

II Zaoczny WIL* Wytrzymałość Materiałów * Teoria 2

T 2.1. Posługując się rysunkami zdefiniuj pojęcie naprężenia, a następnie naprężenia normalne i styczne.

T 2.2. Co to jest stan naprężenia w punkcie? Jakie są rodzaje stanu naprężenia w punkcie i kiedy występują.

T 2.3. Co to jest macierz naprężeń w punkcie. Napisz ją i podaj jej własności. Napisz co, oznacza σ_x i τ_{xy} w macierzy naprężeń.

T 2.4. Podaj umowę znakowania elementów macierzy naprężeń, narysuj graficzny obraz poniższych macierzy naprężeń:

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -2 & -1 & -4 \\ 5 & -4 & 2 \end{bmatrix} \text{MPa}, \quad T_\sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{MPa}, \quad T_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

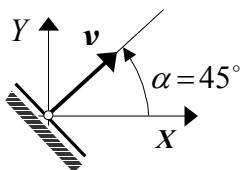
T 2.5. Dlaczego macierz naprężeń w punkcie określa w nim stan naprężenia? Napisz wzory określające współrzędne wektora naprężenia na płaszczyźnie o wektorze normalnym $\mathbf{v}(l, m, n)$ w punkcie gdzie dana jest macierz naprężeń. Jakie rodzaje stanu naprężenia w punkcie przedstawiają niżej podane macierze naprężeń i dlaczego?

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -2 & -1 & -4 \\ 5 & -4 & 2 \end{bmatrix} \text{MPa}, \quad T_\sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{MPa}, \quad T_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

T 2.6. Wyznacz naprężenia normalne i styczne na płaszczyźnie o wektorze normalnym $\mathbf{a}(2, -3, 1)$ w punkcie gdzie dana jest macierz naprężeń

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

T 2.7. Korzystając z rysunku napisz wzory określające naprężenia normalne i styczne na płaszczyźnie nachylonej pod kątem α do osi X w punkcie gdzie panuje płaski stan naprężenia. Wyznacz wartości tych naprężeń (i narysuj je) na płaszczyznach niżej określonych dla zadanych macierzy naprężeń.

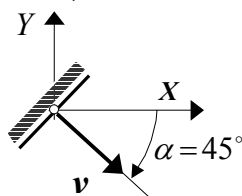


$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa},$$

(rozciąganie)

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 100 \\ 100 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

(ściananie)



$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa},$$

(rozciąganie)

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 100 \\ 100 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$

(ściananie)

T 2.8. Co to są naprężenia główne. Co to są płaszczyzny naprężeń głównych i jakie mają własności.

T 2.9. Napisz wzory określające naprężenia główne i ich kierunki w płaskim stanie naprężenia.

Napisz warunki sprawdzające poprawność wykonanych obliczeń.

T 2.10. Ile wynoszą i na jakich płaszczyznach występują ekstremalne naprężenia styczne w płaskim stanie naprężenia.

T 2.11. Wyznacz analitycznie i przy pomocy koła Mohra

naprężenia główne i ich kierunki dla danej macierzy naprężeń.

Narysuj graficzne obrazy macierzy naprężeń w układzie (X, Y)

i układzie kierunków naprężeń głównych (1, 2).

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} -200 & -50 \\ -50 & 100 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

II Zaoczny WIL* Wytrzymałość Materiałów * Teoria 2

T 2.12. Posługując się rysunkami zdefiniuj pojęcie wektor przemieszczenia dowolnego punktu, a następnie definicje odkształceń liniowych i kątowych. Co to jest stan odkształcenia w punkcie.

T 2.13. Co to jest macierz odkształceń w punkcie. Napisz ją i podaj jej własności. Napisz co przedstawiają elementy jej pierwszego wiersza i narysuj ich graficzny obraz.

