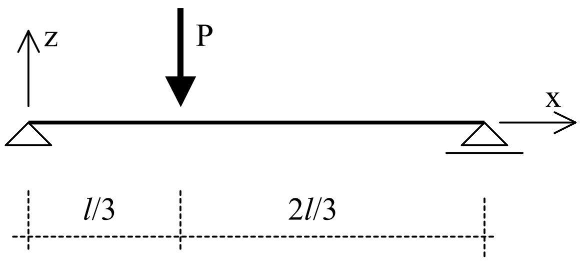
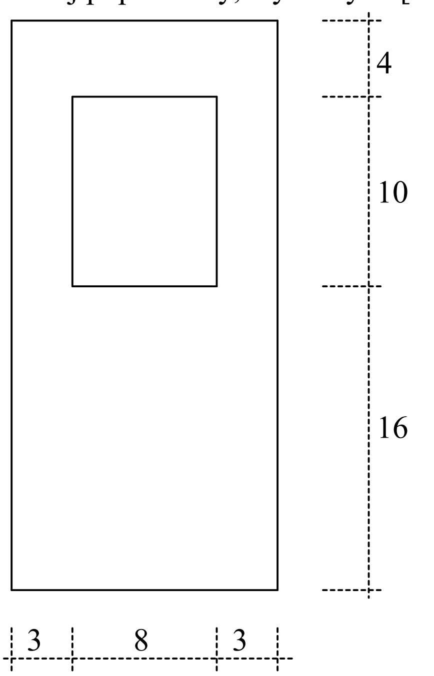
Odkształcenia liniowe ε_x w dolnych włóknach przekroju pod siłą skupioną wynoszą $4*10^{-4}$. Obliczyć wartość siły P i największą wartość bezwzględną naprężeń τ_{xz} .

Dane: l = 2,1 m,
$\varepsilon_d = 4*10^{-4}$
E = 120 GPa



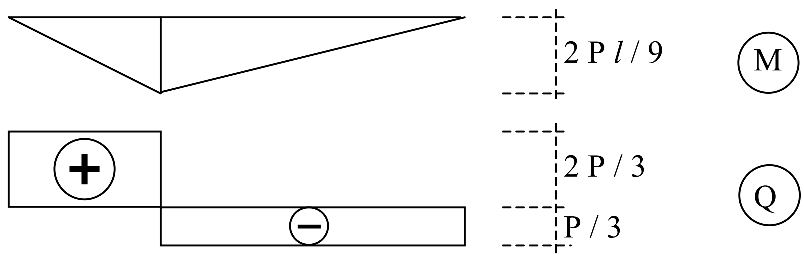
Przekrój poprzeczny, wymiary w [cm]:



Rozwiązanie:

Wyrażenie sił przekrojowych w przekroju pod siłą przez P i l .

Siły przekrojowe w przekroju pod siłą można obliczyć bezpośrednio, ale dla przypomnienia narysowano wykresy **M** i **Q** (**N**≡0).



W przekroju pod siłą występuje moment zginający 2*P*l / 9 rozciągający włókna dolne. Największa wartość siły poprzecznej wynosi 2*P / 3 .

Charakterystyki geometryczne przekroju:

Przekrój ma pionową oś symetrii, czyli jest ona osią centralną główną – oznaczymy ją z .

Druga oś centralna główna jest prostopadła do z i przechodzi przez środek ciężkości, więc trzeba go znaleźć.

Moment statyczny względem dolnej krawędzi przekroju S_{yo} obliczymy traktując przekrój jako różnicę obrysu zewnętrznego 30*14 cm i otworu 10*8 cm. Licząc dalsze charakterystyki wykorzystamy ten sam podział.

