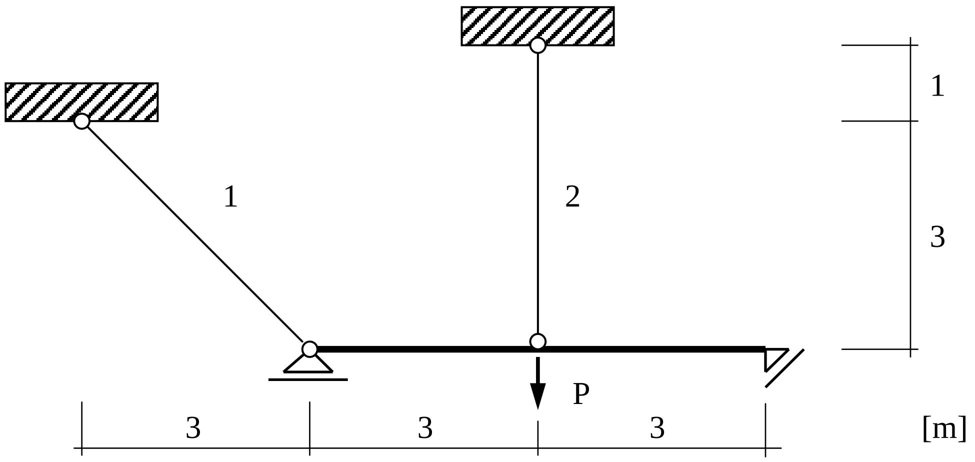
Dla podanego ustroju prętowo – belkowego (belka pozioma jest nieskończenie sztywna) oblicz:

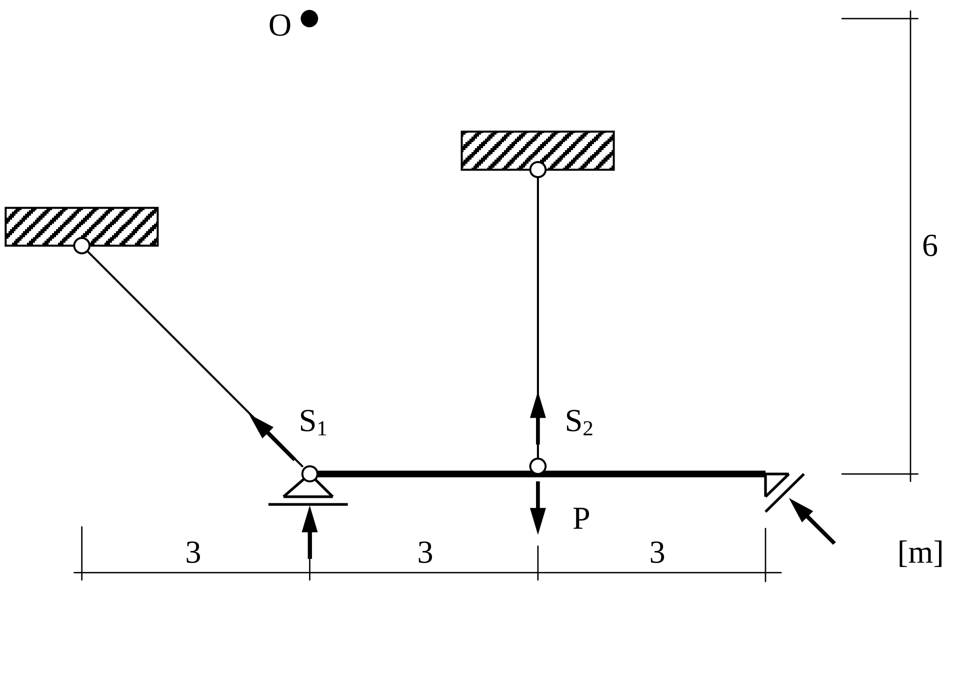
- S_i [kN] – siły osiowe w prętach 1 i 2,
- σ_{xi} [MPa] – naprężenia normalne w prętach 1 i 2
- ε_{xi} [10^{-3}] – odkształcenia liniowe prętów 1 i 2
- Δ_i [mm] – zmiany długości w prętów 1 i 2
- ω [10^{-3} rad] – kąt obrotu sztywnej belki



Dane: P = (10÷50) kN ,
A_i - pola przekrojów poprzecznych prętów 1 i 2 przyjąć różne od siebie w granicach (5÷20)cm^2
E_i – moduły Younga materiału prętów 1 i 2 przyjąć w granicach (205÷245)GPa
Uwaga: Jeden pręt jest rozciągany a drugi ściskany.