T 2.14. Napisz równania wiążące odkształcenia z przemieszczeniami - równania Cauchy'ego. Dla danych funkcji przemieszczeń:

$$u = (5 + 0.1xy) \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad v = (y - 0.1xy) \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad w = (x^2 - z^2) \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

oblicz ε_y i γ_{zx} w punkcie $A(-1, 2, 1)$, którego współrzędne podane są w metrach.

T 2.15. Dlaczego macierz odkształceń w punkcie określa w nim stan odkształcenia. Napisz korzystając z rysunku macierzowe wzory do wyznaczenia odkształceń liniowych i kątowych dowolnych włókien przechodzących przez punkt w którym znana jest macierz odkształceń.

T 2.16. Korzystając z rysunku napisz wzory określające odkształcenia liniowe i kątowe włókien nachylonego pod kątem α do osi X w punkcie gdzie panuje płaski stan odkształcenia. Na podstawie tych wzorów udowodnij, że suma odkształceń liniowych dwóch do siebie prostopadłych włókien przechodzących przez dany punkt jest wielkością stałą (co oznacza, że suma elementów na przekątnej macierzy odkształceń nie zależy od układu współrzędnych w którym jest określana – jest niezmiennikiem)

T 2.17. Co to są odkształcenia główne i ich kierunki.

T 2.18. Napisz wzory określające odkształcenia główne i ich kierunki w płaskim stanie odkształcenia. Napisz warunki sprawdzające poprawność wykonanych obliczeń.

T 2.19. Napisz równania nierozdzielności odkształceń w płaskim stanie odkształcenia. Narysuj ich geometryczną interpretację. Sprawdź czy możliwy jest stan odkształcenia zadany macierzą odkształceń o współrzędnych: $\varepsilon_x = k(x^2 + y^2)$; $\varepsilon_y = k y^2$; $\gamma_{xy} = 2k x y$.

T 2.20. Napisz wzór na względną zmianę objętości w punkcie.

T 2.21. Napisz równania fizyczne wiążące odkształcenia z naprężeniami - równania Hooke'a, w których odkształcenia są funkcjami naprężeń. Udowodnij, że dla ciała sprężystego izotropowego kierunki naprężeń głównych pokrywają się z kierunkami odkształceń głównych. Oblicz ile wynosi ε_z oraz γ_{xy} dla danej macierzy naprężeń, a stałe materiałowe wynoszą:

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} 20 & 50 & 30 \\ 50 & -40 & 10 \\ 30 & 10 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa},$$

$E=200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$.

T 2.22. Napisz równania fizyczne wiążące naprężenia z odkształceniami - równania Hooke'a, w których naprężenia są funkcjami odkształceń. Udowodnij, że dla ciała sprężystego izotropowego kierunki naprężeń głównych pokrywają się z kierunkami odkształceń głównych. Oblicz ile wynosi σ_z oraz τ_{xy} dla danej macierzy odkształceń, a stałe materiałowe

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & -4 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

wynoszą: $E=200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$.

T 2.23. Napisz równania fizyczne wiążące naprężenia z odkształceniami - równania Hooke'a, w postaci prawa zmiany objętości prawa zmiany postaci. Uzasadnij te nazwy. Napisz wzory na aksjatory i dewiatory naprężeń i odkształceń oraz zależności między występującymi w tych prawach stałymi materiałowymi.

T 2.24. Co to jest energia sprężysta ciała? Co to jest gęstość energii sprężystej? Napisz wzory na gęstość energii sprężystej związanej ze zmianą objętości i postaci dla ciała Hooke'a wyrażone poprzez aksjatory i dewiatory macierzy naprężeń i odkształceń.

T 2.25. Napisz wzory na gęstość sprężystej związanej ze zmianą objętości i postaci dla ciała Hooke'a wyrażone poprzez naprężenia. Na ich podstawie pokaż, że gęstość energii sprężystej jest potencjałem tzn. jej pochodne po naprężeniach są równe odpowiadającym im odkształceniom.