cdot 3m = \theta_2 \cdot 2m \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = \frac{2}{3} \theta_2$$

Równanie prac wirtualnych:

$$P_1^* \cdot \Delta_1 = \overline{M} (\theta_1 + \theta_2) \quad \Rightarrow \quad P_1^* \cdot \theta_2 \cdot 2m = \overline{M} (\frac{2}{3} \theta_2 + \theta_2) \quad \Rightarrow \quad P_1^* = \frac{5}{6} \overline{M} / m$$

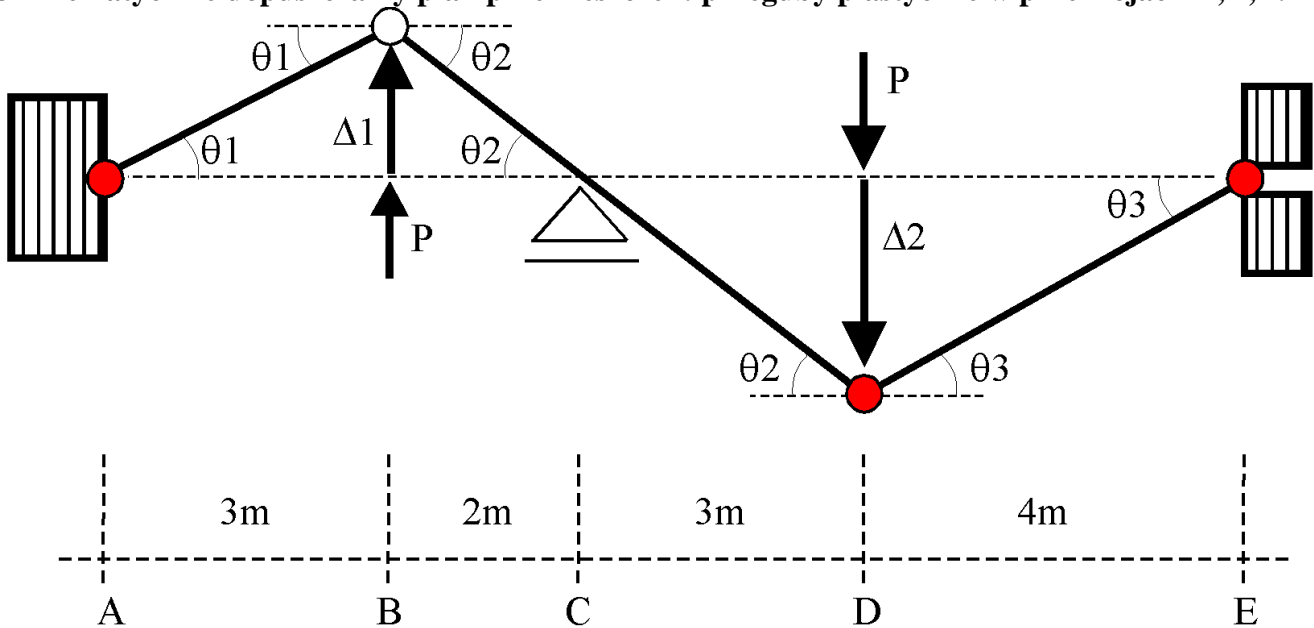
**2 kinematycznie dopuszczalny plan przemieszczeń: przeguby plastyczne w przekrojach A,C,E.**



Widać że w tym przypadku moment plastyczny w p. E nie powstanie (praca sił wewnętrznych = 0)

Obliczenia jak dla planu nr 1 czyli:  $P_2^* = \frac{5}{6} \overline{M} / m$

**3 kinematycznie dopuszczalny plan przemieszczeń: przeguby plastyczne w przekrojach A,D,E.**



Widać że w tym przypadku momenty plastyczne w przekrojach A,D,E powstaną.

$$\Delta_1 / 3m = \theta_1 \quad , \quad \Delta_1 / 2m = \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_1 = \theta_1 \cdot 3m = \theta_2 \cdot 2m \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = \frac{2}{3} \theta_2$$

