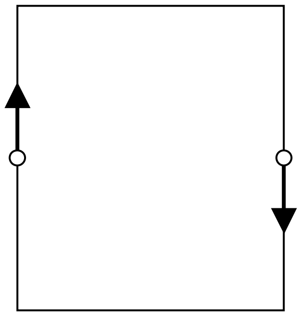
Określić wartość maksymalnych naprężeń stycznych i jednostkowy kąt skręcenia przekroi w którym obciążenie redukuje się do momentu skręcającego o wartości $M_s$=165Nm działającego w tych przekrojach zgodnie ze wskazówkami zegara. Moduł ścinania dla materiału z którego wykonano pręt o zadanym przekroju G=70GPa
Przeanalizowane zostaną tu podobne co do rozmiarów przekroje: prostokątny, skrzynkowy (czyli zamknięty), ceowy (czyli otwarty).

1. Przekrój prostokątny o wymiarach 3,5cm*4cm

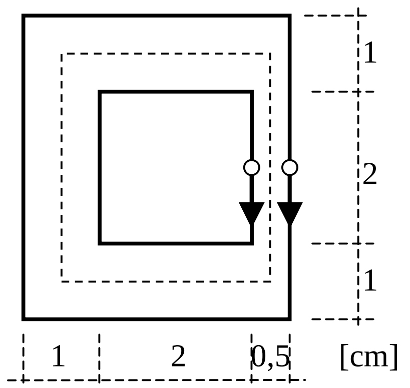


Na rysunku przedstawiono kierunki i zwroty maksymalnych naprężeń stycznych które wystąpią w środku dłuższego boku prostokąta.
Charakterystyki geometryczne:
Wskaźnik wytrzymałości na skręcanie przekroju prostokątnego
$W_s = \alpha\, h\, b^2 = 0{,}2146*4*(3{,}5)^2\ cm^3 = 10{,}515\ cm^3$
W powyższym wzorze α to bezwymiarowy współczynnik zależny od stosunku h/b . Odczytując z tablic wartości współczynnika
α(h/b=1)=0,208 oraz α(h/b=1,5)=0,231 wykorzystując metodę interpolacji liniowej obliczono α(h/b=4/3,5=1,143)=0,2146

Wymiary h i b muszą spełniać relację $h \geq b$ .
Moment bezwładności na skręcanie przekroju prostokątnego
$J_s = \beta\, h\, b^3 = 0{,}1567*4*(3{,}5)^3\ cm^4 = 26{,}876\ cm^4$
W powyższym wzorze β to bezwymiarowy współczynnik zależny od stosunku h/b . Odczytując z tablic wartości współczynnika β(h/b=1)=0,141 oraz β(h/b=1,5)=0,196 wykorzystując metodę interpolacji liniowej obliczono β(h/b=4/3,5=1,143)=0,1567
Maksymalne naprężenia styczne w przekroju prostokątnym: $\tau_{max}=M_s/W_s$=165Nm/10,515 $cm^3$=15,69MPa
Jednostkowy kąt skręcenia przekroju prostokątnego:

$$\theta = \frac{M_s}{G\, J_s} = \frac{165\text{Nm}}{70\cdot 10^9\ {}^{N}\!/_{m^2}\ 26{,}876\cdot 10^{-8}\text{m}^4} = \frac{165}{0{,}7\cdot 26{,}876}\cdot\frac{10^{-3}\text{rad}}{\text{m}} = 8{,}77\cdot\frac{10^{-3}\text{rad}}{\text{m}}$$

2. Przekrój skrzynkowy




Na rysunku przedstawiono kierunki i zwroty maksymalnych naprężeń stycznych które wystąpią w najcieńszej ściance.
Charakterystyki geometryczne:
Kontur środkowy (linia przerywana) ogranicza prostokąt o polu: $A_0$=2,75cm 3cm= 8,25$cm^2$
Iloczyn: $2\ \delta_{min}\ A_0$ =2*0,5cm*8,25$cm^2$ =8,25$cm^3$ = $W_s$ można nazwać wskaźnikiem wytrzymałości na skręcanie przekroju **zamkniętego**.
Moment bezwładności na skręcanie przekroju **zamkniętego**

$$J_s = \frac{4\,A_0^2}{\oint \frac{ds}{\delta}}$$ gdzie całkę występującą w mianowniku należy obliczyć po konturze środkowym.

