

Rozwiązać podany ustrój prętowy (wykresy **M Q N**)

Rozwiązanie.

Obliczenie reakcji.

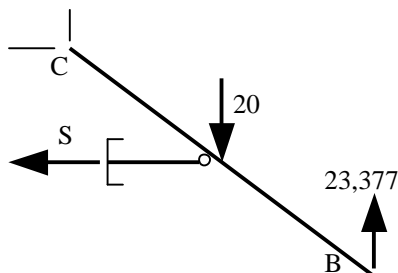
$$\Sigma X=0 \Rightarrow H_A=0$$

$$\Sigma M(A)=0 \Rightarrow 10 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 1,5 + 20 \cdot 5 = 7 \cdot R_B$$

$$R_B=23,377 \text{ kN}$$

$$\Sigma M(B)=0 \Rightarrow 10 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 5,5 + 20 \cdot 2 = 7 \cdot R_A \Rightarrow R_A=39,049 \text{ kN}$$

Poziomy pręt jest prętem kratowym, bo spełnione są warunki: pręt jest prosty, zaczyna i kończy się przegubem, nie jest obciążony na swojej długości. Jediną siłą przekrojową jaka może wystąpić w tym pręcie jest siła podłużna  $N$  – która będzie taka sama w dowolnym przekroju pręta poziomego, oznaczymy tę siłę symbolem  $S$ . Wykorzystując równowagę części ustroju na prawo od przegubu  $C$  znajdziemy siłę  $S$ .

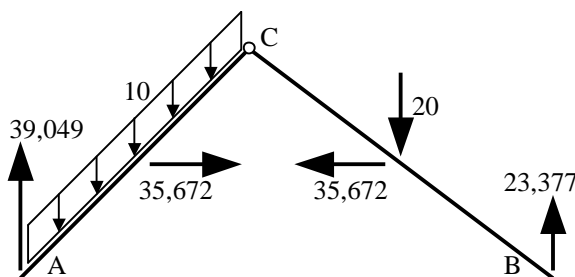


W przegubie  $C$  działa siła wzajemnego oddziaływania, można przedstawić ją w postaci dwóch nieznanymi składowych: poziomej i pionowej. W równaniu: suma momentów względem punktu  $C$ , dla części na prawo od niego (rysunek obok) nie wystąpią w.w. niewiadome.

$$\Sigma M(C)^p=0 \Rightarrow 20 \cdot 2 + S \cdot 1,5 = 23,377 \cdot 4$$

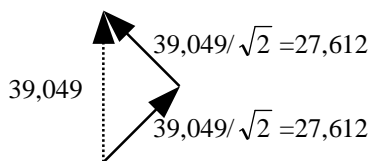
$$S=35,672 \text{ kN} \quad (\text{siła dodatnia, pręt jest rozciągany})$$

Siły działające na skośne pręty przedstawiono poniżej. (dalej są niewiadome siły w przegubie  $C$ )



Analizę pręta  $AC$  przeprowadzimy „przechodząc” od p. $A$  do p. $C$ . Analizę pręta  $BC$  przeprowadzimy „przechodząc” od p. $B$  do p. $C$ .

W przekroju przy punkcie  $A$  widoczna jest tylko reakcja  $R_A$  (patrzmy w lewo, dół), trzeba ją zastąpić składowymi: równoległą i prostopadłą do pręta  $AC$ .



Siła podłużna  $N$  w przekroju  $A$  wynosi:  $N_A = -27,612 \text{ kN}$  „jest przeciwnie skierowana do palca wskazującego”

Siła podłużna  $Q$  w przekroju  $A$  wynosi:  $Q_A = 27,612 \text{ kN}$  „jest skierowana zgodnie z kciukiem”

Funkcje określające  $Q$  na odcinku  $AC$  będą funkcjami liniowymi, „obserwator” przesuając się od  $A$  do  $C$  „widzi” wypadkową od obciążenia ciągłego o wartości proporcjonalnej do odległości: od p. $A$  do punktu redukcji. Kierunek wypadkowej od obciążenia ciągłego nie pokrywa się z kierunkiem  $Q$  ani z kierunkiem  $N$  na pręcie  $AC$  – więc funkcje określające  $N$  na odcinku  $AC$  będą też funkcjami liniowymi.