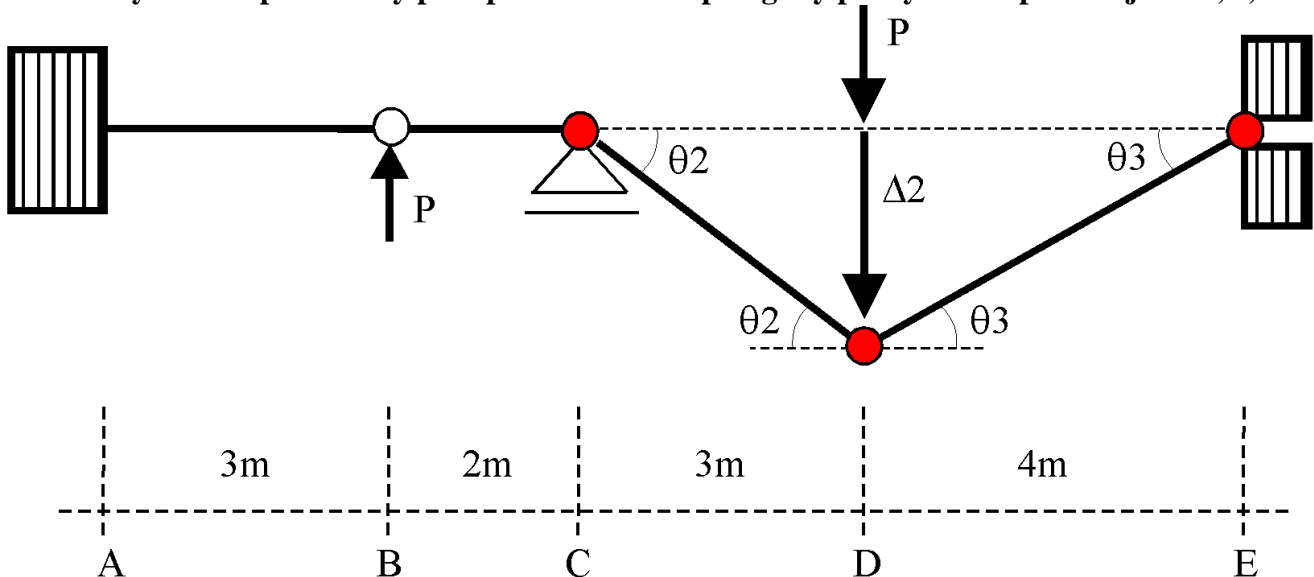
$$\Delta_2 / 3m = \theta_2 \quad , \quad \Delta_2 / 4m = \theta_3 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 = \theta_2 \cdot 3m = \theta_3 \cdot 4m \quad \Rightarrow \quad \theta_3 = \frac{3}{4} \theta_2$$

Równanie prac wirtualnych:

$$P_3^* \cdot \Delta_1 + P_3^* \cdot \Delta_2 = \overline{M} (\theta_1 + \theta_2 + 2 \theta_3) \quad \Rightarrow$$

$$P_3^* \cdot \theta_2 \cdot 2m + P_3^* \cdot \theta_2 \cdot 3m = \overline{M} (\frac{2}{3} \theta_2 + \theta_2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \theta_2) \quad \Rightarrow \quad P_3^* = \frac{19}{30} \overline{M}/m$$

**4 kinematycznie dopuszczalny plan przemieszczeń: przeguby plastyczne w przekrojach C,D,E.**



Widać że w tym przypadku momenty plastyczne w przekrojach C,D,E powstaną.

$$\Delta_2 / 3m = \theta_2 \quad , \quad \Delta_2 / 4m = \theta_3 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 = \theta_2 \cdot 3m = \theta_3 \cdot 4m \quad \Rightarrow \quad \theta_3 = \frac{3}{4} \theta_2$$

Równanie prac wirtualnych:

$$P_4^* \cdot \Delta_2 = \overline{M} (2 \theta_2 + 2 \theta_3) \quad \Rightarrow$$

$$P_4^* \cdot \theta_2 \cdot 3m = \overline{M} (2 \theta_2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \theta_2) \quad \Rightarrow \quad P_4^* = \frac{7}{6} \overline{M}/m$$

**Nośność graniczna** czyli obciążenie odpowiadające nośności granicznej.

$$P^* = \min | P_i^* | = P_3^* = \frac{19}{30} \overline{M}/m = \frac{19}{30} \cdot 72 \text{ kN} = 45,6 \text{ kN}$$