$S_{yo} = 30*14*15 - 10*8*(16+5) = 4620\ cm^3$

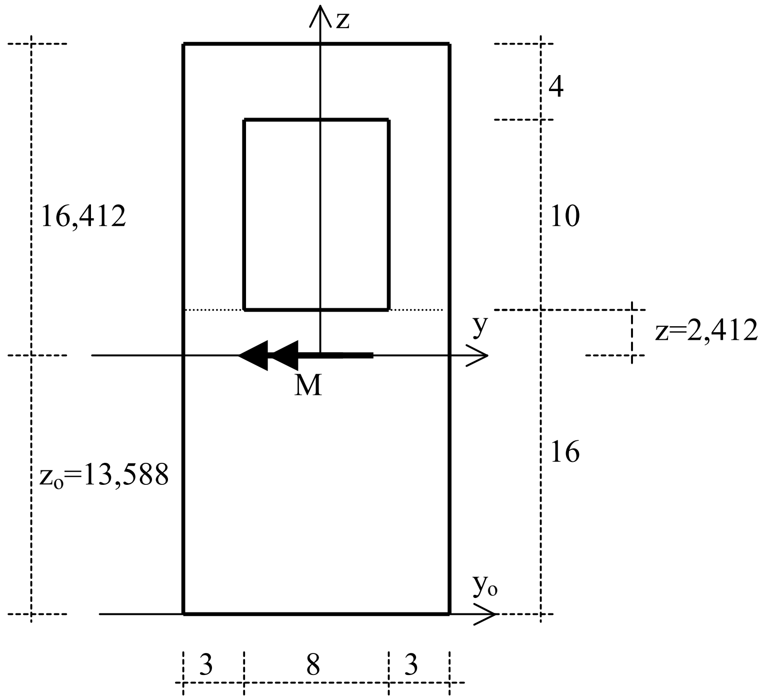
Pole: $F = 30*14 – 10*8 = 340\ cm^2$

Położenie środka ciężkości: $z_o = S_{yo}/F = 13{,}588$ cm (pokazano na rysunku poniżej)

Moment bezwładności względem osi centralnej głównej y.

$Jy = 30^3*14/12 + 30*14*(15-13{,}588)^2 - [10^3*8/12 + 10*8*(16{,}412-9)^2] = 27275{,}7\ cm^4$

W obliczeniach powyżej zastosowano wzór Steinera.



Naprężenie normalne σ_x we włóknach dolnych przekroju pod siłą oznaczymy σ_d.
W tych włóknach tylko σ_x są różne od zera, równanie Hooke'a przyjmie postać:
$\sigma_d = \varepsilon_d * E = (4*10^{-4}) * (1{,}2*10^5\text{ MPa}) = 48\text{ MPa}$
Jak widać naprężenia (i odkształcenia) we włóknach dolnych tej belki są dodatnie, czyli moment zginający który je wywołał działa tak jak przedstawiono to na powyższym rysunku strzałką z dwoma grotami.

Obliczenie siły P.
Zastosujemy konwencję znakowania momentów zginających: momenty rozciągające dodatnie „z-ty" są dodatnie. W takim razie „nasz" M jest ujemny (patrz rysunek), czyli M = -2 P**l* / 9

Jeżeli stosujemy tą konwencję, to trzeba zastosować wzór: $\sigma_d = \frac{M}{J_y} z_d$

gdzie współrzędna włókien dolnych w układzie (y-z) wynosi: z_d = - 13,588 cm

czyli: $\sigma_d = \frac{-2 \cdot P \cdot l}{9 \cdot J_y} z_d$ Przekształcając ten wzór otrzymamy wyrażenie na siłę P:

$$P = \frac{-9 \cdot \sigma_d \cdot J_y}{2 \cdot l \cdot z_d} = \frac{-9 \cdot 48 \cdot 10^6\, N/m^2 \cdot 27275{,}7 \cdot 10^{-8} m^4}{2 \cdot 2{,}1m \cdot \left(-13{,}588 \cdot 10^{-2} m\right)} = 206.47\text{ kN}$$

Naprężenie styczne τ_{xz} .
Największa wartość siły poprzecznej wynosi: Q = 2*P/3 . W przekrojach na lewo od siły P wystąpią największe wartości naprężeń stycznych τ_{xz} . Teraz należy znaleźć wysokość, czyli współrzędną z dla której wystąpią te największe wartości naprężeń stycznych τ_{xz} . Można by podejrzewać z=0 (ekstremum), ale tam szerokość jest stosunkowo duża b=14cm. Dla z=2,412cm+ Δz moment statyczny jest nieco mniejszy niż dla z=0, ale szerokość przekroju wynosi b=6cm. Przypuszczamy że dla z=2,412cm+ Δz pojawią się największe wartości naprężeń stycznych τ_{xz} .
Przekrój poprzeczny podzielono na wysokości z=2,412cm+ Δz na dwie części. Obliczono wartość bezwzględną momentu statycznego części powyżej podziału:
$|S_y^I|$ = 4*14*(16,412-2)+2 [10*3*(16,412-9)] = 1251,79 cm^3 . Szerokość przecięcia: b = 6 cm

$$\left|\tau_{xz,max}\right| = \left|\tau_{xz}(z = 2{,}412cm)\right| = \frac{|Q| \cdot |S_y^I|}{J_y \cdot b} = \frac{2P/3 \cdot |S_y^I|}{J_y \cdot b} = \frac{2 \cdot 206{,}47 \cdot 10^3 N \cdot 1251{,}79 \cdot 10^{-6} m^3}{3 \cdot 27275{,}7 \cdot 10^{-8} m^4 \cdot 6 \cdot 10^{-2} m} = 10{,}53\text{ MPa}$$

Przypuszczenie że to są największe naprężenia można sprawdzić rysując rozkład τ_{xz} wzdłuż osi z.