W środku pręta  $AC$  jest siła  $S$  której kierunek nie pokrywa się z kierunkiem  $Q$  ani z kierunkiem  $N$  na pręcie  $AC$  – więc w tym miejscu pojawi się „skok” zarówno w  $Q$  jak i w  $N$ .

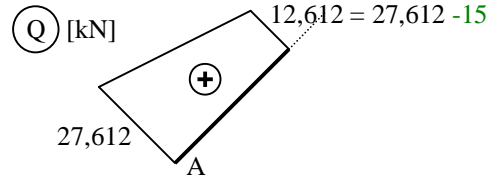
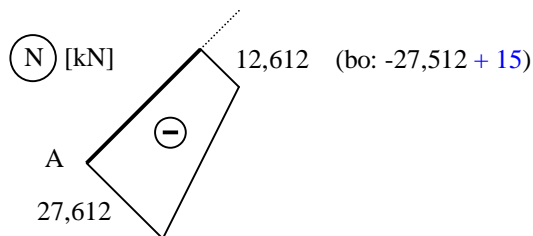
Zmiana wartości  $Q$  na połowie długości pręta  $AC$  wyniesie:  $1,5\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 15 \text{ kN}$  (długość

połowy pręta razy wartość obciążenia ciągłego razy  $\sin 45^\circ$ ). Przesuwając się od p. $A$  funkcja  $Q$  będzie **malejąca** – składowa równoległa do  $Q$ , od obciążenia ciągłego, jest przeciwna do dodatniego zwrotu osi  $Q$  na odcinku  $AC$ .

Zmiana wartości N na połowie długości pręta AC też wyniesie:  $1,5\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 15$  kN (długość

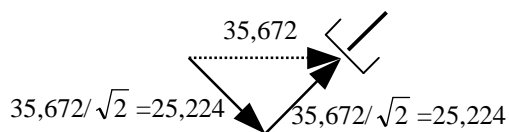
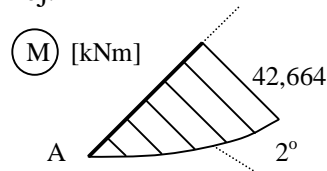
połowy pręta razy wartość obciążenia ciągłego razy  $\cos 45^\circ$ ). Przesuwając się od p.A funkcja N będzie **rosnąca** – składowa równoległa do N, od obciążenia ciągłego, jest zgodna z dodatnim zwrotem osi N na odcinku AC.

Pierwszą część wykresu N i Q na połowie długości pręta AC pokazano poniżej.



Widać że na tej połowie pręta nie wystąpi ekstremum momentów, wartość M w środku AC wyniesie:

$39,049 \cdot 1,5 - 1,5\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 0,75 = 42,664$  kNm, rozciąga włókna dół-prawo. Część wykresu M poniżej.



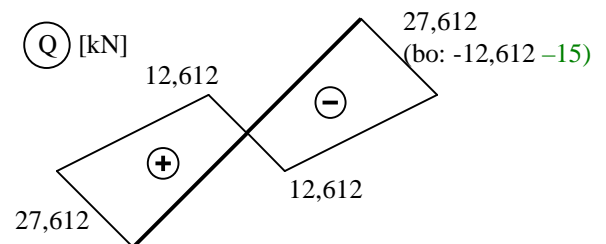
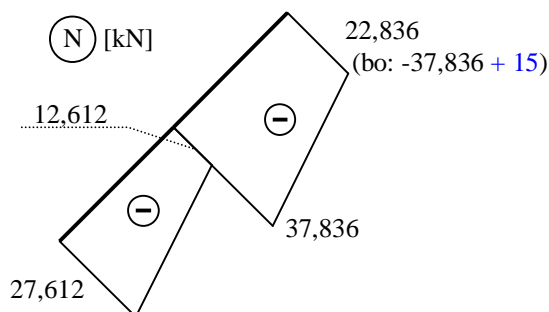
W połowie pręta AC działa siła S. Po rozłożeniu jej na składowe równoległą i prostopadłą do osi pręta AC, widzimy że w tym miejscu siła przekrojowa N zmaleje o 25,244. Za miejscem połączenia pręta AC z poziomym prętem kratowym siła N wyniesie  $-12,612 - 25,224 = -37,836$  kN