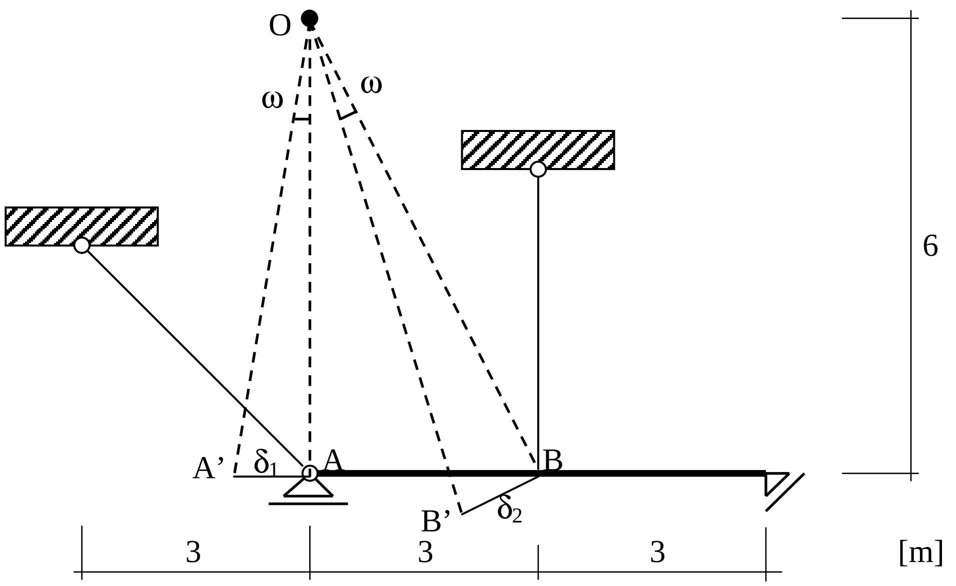
Projekt proszę sprawdzić przy pomocy programu: StatykaWin - do pobrania z:
http://limba.wil.pk.edu.pl/~az/odsylacze.php .
Wprowadzając dane proszę stosować układ jednostek: [N] , [m] ,
czyli np.: $7cm^2 = 7*10^{-4}$ [m2] , $215GPa = 215*10^9$ [N/m^2]
Dla poziomej sztywnej belki wprowadzić pole przekroju równe 1.

Szkic rozwiązania:
1. Zapisać równanie równowagi dla belki zawierające nieznane siły w prętach a nie zawierające reakcji sztywnych podpór przegubowo–przesuwnych: będzie to równanie ΣM(O) – punkt O leży na przecięciu prostych wyznaczonych przez reakcje sztywnych podpór.

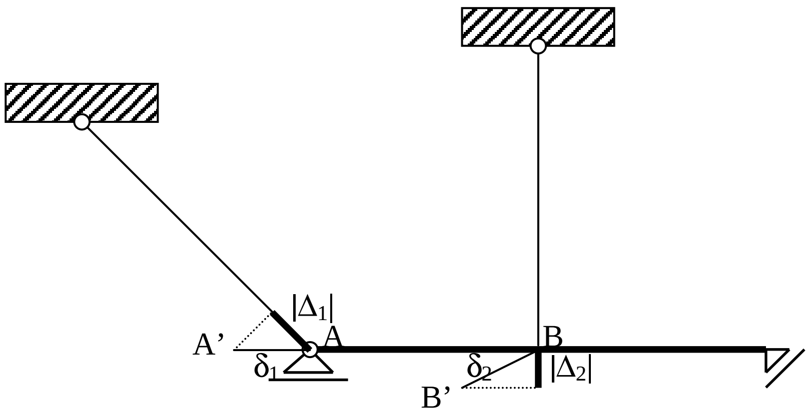


Uwaga: Na rysunku obok przedstawiono działanie prętów1 i 2 **na** belkę tak jakby pręty były rozciągane.

2. Narysować kinematycznie dopuszczalny plan przemieszczeń – w tym przypadku ruch belki to obrót wokół punktu O.



Pozioma belka jest nieskończenie sztywna, więc kąt ω jaki zatacza punkt A i B zajmując nowe położenie odpowiednio A' i B' – jest taki sam.
Kąt ω w rzeczywistości jest bardzo mały (odcinki δ_1 i δ_2 na planie przemieszczeń narysowano w dużym powiększeniu), więc odcinki δ_1 i δ_2 z bardzo dobrym przybliżeniem narysowano jako prostopadłe do odpowiednich promieni wodzących OA i OB.
Iloraz długości odcinka δ_1 do długości promienia OA jest taki sam jak iloraz długości odcinka δ_2 do długości promienia OB. Stąd można ustalić równanie (*) wiążące ze sobą δ_1 i δ_2 .
3. Ustalenie relacji pomiędzy zmianami długości prętów.
Sztywny obrót belki wymusił przemieszczenie się końców prętów 1 i 2 w położenie A' i B' , aby było to możliwe to pręty muszą zmienić swoją długość **równolegle** do swoich osi – na poniższym rysunku te zmiany długości zaznaczono pogrubionymi liniami.



Uwaga: Z rysunku wynika że pręt 1 się skrócił, więc zmiana długości pręta 1 jest ujemna, czyli: $|\Delta_1|=-\Delta_1$, natomiast pręt 2 się wydłużył, więc zmiana długości pręta 2 jest dodatnia, czyli: $|\Delta_2|=\Delta_2$,
Analizując odpowiednie trójkąty prostokątne można ustalić relacje pomiędzy zmianami długości prętów Δ_i a długościami odcinków δ_i .
Te relacje wstawiając do równania (*) otrzymamy równanie wiążące ze sobą Δ_i – równanie kinematyczne.

Podstawiając $\Delta_i = \frac{S_i \cdot l_i}{E_i \cdot A_i}$ otrzymamy równanie kinematyczne wyrażone przez niewiadome siły S_i .

4. Rozwiązując układ dwu równań: kinematyczne wyrażone przez siły S_i i $\Sigma M(O)$, znajdziemy niewiadome siły S_i . Jedna siła powinna wyjść ujemna a druga dodatnia.
Po tym można obliczyć:
- σ_{xi} [MPa] – naprężenia normalne w prętach 1 i 2
- ε_{xi} [10^{-3}] – odkształcenia liniowe prętów 1 i 2
- Δ_i [mm] – zmiany długości w prętów 1 i 2
- ω [10^{-3} rad] – kąt obrotu sztywnej belki.