W tym przekroju mamy: dwie ścianki o grubości δ=1cm i długości wzdłuż konturu Δs=2,75cm
jedną ściankę o grubości δ=1cm i długości wzdłuż konturu Δs=3cm
jedną ściankę o grubości δ=0,5cm i długości wzdłuż konturu Δs=3cm

Całkę w tym przypadku można obliczyć jako sumę: $\oint \frac{ds}{\delta} = \sum \frac{\Delta s}{\delta} = 2\frac{2{,}75}{1} + \frac{3}{1} + \frac{3}{0{,}5} = 14{,}5$

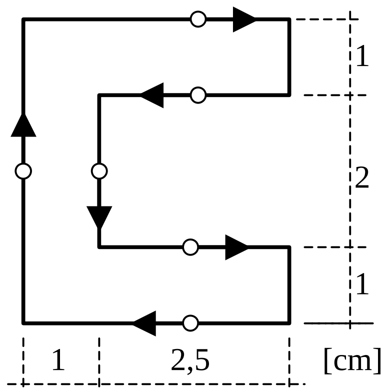
Ostatecznie moment bezwładności na skręcanie przekroju **zamkniętego**: $J_s = \frac{4\cdot 8{,}25^2\ cm^4}{14{,}5} = 18{,}776\ cm^4$

Maksymalne naprężenie styczne w przekroju skrzynkowym: $\tau_{max}=M_s/W_s$=165Nm/8,25 $cm^3$=20MPa

Jednostkowy kąt skręcenia przekroju skrzynkowego:

$$\theta = \frac{M_s}{G\,J_s} = \frac{165\text{Nm}}{70\cdot 10^9\ {}^{N}\!/\!_{m^2}\ 18{,}776\cdot 10^{-8}\,m^4} = \frac{165}{0{,}7\cdot 18{,}776}\cdot\frac{10^{-3}\,\text{rad}}{m} = 12{,}554\cdot\frac{10^{-3}\,\text{rad}}{m}$$

3. Przekrój ceowy




Na rysunku przedstawiono kierunek i zwrot naprężeń stycznych które wystąpią w tym przekroju.

Charakterystyki geometryczne.

Przekrój podzielono na prostokąty: jeden 4cm*1cm (pionowy) i dwa 2,5cm*1cm (poziome)

Moment bezwładności na skręcanie całego przekroju **otwartego**

$J_s = \sum_{j=1}^{3} J_{sj} = \sum_{j=1}^{3} \beta_j\, b_j^3\, h_j$ gdzie $J_{sj}$ to momenty bezwładności każdego z prostokątów.

$J_s = (2*0{,}249*1^3*2{,}5+0{,}281*1^3*4)cm^4 = 2{,}369cm^4$

Współczynniki: $\beta(2{,}5)=0{,}249$ $\beta(4)=0{,}281$

$\alpha(2{,}5)=0{,}258$ $\alpha(4)=0{,}282$

Maksymalne naprężenie styczne w każdym prostokącie przekroju ceowego obliczymy:

$$\tau_j = \frac{M_{sj}}{W_{sj}} = \frac{M_s\cdot J_{sj}/J_s}{W_{sj}} = \frac{M_s}{J_s}\,\frac{\beta_j}{\alpha_j}\,b_j$$

Dla prostokątów poziomych mamy: $\tau_1 = \frac{M_s}{J_s}\frac{\beta_1}{\alpha_1}b_1 = \frac{165\text{ Nm}}{2{,}369cm^4}\,\frac{0{,}249}{0{,}258}\,1cm = 67{,}22\text{ MPa}$

Dla prostokąta pionowego mamy: $\tau_2 = \frac{M_s}{J_s}\frac{\beta_2}{\alpha_2}b_2 = \frac{165\text{ Nm}}{2{,}369cm^4}\,\frac{0{,}281}{0{,}282}\,1cm = 69{,}4\text{ MPa}$

Jednostkowy kąt skręcenia przekroju ceowego :

$$\theta = \frac{M_s}{G\,J_s} = \frac{165\text{Nm}}{70\cdot 10^9\ {}^{N}\!/\!_{m^2}\ 2{,}369\cdot 10^{-8}\,m^4} = \frac{165}{0{,}7\cdot 2{,}369}\cdot\frac{10^{-3}\,\text{rad}}{m} = 99{,}5\cdot\frac{10^{-3}\,\text{rad}}{m}$$