W połowie pręta AC, siła przekrojowa Q też zmaleje o 25,244 kN. Za miejscem połączenia pręta AC z poziomym prętem kratowym siła Q wyniesie

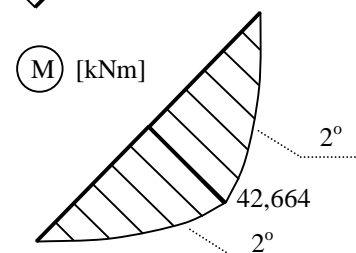
$$12,612 - 25,224 = -12,612 \text{ kN}$$

W dalszej części pręta AC – czyli od połowy do p.C, funkcja N liniowo **wzrośnie**, natomiast Q **zmaleje** o 15 kN, podobnie jak to było w pierwszej połowie pręta AC, bo dalej działa tam obciążenie ciągłe.

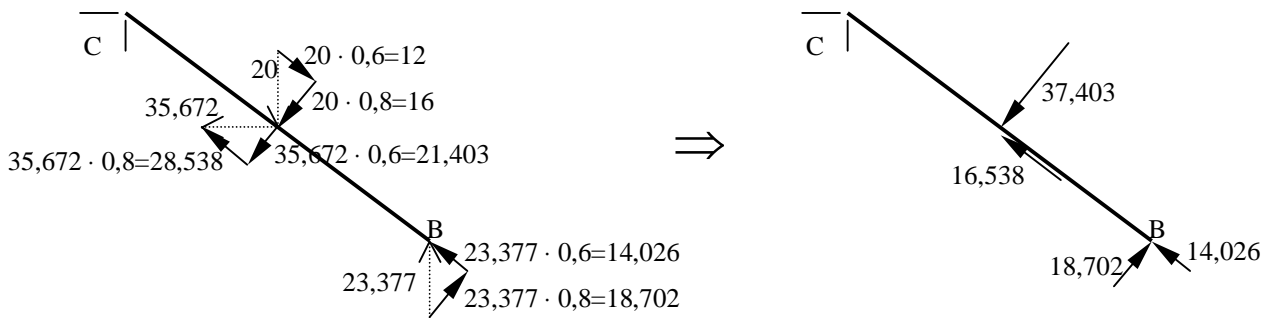
Wykres N i Q dla pręta AC pokazano poniżej.



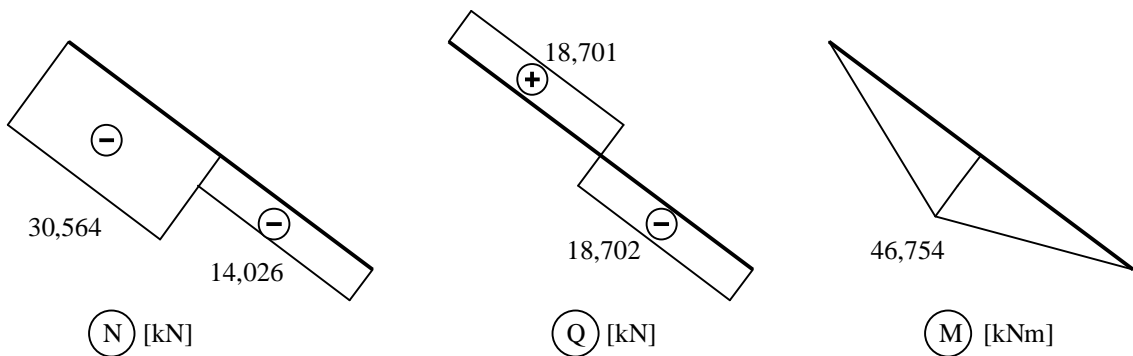
W części pręta AC – czyli od połowy do p.C, funkcja M nie osiągnie ekstremum, a wartości zmieniają się od 42,664 kNm (nie ma „skoku” w M, ale wykres „się łamie pod siłą skupioną”) do zera w p.C.



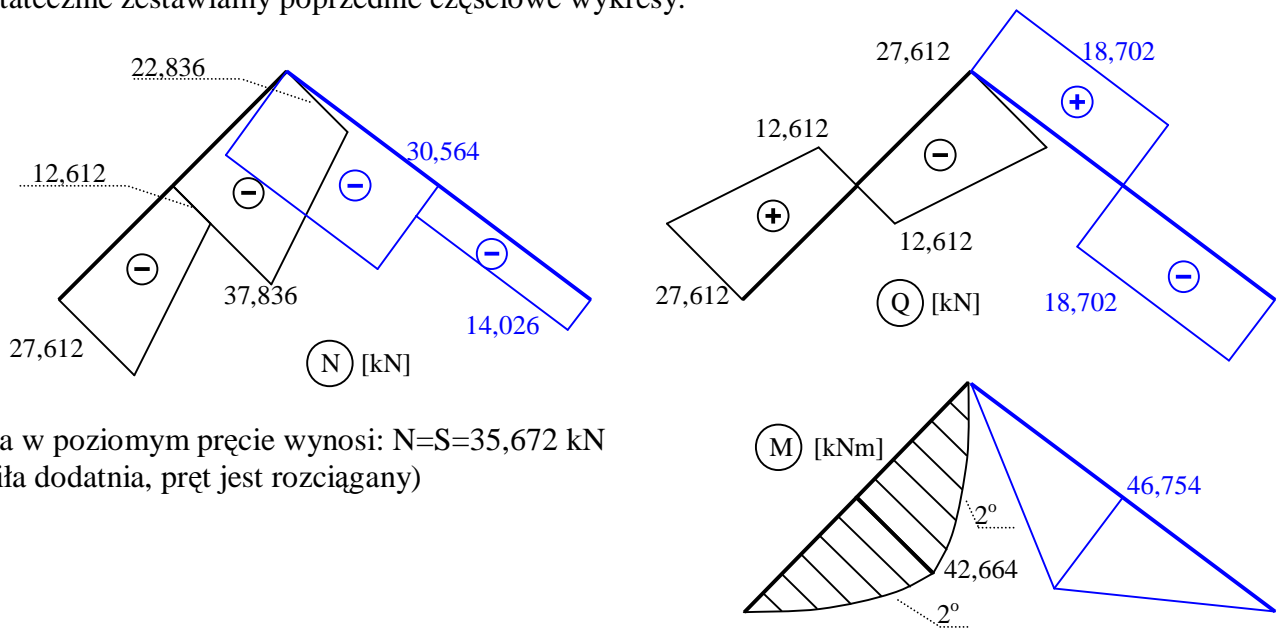
Na pręcie CB przedstawiono działające na niego siły, za wyjątkiem oddziaływania w p.C. Najpierw siły poziome i pionowe rozłożono na składowe równoległe i prostopadłe do osi pręta. Następnie w punkcie będącym środkiem BC zsumowano siły działające na tym samym kierunku.



Patrząc na powyższy rysunek można narysować wykresy N, Q, M na przęcie BC.



Różnice na piątym miejscu znaczącym w wartościach Q wynikają z zaokrągleń. Dokładniej wyliczone wartości są takie same i wynoszą 18,701669749. Ostatecznie zestawiamy poprzednie częściowe wykresy.



Siła w poziomym przęcie wynosi:  $N=S=35,672$  kN (siła dodatnia, pręt jest rozciągany)